Übungen zur Vorlesung Physikalische Chemie II (WS 20011/2012)

Übung1: Mathematische Vorübungen

Aufgabe 1:

Bilden Sie die Ableitung $f'(x) \equiv \frac{\mathrm{df}(x)}{\mathrm{dx}}$ folgender Funktionen:

a) $f(x) = \frac{1}{6}x^4 + \frac{1}{3}x^3 - x^2 + 2x - 1$
b) $f(x) = \sqrt[4]{\mathrm{ax}^3 + 2\mathrm{bx} - c}$
c) $f(x) = \frac{x^2}{\sin(x)}$
d) $f(x) = x^2 \tan(x)$

Aufgabe 2:

Bilden Sie das unbestimmte Integral $\int f(x)\mathrm{dx}$ folgender Funktionen:

a) $f(x) = m\cos(x) + n$
b) $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + x - \frac{1}{2}\sqrt{x}$
c) $f(x) = \sqrt{a - \mathrm{bx}}$
d) $f(x) = \frac{1}{x}$
e) $f(x) = e^x$

f) Berechnen Sie das folgende bestimmte Integral: $\int\limits_0^3 (2x^3 + 1)\mathrm{dx}$

Aufgabe 3:

Berechne Sie
a) mit Hilfe einer Taylorentwicklung die Funktionen $f(x) = e^{\mathrm{ax}}$ und $f(x) = \cos(\mathrm{bx})$ für $x_0 = 0$
b) $\sin(29°)$ unter Verwendung von $\sin(30°) = \frac{1}{2}$ und $\cos(30°) = \frac{\sqrt{3}}{2}$.
Hinweis (aus: G. Wedler, 5. Ed., Seite 992):
Bisweilen ergibt sich für eine exakte Beschreibung einer Gesetzmäßigkeit ein komplizierter analytischer Ausdruck, der sowohl für die rechnerische Behandlung als auch für die Auswertung experimenteller Daten wenig geeignet ist. Man versucht dann, die exakte Funktion durch eine Potenzreihe zu approximieren, die oft nach wenigen Gliedern abgebrochen werden kann. Ist f(x) eine in [a,b] beliebig oft stetig differenzierbare Funktion, so kann man f(x) in einem Punkt $x_0 \in [a, b]$ in eine Taylorsche Reihe entwickeln:

$$f(x) = f(x_0) + (x - x_0)f'(x_0) + \frac{(x - x_0)^2}{2!}f''(x_0) + \frac{(x - x_0)^3}{3!}f'''(x_0) + ...$$

Wenn man x-x0 durch h substituiert, erhält man:

$$f(x_0 + h) = f(x_0) + \mathrm{h}f'(x_0) + \frac{h^2}{2!}f''(x_0) + \frac{h^3}{3!}f'''(x_0) + ...$$