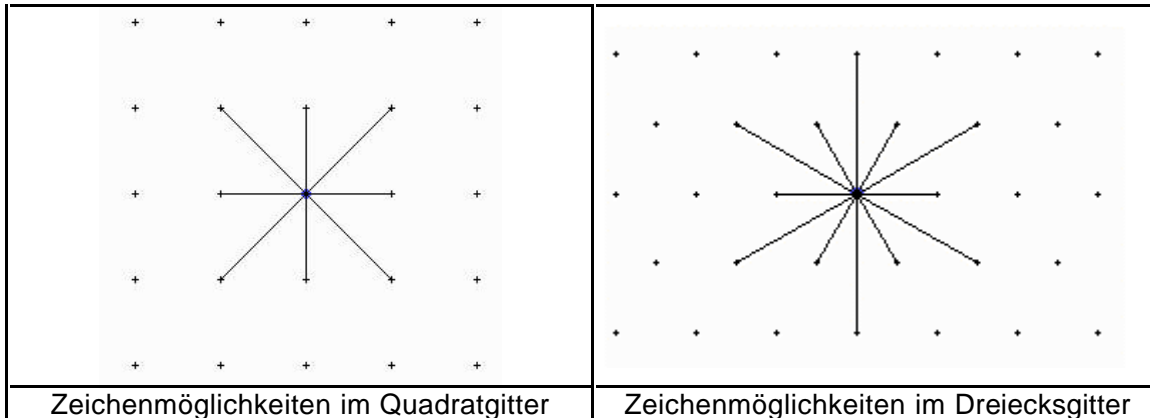


Mathematische Grundlagen der Gittergeometrie - strukturelle Analogien von Quadrat- und Dreiecksgitter

- Das Gitter als Paar (Punktraster, Zeichenregel)



- In beiden Gittern gibt es genau zwei verschiedene Schrittlängen: Der Seite der jeweiligen Grundfigur folgend Schritt s (standard, „small“) und relativ dazu um den Basiswinkel gedreht verlaufend der Schritt g (großer Schritt, „great“). Das Quadrat mit der Seitenlänge s kann als Einheitsquadrat (EQ) bezeichnet werden, das Dreieck mit der Seitenlänge s als Einheitsdreieck (ED). Das Quadrat mit der Seitenlänge g kann analog als großes Einheitsquadrat (gEQ) bezeichnet werden, das Dreieck mit der Seitenlänge g als großes Einheitsdreieck (gED).
- Es gilt: $g = s \cdot \sqrt{2}$ beim Quadratgitter (Diagonale des Quadrates mit der Seite s)
Flächen der Einheitsquadrate: $gEQ = 2 \text{ EQ}$
 $g = s \cdot \sqrt{3}$ beim Dreiecksgitter (längere Diagonale der Raute mit der Seite s).
Flächen der Einheitsdreiecke: $gED = 3 \text{ ED}$
- In beiden Gittern gibt es genau zwei Typen von geraden Linien:
Typ s (nur aus s -Schritten) und Typ g (nur aus g -Schritten).
- In beiden Gittern gibt es nur Winkel der Größe $n \cdot \alpha$ (Quadratgitter: $\alpha = \pm 45^\circ$; Dreiecksgitter $\alpha = \pm 30^\circ$), $n = 0, 1, 2, 3, \dots$
- Die x -Achse ist in beiden Gittern eine s -Linie.
- Alle Linien mit einem Winkel von $n \cdot \alpha$ zur x -Achse mit geradem n sind s -Linien, mit ungeradem n sind g -Linien.
- Ein Winkel $n \cdot \alpha$ hat genau dann Schenkel vom gleichen Typ, wenn n gerade ist.
- Parallele Linien sind typgleich.
- Das Quadrat aus s -Linien mit der Seiten-Schrittzahl k hat den Flächeninhalt $k^2 \text{ EQ}$. Das gleichseitige Dreieck aus s -Linien mit der Schrittzahl k hat den Flächeninhalt $k^2 \text{ ED}$ (Bezug: Summe der ersten k ungeraden Zahlen).
- Das Quadrat aus g -Linien mit der Seiten-Schrittzahl k hat den Flächeninhalt $k^2 \text{ gEQ}$. Das gleichseitige Dreieck aus g -Linien mit der Schrittzahl k hat den Flächeninhalt $k^2 \text{ gED}$ (Bezug: Summe der ersten k ungeraden Zahlen).
- Das Quadrat aus g -Linien mit der Schrittzahl k hat einen 2-mal so großen Flächeninhalt wie das entsprechende Quadrat aus s -Linien mit gleicher Seiten-Schrittzahl k . Das gleichseitige Dreieck aus g -Linien mit der Schrittzahl k hat einen 3-mal so großen Flächeninhalt wie das entsprechende gleichseitige Dreieck aus s -Linien mit gleicher Seiten-Schrittzahl k .
- Der kleinste Drehwinkel einer drehsymmetrischen Figur ist $2 \cdot \alpha$.
- Im Quadratgitter gibt es keine Raute, im Dreiecksgitter kein Quadrat.
- Dreiecke:
Im Quadratgitter ($\alpha = 45^\circ$) gibt es nur einen Ähnlichkeitstyp von Dreieck, nämlich das rechtwinklig-gleichschenklige Dreieck, Winkel: $2 \cdot \alpha, 1 \cdot \alpha, 1 \cdot \alpha$.
Im Dreiecksgitter ($\alpha = 30^\circ$) gibt es drei Ähnlichkeitstypen von Dreiecken, Winkel:
 $2 \cdot \alpha, 2 \cdot \alpha, 2 \cdot \alpha$ (gleichseitiges Dreieck)
 $3 \cdot \alpha, 2 \cdot \alpha, 1 \cdot \alpha$ (rechtwinkliges Dreieck)
 $4 \cdot \alpha, 1 \cdot \alpha, 1 \cdot \alpha$ (gleichschenkliges Dreieck, stumpfwinklig)