

第42回

数学教育論文発表会
論文集

平成21年11月7日(土), 8日(日)

静岡大学

主催 日本数学教育学会

共催 日本教育大学協会 数学部門

F11	佐藤 一	静岡県立御殿場高等学校	……	433	G15		
		新課程の「データの分析」における問題点と解決策					
G【言語とコミュニケーション】					H【数		
G1	志水 廣	愛知教育大学	……	439	H1		
		算数科における語彙指導のあり方					
G2	山本 祐子	名古屋大学大学院生	……	445	H2		
		算数授業における教師と子どものコミュニケーションの分析ー教師の経験年数の変化を通してー					
G3	津久井 悦男	都賀町立都賀中学校	……	451	H3		
		数学学習におけるコミュニケーションの分析					
G4	多々良 昌輝	筑波大学大学院生	……	457	H4		
		数学学習におけるコミュニケーションプロセスに関する一考察 ー多様な考えの統合場面に焦点を当ててー					
G5	石井 勉	琉球大学	……	463	H4		
		数学的コミュニケーションをうながす初期指導に関する考察					
G6	馬越 敏	愛媛大学教育学部附属小学校	藤田 秀和	愛媛大学教育学部附属小学校	……	469	H5
	青木 里実	愛媛大学教育学部附属小学校	藤本 義明	愛媛大学			
	吉村 直道	愛媛大学	富田 英司	愛媛大学			
		『数理的にかかわり合う力』を育てる授業の評価研究				H6	
G7	吉野 浩美	山口大学大学院生	……	475	H7		
		算数科授業における協同的な学習のデザイン実験～相互教授法を手がかりに～					
G8	真野 祐輔	広島大学大学院生	……	481	H8		
		数学学習における概念変容のメカニズムに関する一考察 数学の対話的・弁証法的本性への着眼					
G9	中村 光一	東京学芸大学	……	487	H9		
		算数・数学の授業をとらえる観点に関する考察: 反射性					
G10	岩崎 浩	上越教育大学	Heinz Steinbring(Universität Duisburg-Essen)	……	493	H10	
		教師の多様な相互作用の型と社会的・相互作用的活動としての数学学習 ー教室における多様な'まとめ'の型の同定ー					
G11	二宮 裕之	埼玉大学	……	499	H11		
		数学教育の表現体系を捉え直す試みー二種類の言語的表現に着目してー					
G12	日野 圭子	宇都宮大学	……	505	H12		
		中学校比例の授業での生徒の表・式・グラフの内化の様相ー表に焦点をあててー					
G13	関口 みなみ	筑波大学大学院生	……	511	H13		
		数学的問題解決過程における対話の役割に関する一考察 -中学生ペアの問題解決場面における相互作用の分析-					
G14	笠井 健一	国立教育政策研究所	瀬沼 花子	玉川大学	……	517	
		TIMSS数学の記述式問題の解答に見る数値的・代数的・図的表現					

教師の多様な相互作用の型と社会的・相互作用的活動としての数学学習

—— 教室における多様な‘まとめ’の型の同定 ——

岩崎 浩 Heinz Steinbring
上越教育大学 Universität Duisburg-Essen

要約

観察者が数学の授業における数学的ディスコースを見るときに認識できる行動とコミュニケーションの形式は、本質的に潜在的な文化的かつ社会的な制約に強く依存している。日本の授業を特徴づける‘まとめ’は、このようなコミュニケーションの形式の1つの典型的な例である。

われわれは、ある中学校1年生の正負の数の除法を主題とした1時間の授業における相互作用の詳細な分析から、伝統的な教師による‘まとめ’から生徒による‘まとめ’に至る多様な‘まとめ’の型を同定した。

数学教師としての高い専門性によってはじめて実現することが可能な、伝統的かつ古典的な形式の‘まとめ’は、日本の数学教師にとって最もよい指導の1つの典型であり、確かに個々の生徒の数学理解を促すプラス要因である。しかし、数学学習の社会的かつ相互作用的な活動の側面を強調するならば、‘まとめ’の有効性と共に限界、特に文化的・社会的制約の数学学習への影響を慎重にみなければならない。

キーワード：‘まとめ’、相互作用、数学学習、文化的・社会的制約

1. はじめに

観察者が数学の授業における数学的ディスコースを見るときに認識できる行動とコミュニケーションの形式は、本質的に潜在的な文化的かつ社会的な制約に強く依存している。この制約によって、社会的規範、社会的相互作用、そして異なる期待が規制されている。ある文化の中で数学的相互作用に参加している人たちは、これらを尊重し、適合させなければならない。一方、参加者たちは、ほとんどの場

合、これらの社会的制約や期待に明確には気づいていない。しかも、これらの制約は強力にそして効果的に働き、多くの場合、参加者たちはこれらの社会的制約から単純に逃れることはできないのである。さらに、実際のコミュニケーション過程では、これらの社会的制約は、次のように機能する。すなわち、教師に特有の社会的期待とそれに伴って満たさなければならない仕事は、生徒の社会的規範と期待される行動に相互に作用する形で影響し始める。

こうして社会的制約は相互に補強され、行動の強固な社会的相互作用のパターンとして安定したものとなる。(Bauersfeld 1988, Voigt 1985, Steinbring 1989)

本稿では、日本の教室における潜在的かつ社会的な制約の典型的な例として、日本の授業を特徴づける‘まとめ’に焦点をあてる。日本の数学の授業において‘まとめ’はどのように実現されているのか。それにはどんなパターンがあるのか。また、それらはどのようにして起こり、数学学習にどのような影響を与えているのか。

以下では、ある中学校1年生の正負の数の除法を主題とした1時間の授業のマイクロプロセスの詳細な分析から、教室における多様な‘まとめ’の型を同定し、同時に、これらの‘まとめ’の型と数学学習との関係について考察する。

2. 社会的形式としての‘まとめ’

‘まとめ’は、日本の伝統的な数学の授業研究そして授業運営における最も重要な教授概念の1つである。「通常、授業の終わりに、時には授業の途中で教師は授業の要点を短く講義する。」(Stigler & Hiebert 1999, 80)

通常‘まとめ’は教師によって専門家の態度でなされるべきものである。このとき教師には、よい‘まとめ’、完全な‘まとめ’をすることが期待されている。また、生徒たちも—無意識のうちに—教師の‘まとめ’の開始に伴う教室における社会的相互作用に反応する；生徒たちは自分たちの活動(数学的活動や社会的活動など)を止め、黒板でクラスの前にいる教師に厳しく注意を集中しはじめる。そして、生徒たちは、教師が説明していることや黒板に示していることを各自ノートに書き始める。——このように、‘まとめ’において期待される社会的形式を生徒たちは学校生活の中で見て、学んできたのである。(メタ学習: Melin-Olsen 1987, あるいは文化的台本:

Stigler & Hiebert 1999) だから、生徒たちはこの社会的相互作用に正しく参加する方法を知っているのである。

3. データ収集方法と分析過程

以下で、分析の対象とする1時間分の授業は、国立大学附属中学校の1年生1クラス(41名；男子22名、女子19名)で、平成20年5月から6月の約1ヶ月にわたって実施した授業研究(計8時間実施)における5時間目である。われわれと現職院生3名、学卒院生1名の計6名で実施した授業研究は、指導案検討、授業実践、授業ビデオを注意深く観ながらの反省的検討を含み、アクション・リサーチの理念と数学教育学研究に基づく授業研究として特徴づけられるものであった。

授業者は、教職経験15年以上の現職院生であった。研究授業の主な数学内容は、正負の数の乗除法の計算方法を考えだし、それが成り立つ理由を説明することであった。5時間目は除法であり、(1)(+12)÷(+4) (2)(-12)÷(+4) (3)(+12)÷(-4) (4)(-12)÷(-4)の4つの問題がこの順序で取り上げられた。

授業は、教師の活動を中心に記録するためのビデオカメラ1台、個々の生徒の活動を記録するためのビデオカメラ3台によって記録した。これらのデータを基に、授業8時間分の詳細な筆記録を作成した。特に、4時間目と5時間目の筆記録は英語に翻訳し、われわれはこれを参照し、注意深く授業ビデオ場面について議論し、筆記録の修正を加えながら、そこで起こっている相互作用についての解釈を行った。

4. 多様な‘まとめ’の型の同定

(1) I型：伝統的かつ古典的形式の‘まとめ’

教師はこのタイプの‘まとめ’をどちらかといえば完全な方法で行う；教師は授業のある局面で扱われている数学的課題、あるいは、授業全体の話題に関するよい(完全な)要約

を提示する。「…日本の教師は生徒たちの作業を数学的に洗練することによって最終的なそして注意深いコメントをする傾向がある」(Shimizu 2007, p.111)

次は、われわれが見いだしたI型の‘まとめ’の例である。ここで、教師は $(+12) \div (+4)$ の計算方法に対するHaの発表・説明を黒板で要約している。

5042 Ha: 符号がプラスになっているので、答えの符号がプラスになるには、正の数かける正の数でないといけないので、口の中の符号もプラスにならないといけない。

5043 T: はい。(「(正) × (正) = (正)」と板書) だから、正の数かける正の数、プラスかけるプラスはプラスだから、そうすると、えーと、口の中、ごめんな、ちょっと下の方になっちゃうんだけど、口は正にならないといけない。(「口は正にならないといけない」と板書 [下線筆者]) ならないといけない。いいですか。符号の、プラスになんかきやいけないということがわかってくるだろうと、いうことだ。

このI型の‘まとめ’は、次の側面によって特徴づけられる：教師は以前になされた何人かの生徒たちのアイデアと意見をいずれは取りあげるかもしれないが、今や、教師は正しくそして完全な数学的要約の支配的な提示者である。教師はベテランとしての責任を実演し、クラス全体の前で、話したり、黒板に書いたり、新しく、そしてうまく組織化された方法で潜在的な数学的アイデアを主に説明することによって示す。(…数学的に洗練することによって) 教師が完全な‘まとめ’を提示するという支配的な役割は、教室における生徒たちの行動の仕方や相互作用の仕方に対応している：生徒たちは静かになり、もはや相互作用しない、尋ねることもない、しかし、生徒たちは個々に教師の説明に心を集中し、教師が黒板に書いているあらゆることをノートに取ろうとする。

(2) II型：I型の‘まとめ’の省略形

このタイプの教師の‘まとめ’はしばしば生徒の数学的発言や発表に対する短い「付け加え」のように見える；教師は、短い要約をするが、その中でも、やはり自らの専門家として

の責任を明確に示す；数学的説明の正しさを保証するのは教師である。ここでもまた、生徒たちは発言や発表をする生徒から、短く説明をしている教師へと注意の矛先を変えるのである。I型の‘まとめ’とよく似た諸側面がここでも観察される：教師はクラスの前において、生徒たちは直接教師に注意を払っている。

5080 T: はい、はい、はい。

4つに区切る。さっきのIsくんのもそうだったんな。4つに区切る。4つに区切るっていうのは、(5秒の沈黙) どこにでてるん？そのことが？なんで4つに区切るん？

5081 Iw: わる4だから。

5082 T: あっ、わる4のことか。ここんところって意味か。了解しました。そうすると、ここんところ今、青で書いてくれたんで、わる4ね、ちとこう書いておこうね。(Iwが説明した図の下に、板書しながら) わるプラス4、(「 $\div (+4)$ 」と板書) っていうことを、4つに(「4つに区切る」と書きながら) っていうふう考えた。

Isくんのもそうだったんな。そこんところ、同じように式との意味が合ってくるということなんだな。

教師はここで生徒たち(IsとIw)によってなされた発言や発表の比較をし始める。要約の中で教師は結局新しい問題を出すのである：Isのアイデアは(Iwのと)似ていたと。表面上、生徒たちはこの「似ていること」の数学的理由を説明していない；教師は説明をするのであるが、明らかに、IsとIwの説明の類似性に関するこの新しい問いの真の理解を生徒たちに差し出すような洗練された方法ではない。

(3) III型：教師が導く‘まとめ’

この‘まとめ’では、一人あるいは複数の生徒との閉じた相互作用(質問-解答ゲーム)の中で‘まとめ’が作りあげられる。そして、数学的要約を作りあげ的过程中に生徒たちの貢献をより顕在的に含めようとする。教師は短い答えを間に含めようとして、‘まとめ’を与える過程で、一人あるいは複数の生徒に問いかける。このIII型の‘まとめ’は非常に慎重に分析され解釈されなければならない。なぜなら、教師と生徒との間の数学的相互作用の過程で、

2つの型の‘まとめ’がつくり出されうるからである：

- a) 生徒たちの短い反応が含まれているにもかかわらず、教師は依然として、正しい数学的説明、個々で問われている数学的問題やアイディアの最適な理解に対して責任のある支配的な専門家である。
- b) 主要なそして中心となる説明をするのは教師ではないが、一人あるいは複数の生徒が、この教師が導く‘まとめ’の過程で、問われている数学的問題に対する自分たちのアイディアを多少とも完全に提示し説明することが可能である；教師はむしろ相互作用を控え、最後に正しい説明をするような教師の専門家としての立場を加えることなく、クラス全体に対する生徒たちの貢献を許すのである。

5044 Ku: えーと、さっきの Ha さんの考え方で、やってみたんですけど

5045 T: Ha さんのっていうと？

5046 Ku: 下の□のやつ。

5047 T: □のやつね（黒板で式を指している）はい

5048 Ku: えーと、マイナス12わるプラス4をかけ算にして、□かけるプラス4は、マイナス12。（教師は Ku のこの発話の順に式「 $\square \times (+4) = -12$ 」を板書していった。）

5049 T: はい

5050 Ku: で、えーと、かけ算だと、積がマイナスになる場合は、えーと、えーと、

5051 T: 積がマイナスになる。（教師は-12の下に「(-)」を板書する。）

5052 Ku: 式の数が、異符号じゃなければ成り立たないので、□の部分の数は、マイナスになって、で、あとは、12に、えっと、逆に12わる4で、□の数はマイナス3になりました。

5053 T: 異符号っていうことは？

5054 Ku: プラスとマイナスにならないといけない。

5055 T: そういう風な関係にならないといけないと。

教師は Ku への質問と彼女の答えを含んだ‘まとめ’をつくり出している。最初の部分で、Ku は徐々に、一部ずつ彼女の数学的アイディアを提示することができているが（5044～5054 は III b) 型の例）、最終的には、専門家としての教師が Ku のアイディアの正しく正式な説明をクラス全体に対して付け加えている。（5053～5055 III a) 型の例）

(4) IV 型：生徒による‘まとめ’

一人あるいは複数の生徒が生徒自身の責任

でしかも生徒自身の記述言葉を使って‘まとめ’を提示する。教師はさらなるコメントをしない。このタイプの数学的相互作用の過程では、教師と生徒の社会的役割が入れ替わる：生徒（何人かの生徒と一緒に）は、数学的な説明をすることによって、数学的問題に対する自らの要約をつくり出す。しばしば、生徒は黒板でクラスを前にして教師の役割を担い、黒板に書くなどして説明する。クラス全体はこの生徒の発言あるいは発表に心を集中するのである。教師は付加的なコメントを控え、クラスの生徒たちは、この「数学的な問いを説明する専門家として」前にいる生徒に心を集中する。

次は、生徒 Is が $(-12) \div (+4)$ の計算の仕方を座席で説明し始めた場面である。

5056 Is: はい。数直線でゼロからマイナス12まで

5057 T: ゼロからマイナス12。こっち側でいいですかね？（黒板に直線を書き、右寄りにゼロの目盛りと「0」まで書いた。）はい。あつ、じゃあ Is くん（板書を止め、Is を前に出てくるように促す）、図とかちよつと先生と感覚違うかもしれないんで。（教師は、教室の後ろへ移動し、後ろから見ている。Is は黒板の前に出てくる。数直線に目盛りをつけ、5ごとに大きな目盛りをつける。）

5058 T: (Is は黒板に数直線を書いている) よく見てな、Is くんがどういう風に数直線を描くのかとかね。(Is は-5と-10と-12だけ数を記入し、説明を始める)

5059 Is: で、えーと、まず、このゼロからマイナス12までが（数直線の-12から0までを赤チョークでなぞる）、このマイナス12で、（板書の「 $(-12) \div (+4)$ 」の「-12」のところが右手で指しながら）それを+4つに、4つに分けて、4つに分けると、（黄色チョークで、-3、-6、-9、-12の目盛りに重ねて、やや大きな目盛りをつける）4つに分けると、4つに分けたときの1つ分が、マイナス3だったので、「マイナス3だったので」と言いながら、数直線の0から-3の目盛りまでに括弧を付け、その間に-3と黄色チョークで書く。）、答えがマイナス3になりました。（教師に目配せをして、席に戻る。）

5060 T: どうですか？他の人？（教師は教室の後ろにいたまま。）よござんすか？大丈夫？（言いながら、教室の前へ移動していく。）さっきは出てこなかったけど、また、新しい、ね、こういうんでもできるんじゃないかというのが出てきてるね。はい。

Is の例では、教師は最初 Is と一緒に典型的な教師主導の‘まとめ’を始めるのであるが、

驚くべきことに、教師は突然これを停止し、Is に黒板に来て説明するように案内するのである。教室における立ち位置を伴うこの社会的な役割の変化は非常に明らかであり、今やクラスの他の生徒たちは教師から、黒板に書き、説明をしているこの「小さな教師 (student-teacher)」である Is へと向きを変える。教師は Is の数学的説明に一切介入をせず、最後にさらなる正式な教師のコメントを付け加えることもしない。ただ、教師によってなされる注意が異なる種類のものである：「よく見てな、Is くんがどういう風に数直線を描くのかとかね。」をするのみである。この教師のコメントは、生徒自身の数学的アイディアを自らの責任で提示するこの生徒の役割を支援するものである。

(5) V 型：生徒による‘まとめ’の省略形

完全なそして詳細な生徒の‘まとめ’は短いものあるいは省略されたものというように変化して現れる場合がある。次の例は、上述の I 型の事例の直前の場面である。Ha は、自分の座席で自らの考え方を説明する。教師はこれ聞きながら、同時に他の生徒にも確認しながら、黒板に彼女の説明を再現した：

5040 Ha: えーと、そういう風に考えると、えーと、
答えの符号がプラスになっているので、そっちの
符号も プラスにならなくちゃいけないので、符
号をプラスにするってことです。

5041 T: どう? Ha さんの説明。何か質問とかあれば、
もう一回説明してほしいとかあれば、あ、どんど
ん聞いていった方が、また次の時間ってわけ
にはいかないからどうだ?

ここで Ha は数学的な論証の型（規範科学としての数学の「べき」の立場の論証）を与えている、彼女はそれを数学的に言語化する（「答えの符号がプラスになっているので、そっちの符号もプラスにならなくちゃいけない」）彼女は依然として自分の席に居続けているが、彼女自身の言葉（形式的な数学的用語を用いていない）で説明を完成させている。この直後、上述の I 型の‘まとめ’が展開される。

5. 分析結果

以上、5 時間目の授業を詳細に分析することを通して、われわれは様々な型の‘まとめ’を再構成してきた。これらは教師による‘まとめ’ (I,II,IIIa) と生徒による‘まとめ’ (IIIb), IV,V) に大別することができる。両者の違いは、教師による‘まとめ’では、数学的説明を担う主体とその知的責任が教師側にあり、生徒による‘まとめ’では、生徒側にあることである。特に、両極ともいえる I 型と IV 型では、この社会的役割の相違は、I 型では教師の権威が数学的説明の正しさを保証するために使われているのに対して、IV 型では生徒に説明者としての役割を保証するために使われるという形でより顕著に現れている。

また、教師による‘まとめ’が、主に授業のねらいに関わる事柄が生徒から示されることを契機として起こっているという事実は重要である。日本の授業において、教師による‘まとめ’がなぜ起こるのかを示唆しているからである。このことはより多くの事例で確かめる必要があるが、日本の教師が授業のねらいを‘まとめ’において明確に示すことが、広く受け入れられ社会的に期待されている‘隠れた事実’と密接に関係している。実際、生徒 Ha によって提出された数学的論証（筆記録下線部を含む「べき」の立場の論証：岩崎 2009 参照。）が、数学的論証の 1 つの典型的な型として重要であることは、われわれ授業研究チームの間で議論され、共有されていたことであった。つまり、教師による‘まとめ’、特に I 型の‘まとめ’は、当然のこと、あるいは社会的に期待された‘よい指導’として為されているということである。

6. 結論—学習指導改善への示唆

‘まとめ’という日本の伝統的な授業に特徴的な概念の役割と評価は、教室における生徒の数学学習として要求される型の潜在的な概念あるいはモデルに基づいて慎重になされね

ばならない。それには(少なくとも)2つの異なる見方が存在しうる。

モデル1:生徒たちは、結局のところ、個々に、数学を自分たち自身の方法で、深く学び理解し、数学の問題・疑問についての最良の正しいアイデアを得なければならない。教室での学習、そして教師の指導はこの目的(個々の生徒の数学的理解)に従い、これに達するために役立つものである。

モデル2:生徒たちは、相互作用的に、他の生徒とのコミュニケーションにおいて、数学的アイデアや理解を相互交渉しながら、数学的に適切かつ理解可能な方法で自ら表現することを学びながら、数学的な論証とそうでないものについての明確なアイデアを一緒に作りあげながら、学ばなければならない。この目的を達成するために、教室における数学の学習は社会的かつ相互作用的な仕事となる。そこには生徒たち自身による、協同の数学的理解と思考が伴い;生徒たち自身のアイデアは教室において作り出され発表されなければならない。生徒たちの責任が重要であるということが明確で、しかも、教師の正式かつ正しい要約が生徒たち自身の数学的思考の代わりを務めることができないということが明確な方法でなされなければならない。

「教室における数学学習」のこれら2つの基本的な潜在的モデルに従えば、「まとめ」の役割はより批判的に検討しなければならない。もしもモデル1を容認するならば、伝統的な形式の「まとめ」は生徒たちの個々の数学的思考を促進するプラス要因である。一方、モデル2を主張するならば、異なる型の「まとめ」を慎重に分析する必要がある。すなわち、モデル2の意味での生徒たちの数学学習過程に対する、これらの「まとめ」の利点と共に限界を慎重に見極めなければならない。モデル2は、学校教育法改正(平成19年6月)に示された表現力の育成等の目的に照らして、日本の数学教育が今後ますます重視すべき見方である。

I型の「まとめ」は、日本の数学指導の盲点である。I型の「まとめ」は、前節で指摘したように、日本の数学教師に広く受け入れられ社会的に期待されているがゆえに、日本の数

学教育が目指すべき方向と葛藤しているにもかかわらず、教師に「この指導こそ当然なものである」と考えさせてしまい、代案となる指導を見失わせてしまうからである。(Stigler & Hiebert 1999, 100)しかしながら、本稿で明らかにしてきたように、われわれが実施した数学教育学研究に基づく授業研究でのエピソードにおける多様な「まとめ」の型の存在は、教師が文化的・社会的制約を制御し、代案となりうる相互作用の型:生徒による「まとめ」(IV型)を受け入れ、自らの学習指導を改善させることを示唆している。

謝辞:本研究は科研費(課題番号:19530792)の助成を受けたものである。

引用及び参考文献

- 1) Voigt, J. (1985). Patterns and Routines in Classroom Interaction, *Recherches en Didactique des Mathematiques*, 6(1), 69-118.
- 2) Bauersfeld, H. (1988). Interaction, Construction, and Knowledge: Alternative Perspectives for Mathematics Education. In D.A. Grouws, T. J. Cooney, D. Jones(Eds.), *Perspectives on Research on Effective Mathematics Teaching*, NCTM, Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, 27-46.
- 3) Steinbring, H. (1989). Routine and Meaning in the Mathematics Classroom. *For the Learning of Mathematics*, 9(1), 24-33.
- 4) Mellin-Olsen, S. (1987). *The Politics of Mathematics Education*. D. Reidel Publishing Company, Dordrecht.
- 5) Stigler, J., W., & Hiebert, J. (1999). *The Teaching Gap*. New York, The Free Press. (澁三郎 訳. (2002). 日本の算数・数学教育に学ぶ. 教育出版.)
- 6) Simizu, Y. (2007). Aspects of Mathematics Teacher Education in Japan: Focusing on Teachers' Roles, *Journal of Mathematics Teacher Education*, 2, 107-116.
- 7) Fujii, T. Kumagai, K., Shimizu, Y. & Sugiyama, Y. (1998). A Cross-cultural Study of Classroom Practices based on a Common Topic, *Tsukuba Journal of Educational Study in Mathematics*, 17, 185-194.
- 8) Balacheff, N. (1990). Towards a Problématique for Research on Mathematics Teaching, *Journal for Research in Mathematics Education*, 21(4), 258-272.
- 9) 岩崎 浩. (2009). 数学に固有の論証の一形式としての「べき (should be)」: 数理哲学的位置づけと教室におけるその発生と展開, 全国数学教育学会 第29回研究発表会発表資料.