Jean LeRond D'Alembert

Artikel ‚Negative Zahlen' aus der « Encyclopédie méthodique » (1784)

Quelle : Encyclopédie méthodique / Mathématiques / par MM. Diderot et d'Alembert. - Nachdruck der Abteilung "Mathématique" (Paris 1784-1789). - Paris : ACL-éditions 1987

~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~

Die *negativen* Größen sind das Gegenteil der positiven: wo das Positive endet, beginnt das Negative. *Siehe* Positiv.

Man muß zugeben, daß es nicht einfach ist, die Idee der negativen Zahlen genau zu umreißen, und daß einige fähige Leute durch Äußerung ihrer wenig exakten Vorstellungen sogar zu deren Verwirrung beigetragen haben. Zu sagen, daß die negative Größe unterhalb von nichts ist, heißt, eine unvorstellbare Sache vorzubringen. Diejenigen, die behaupten, 1 sei nicht vergleichbar mit -1 und das Verhältnis zwischen 1 und -1 sei verschieden von dem Verhältnis zwischen -1 und 1, sind doppelt im Irrtum: 1. weil man täglich in den algebraischen Operationen 1 durch -1 dividiert; 2. weil die Gleichheit des Produktes von -1 mit -1 und von $+1$ mit $+1$ zeigt, daß sich 1 zu -1 verhält wie -1 zu 1.

In Anbetracht der Exaktheit und der Einfachheit der algebraischen Operationen mit den *negativen* Größen neigt man wohl zu dem Glauben, daß die richtige Idee, die mit den *negativen* Größen zu verbinden ist, eine einfache Idee sein muß und nicht von einer gekünstelten Metaphysik hergeleitet zu werden braucht. Versucht man den wahren Begriff hiervon aufzudecken, so muß man zunächst bemerken, daß die Größen, die man *negative* nennt und die man fälschlich als unterhalb der Null gelegen ansieht, sehr oft durch reelle Größen dargestellt werden, wie in der Geometrie, wo sich die *negativen* Geraden von den positiven nur durch ihre Lage in bezug auf eine bestimmte Gerade im gemeinsamen Punkt unterscheiden. *Siehe* Kurve. Von daher ist der Schluß recht natürlich, daß die im Kalkül anzutreffenden *negativen* Größen in der Tat reelle Größen sind; aber reelle Größen, denen man eine andere Idee beilegen muß als angenommen. Stellen wir uns beispielsweise vor, gesucht sei der Wert einer Zahl *x*, die zu 100 hinzugefügt wird, so daß es 50 macht, dann hat man nach den Regeln der Algebra $x+100=50$ und $x=-50$, was zeigt, daß die Größe *x* gleich 50 ist, und daß sie, statt zu 100 hinzugefügt zu werden, abgezogen werden muß, so daß man das Problem so hätte formulieren müssen: zu finden ist eine Größe *x*, bei deren Abzug von 100 ein Rest von 50 bleibt; und wenn man das Problem so formulierte, hätte man $100-x=50$ und $x=50$ und die *negative* Form von *x* bestünde nicht mehr. So deuten die *negativen* Größen in der Rechnung in Wirklichkeit positive Größen an, aber solche, die man in einer falschen Position vermutet hat. Das Zeichen -, das man vor einer Größe findet, dient dazu, einen in der Annahme gemachten Irrtum zurechtzurücken und zu korrigieren, wie das obenstehende Beispiel sehr deutlich zeigt. *Siehe* Gleichung.

Beachten Sie, daß wir hier nur von isolierten *negativen* Größen reden wie $-a$ oder von Größen $a-b$, bei denen b größer ist als *a*; denn in den Fällen, wo $a-b$ positiv ist, das heißt, wo *b* größer ist als *a*, macht das Zeichen keinerlei Schwierigkeiten.

Es gibt also in einem wirklichen und absoluten Sinne keine isolierte *negative* Größe; -3, abstrakt genommen, vermittelt dem Geist keine Idee; aber wenn ich sage, daß ein Mann einem anderen -3 Taler gegeben hat, so heißt das in verständlicher Sprache, daß er ihm 3 Taler abgenommen hat. Deshalb ergibt das Produkt von $-a$ mit $-b$ nun $+ab$: denn das Zeichen -, das *a* und *b* nach Annahme vorausgeht, ist ein Zeugnis dafür, daß sich die Größen *a* und *b* im Verein befinden und kombiniert sind mit anderen, mit denen man sie vergleicht; denn wenn sie
~~~~~~~~~~~~~~~~~~~~

als für sich allein stehend und isoliert angesehen würden, so würden die ihnen vorangestellten Zeichen - dem Geiste nichts klar Faßliches vermitteln. Daher ist den Größen $-a$ und $-b$ nur deshalb das Zeichen - vorangestellt, weil es in der Voraussetzung des Problems oder der Rechnung irgendeinen stillschweigenden Irrtum gibt: wenn das Problem gut formuliert wäre, müßten sich diese Größen $-a$ und $-b$ jede mit dem Zeichen + anfinden, und dann wäre ihr Produkt $+ab$; denn die Multiplikation von $-a$ mit $-b$ bedeutet, daß man b-mal die *negative* Größe $-a$ abzieht; nun heißt mit der oben angegebenen Vorstellung von den *negativen* Größen eine *negative* Größe hinzuzufügen oder zu setzen soviel wie eine positive abzuziehen; aus dem gleichen Grunde also heißt eine negative abzuziehen soviel wie eine positive hinzuzufügen; und somit lautet die einfache und natürliche Formulierung des Problems nicht, $-a$ mit $-b$ zu multiplizieren, sondern $+a$ mit $+b$, was das Produkt $+ab$ ergibt. Es ist nicht möglich, diese Idee in einem Werk von der Natur des Vorliegenden noch eingehender zu entwickeln, aber sie ist so einfach, daß ich Zweifel habe, ob man eine noch klarere und exaktere an ihre Stelle setzen kann, und ich glaube versichern zu können, daß ihre Anwendung auf alle Probleme, die lösbar sind und die *negativen* Größen einschließen, niemals in die Irre führt. Wie dem auch sei, die Regeln der algebraischen Operationen mit den *negativen* Größen sind von aller Welt akzeptiert und im allgemeinen als exakt angenommen, welche Idee man im übrigen auch immer mit diesen Größen hinsichtlich der *negativen* Koordinaten einer Kurve und ihrer Lage in bezug auf die positiven Koordinaten verbindet.