HEINZ STEINBRING

Zur Professionalisierung des Mathematiklehrerwissens

Lehrerinnen reflektieren gemeinsam Feedbacks zur eigenen Unterrichtstätigkeit

Mathematische Lernprozesse werden zunehmend als aktive Wissenskonstruktionen der Schülerinnen und Schüler begriffen, wobei diese selbst aktiv werden, Entdeckungen vornehmen und durch gemeinsame Reflexion verallgemeinerte Einsichten gewinnen. Analog hierzu sollte auch die mathematische Unterrichtstätigkeit der Lehrerinnen über die kooperative Vorbereitung hinaus expliziter Gegenstand ihrer gemeinsamen Reflexion werden, um so unterschiedliche Rückmeldungen, Beobachtungen und Dokumente aus dem eigenen Unterrichtsgeschehen analysieren zu können. In diesem Beitrag werden Beispiele aus der universitären Lehrerausbildung und aus der Unterrichtspraxis (in der Primarstufe) vorgestellt, bei denen es um die Initiierung gemeinsamer Reflexionen von Studierenden bzw. Lehrerinnen über Feedbacks zur eigenen Unterrichtstätigkeit geht.

1 Einleitung: Mathematik und Unterrichten – die wesentlichen Komponenten der Mathematiklehrertätigkeit

Die Profession des Lehrens von Mathematik ist durch zwei wesentliche Merkmale gekennzeichnet: Durch die Tätigkeit des Unterrichtens und durch den unterrichteten Inhalt, die Mathematik. Auf den ersten Blick erscheint dies als eine unmittelbare Selbstverständlichkeit. Und dies wird es bleiben, wenn im Hinblick auf die Ausbildung künftiger Lehrerinnen und Lehrer und für die alltägliche Praxis des Mathematikunterrichts davon ausgegangen wird, dass das mathematische Wissen mehr oder weniger als ein fertiger Stoff dem Lehrer zur Verfügung steht und Unterrichten als eine bloße Routinetätigkeit der Übergabe des vom Lehrer methodisch aufbereiteten mathematischen Wissens an seine Schülerinnen und Schüler verstanden wird.

In der wissenschaftlichen mathematikdidaktischen Diskussion werden diese Positionen inzwischen nicht mehr so einseitig vertreten, doch kann man sich ihnen unter den Bedingungen der aktuellen Unterrichtspraxis mit den dort bestehenden Erwartungen, die Lehrende und Schüler wechselweise haben, auch nicht so ohne weiteres entziehen.

Die mit diesen zwei wesentlichen Merkmalen des Lehrens von Mathematik verbundenen Probleme lassen sich in essentieller Weise jeweils als ein relativer Gegensatz zwischen zwei Polen beschreiben:

- Die Unterrichtstätigkeit ist der Spannung zwischen unmittelbarer Involviertheit und kritischer Distanzierung der Lehrerin unterworfen (Seeger 1998; Seeger & Steinbring 1992). Im aktuellen Unterrichtsgeschehen ist die Lehrerin in die Interaktion mit ihren Schülerinnen und Schülern direkt eingebunden und kann nicht gleichzeitig die Rolle einer distanzierten Beobachterin des Geschehens spielen. Die Entwicklung der Unterrichtstätigkeit erfordert jedoch gerade auch ein kritisches Nachdenken und damit eine Distanz, aus der her die eigene Tätigkeit überdacht werden kann.
- Als Wissenschaft ist die Mathematik, und damit letztlich auch die Schulmathematik, ein konsistenter, korrekter und fertig ausgearbeiteter Wissensbestand. In dieser Funktion ist das fertige mathematische Wissen eine notwendige Komponente des professionellen Lehrerwissens, jedoch ist es nicht schon selbst und unverändert der eigentliche Gegenstand des Unterrichts. In der unterrichtlichen Interaktion entsteht und entwickelt sich erst das mathematische Wissen zusammen mit den Schülerinnen und Schülern, gewissermaßen neu und eigenständig. Die fertig ausgearbeitete Mathematik ist somit kein unabhängiger Input des Lehrers in den Unterrichtsprozess, die dann durch Verarbeitungsprozesse der Schüler zu einem angeeigneten Output werden könnte.

In der wissenschaftlichen didaktischen Diskussion ist versucht worden, diese wesentlichen Pole der Unterrichtstätigkeit zwischen **unmittelbarer Involviertheit** und **kritischer Distanz** und des mathematischen Wissens zwischen **fertigem Produkt** und **interaktivem Prozess** (Freudenthal) unter verschiedenen Perspektiven und mit verschiedenen Begriffen zu beschreiben, zu analysieren und produktiv umzusetzen.

So wird in der Diskussion um das Theorie-Praxis-Problem in der Mathematikdidaktik die Rolle des Lehrers und der Unterrichtstätigkeit als die eines Moderators, Initiators und Unterstützers von Lernprozessen der Kinder beschrieben (Seeger & Steinbring 1992; Steinbring 1994; Verstappen 1988). Des Weiteren wird in wissenschaftlichen Arbeiten zur Lehreraus- und -fortbildung auf Besonderheiten des professionellen Lehrerwissens und der Lehrertätigkeit im Unterschied zu anderen Berufen hingewiesen, etwa auf die große Komplexität und Vielfalt der beteiligten Wissenskomponenten des Lehrerberufs (AG Mathematiklehrerausbildung 1981; Bromme 1994; Otte 1979; Otte, Reiß & Steinbring 1977; Steinbring 1998a), zudem auf die erforderliche sensible Reflexion von Unterrichts- und Lernprozessen (Krainer 1996; Krainer & Posch 1996) und auch auf die Entwicklung von Bewusstheit der Lehrerinnen in ihrer Ausbildung und später in der alltäglichen Praxis über fachliche, didaktische und unterrichtspraktische Bedingungen des Lernens und Lehrens von Mathematik (Selter 1995).

Die Spannung, in der sich der Unterrichtsgegenstand – das mathematische Wissen – befindet, wird wesentlich in der Freudenthalschen Kennzeichnung von Mathematik als Produkt und Prozess (Freudenthal 1973) zum Ausdruck gebracht. Unter anderem wird dieser wichtige prozessuale Charakter mathematischen Wissens beispielsweise durch eine an der Geschichte der Mathematik orientierte Beschreibung der Entwicklung des Wissens im Kontrast zu einer statischen Deutung der fertigen Mathematik herausgearbeitet (AG Mathematiklehrerausbildung 1981). Wittmann trifft die Unterscheidung zwischen der hoch spezialisierten wissenschaftlichen Disziplin Mathematik und der inhaltlich orientierten, gesellschaftlich vielfältig relevanten MATHEMATIK, die er mit Großbuchstaben schreibt (Wittmann 1992). Mit dem Begriffspaar „Wissen und Meta-Wissen" (AG Mathematiklehrerausbildung 1981) soll deutlich gemacht werden, dass für Zwecke des Lehrens und Lernens von Mathematik eine bewusst getroffene Unterscheidung zwischen dem fertigen Wissen und einer distanzierten Reflexion über epistemologische Konstruktionsbedingungen des Wissens und der möglichen Vielfalt interaktiver Realisierungen des Wissens notwendig und produktiv ist.

In der mathematikdidaktischen Diskussion wurde während der letzten zwanzig Jahre eine immer differenziertere Sicht auf die beiden wesentlichen Komponenten der Mathematiklehrerprofession, nämlich das Unterrichten und die Mathematik, ausgearbeitet, die den schwierigen und umfassenden Anforderungen der Ausbildung und Praxis der Mathematiklehrerinnen gerecht zu werden versucht.

Zur Zeit wird verstärkt der Blick auf die Bedingungen und Maßnahmen gerichtet, die eine Realisierung dieser Anforderungen an die Entwicklung der beruflichen Tätigkeit des Mathematiklehrers zentral unterstützen und ermöglichen könnten. Unter anderem gibt es Bemühungen, nicht länger nur über mathematisches Wissen in der Schule sowie über Unterrichtsprobleme quasi „im Allgemeinen" nachzudenken, sondern die eigene Unterrichtstätigkeit und die dort zu beobachtende interaktive Konstitution mathematischen Wissens selbst zum zentralen Gegenstand einer gemeinsamen Reflexion zu machen – etwa in der Arbeit mit und zwischen Lehrerstudentinnen oder unter Lehrerkollegen und auch im Gespräch mit Wissenschaftlern.

2 Ein geänderter Aufmerksamkeitsfocus: Das Unterrichten und nicht die Lehrer

Anforderungen und Überlegungen zur Verbesserung der Qualität des Mathematikunterrichts kommen aus unterschiedlichen gesellschaftlichen Bereichen, so z. B. aus den Ausbildungsseminaren der zweiten Phase, der Schulaufsicht, der allgemeinen Unterrichts- und Schulentwicklungsforschung, der Mathematikdidaktik und der universitären Mathematiklehrerausbildung und nicht zuletzt aus der Unterrichtspraxis selbst. Gerade angesichts der Ergebnisse von TIMSS und PISA wird die Diskussion um konkrete Verbesserungsmaßnahmen zusehends expliziter. Dabei tauchen in unterschiedlichen Katalogen u. a. auch solche Anforderungen auf, die eine gemeinsame Reflexion der eigenen Unterrichtstätigkeit verlangen.

Zum Beispiel findet sich in der Veröffentlichung „Qualität als gemeinsame Aufgabe – Schriftenreihe des MSWWF, Nr. 9092" folgende Darstellung: „Die individuelle Entwicklung und Verbesserung der eigenen Lehrertätigkeit muss sich verbinden mit der Entwicklung von Teamarbeit und innerschulischer Kooperation. Diese konkretisiert sich in der gemeinsamen Entwicklung veränderter Unterrichtskonzepte, gegenseitigen Hospitationen, regelmäßigen wechselseitigen Rückmeldungen, gemeinsamer Unterrichtsvorbereitung und Unterrichtsreflexion, der Arbeit von Klassen- und Jahrgangsstufenteams, von Fach- und Bildungsgangkonferenzen sowie von Abteilungs- und Lehrerkonferenzen." Es wird erkennbar, dass die Schulaufsicht die Verbesserungsanforderungen eher als einen formalen, umfassenden Maßnahmenkatalog begreift und keine inhaltlich ausgearbeitete und Prioritäten setzende Bewertung von Verbesserungsmaßnahmen vornimmt – insbesondere, da die notwendige Wechselbeziehung zwischen Unterrichtstätigkeit und dem Unterrichtsgegenstand, hier der Mathematik, völlig außen vor bleibt.

Einige der hier aufgelisteten Forderungen werden von Lehrerinnen in jahrgangsübergreifenden Kooperationen wie selbstverständlich aufgegriffen. So gibt es etwa an Grundschulen beispielhafte Modelle von schulinternen Lehrerfortbildungen, die sich auf die Präsentation und gemeinsame Bearbeitung neuer bzw. veränderter Materialien sowie Arbeitsformen konzentrieren. Demgegenüber sind gegenseitige Beobachtungen des Unterrichts von Kolleginnen und gemeinsame Analysen von videografierten Episoden aus dem eigenen Unterricht ungewöhnliche Reflexionsgegenstände für Lehrerinnen im Rahmen von praxisorientierten Projekten oder von Fortbildungen. Dazu müssten den Lehrerinnen auch die entsprechenden organisatorischen Möglichkeiten im Stundenplan bereitgestellt werden.

Sieht man sich neuere Publikationen aus der Schulentwicklungsforschung an (zum Beispiel Altrichter et al. 1998; Horster & Rolff 2001; Rolff 1995; Terhart 2000; Terhart 2001), so handelt es sich hier meist um wissenschaftlich begründete, umfassende Konzepte zu den fachlich unabhängigen, professionellen Aspekten der Lehrertätigkeit; darunter werden dann auch – häufig als eine Randbemerkung – Forderungen nach „Feedbacks auf der Grundlage gegenseitiger Unterrichtsbesuche" oder der verstärkte Bezug auf die „Ebene des Handelns im Klassenzimmer" formuliert. In gemeinsamer Orientierung mit gewerkschaftlichen Positionen im Anschluss an PISA fordert H.-G. Rolff u. a die Schaffung von professionellen Lerngemeinschaften (sog. PLGs), d. h. von kleinen Gruppen kooperierender Lehrerinnen eines Kollegiums. „Ihre Hauptkennzeichnung ist eine doppelte: Sie sind zum einen strikt auf die Verbesserung von Schülerleistungen bezogen, und sie sind zum anderen dezidiert auf die professionelle Entwicklung ihrer Mitglieder bedacht nach dem Motto ‚Lehrer als Lerner'. ... Lehrer als Lerner verstehen sich als solche, die voneinander ... und miteinander, also in einer professionellen Gemeinschaft, lernen" (Rolff, in E&W, 12, 2001, S. 14). In der Folge der schlechten Ergebnisse von TIMSS und aktuell von PISA stellt Baumert, der deutsche PISA-Verantwortliche, in vergleichbarer Weise medienwirksam folgende Forderung als eine wesentliche Maßnahme zur schulinternen Qualitätsverbesserung auf: „Lehrer, die das gleiche Fach unterrichten, müssen ... sich im Unterricht besuchen. Ein Chirurg lässt sich doch auch beim Operieren zuschauen. Wenn es neue Techniken gibt, schauen sich die Kollegen seine Schnitte am Monitor an. ... Warum soll ein Lehrer seinen Unterricht nicht ... aufnehmen lassen und die Aufnahmen mit seinen Kollegen besprechen?" (Die Zeit, Nr. 50, 2001, S. 47).

So notwendig und begrüßenswert alle diese Forderungen aus Sicht der Bildungs- und Schulentwicklungsforschung sind, sie besitzen ein entscheidendes Manko und stellen nur eine Seite des Problems dar. Sie konzentrieren sich ausschließlich auf die Seite der pädagogischen Maßnahmen und Methoden der Unterrichtstätigkeit und lassen den eigentlichen Gegenstand, den Unterrichtsinhalt Mathematik, außer Acht. Dabei wird übersehen, dass ganz im Sinne der oben angestellten Überlegungen die Mathematik nicht als ein fertig ausgearbeiteter Stoff unverändert und reibungslos in die Unterrichtstätigkeit eingehen kann und darf, sondern der Inhalt Mathematik wird zu einer wirkungsvollen und zur Tätigkeit des Unterrichtens und Lernens komplementären Größe. Die Unterrichtstätigkeit determiniert nicht einfach die Rolle des mathematischen Wissens, auch umgekehrt wird durch das mathematische Wissen die Art des Unterrichtens und Lernens mitbestimmt.

Eine Perspektive auf die Verbesserung des Mathematikunterrichts, in der die Wichtigkeit beider Komponenten, der Mathematik und des Unterrichtens, berücksichtigt wird, ist u. a. in „The Teaching Gap" von Stigler und Hiebert (1999) dargestellt worden. So wird die besondere Natur des mathematischen Wissens als eine Ursache unterschiedlicher Unterrichtsmuster thematisiert (Stigler & Hiebert 1999, S. 89). Ob Mathematik eher als ein Produkt oder als ein Prozess angesehen wird – um mit Freudenthal zu sprechen – ist wesentlich für die Art und Weise der jeweiligen Unterrichtstätigkeit und für das Lernen der Kinder. Eine wesentliche Überlegung von Stigler und Hiebert besteht in der Kennzeichnung des Unterrichtens als einer kulturellen Aktivität. Dies bedeutet, dass die Unterrichtstätigkeit nicht ausschließlich als eine Kollektion von verschiedenen, elaborierten und wohldefinierten Techniken aufgefasst oder gar erlernt werden könnte; wie andere kulturelle Tätigkeiten auch kann Unterrichten nicht durch feste Regelwerke oder strikte Gebrauchsanweisungen angeeignet werden, sondern diese Tätigkeit erwirbt man sich zum großen Teil durch Teilhabe, Miterleben und Einüben im sozialen Kontext des Unterrichtens mit Kollegen. Des Weiteren betonen Stigler und Hiebert, dass Unterrichten ein System darstellt: „Teaching is a system. It is not a loose mixture of individual features thrown together by the teacher. ... This is a very different way of thinking about teaching. It means that individual features make sense only in terms of how they relate with others that surround them. It means that most individual features, by themselves, are not good or bad. Their value depends on how they connect with others and fit into the lesson" (Stigler & Hiebert 1999, S. 75).

Vor dem Hintergrund dieser Überlegungen begründen die Autoren dann eine ihrer zentralen Prinzipien zur Verbesserung des Mathematikunterrichts: eine Umorientierung von der Aufmerksamkeit darauf, was den so genannten „guten Lehrer" ausmacht auf die bewusste Wahrnehmung und gemeinsame Reflexion alltäglicher Unterrichtstätigkeiten. Dieses Prinzip kennzeichnen sie schlagwortartig mit: „Focus on Teaching, Not Teachers". Es stellt zum einen das wesentliche professionelle Mittel zur Verbesserung des alltäglichen Mathematikunterrichts dar und soll zum anderen helfen, das „kollektive Gedächtnis" der Lehrerprofession aufzubauen und am Leben zu erhalten, da ansonsten gelungene Unterrichtsereignisse mit dem Ausscheiden guter und engagierter, aber individuell und isoliert arbeitender Lehrerinnen und Lehrer aus dem Schuldienst auch aus dem professionellen Wissensbestand der Lehrer verschwinden.

3 Wechselwirkungen zwischen mathematischem Wissen und Unterrichtstätigkeit – Beispiele zur Lehrerbildung aus Hochschule und Unterrichtspraxis

Der Weg der Ausbildung von jungen Studierenden bis zu einer „fertigen" Mathematiklehrerin mit dem Ziel der Entwicklung einer professionellen Unterrichtskompetenz kann in verschiedener Weise konzipiert und modelliert werden. Eine Idealvorstellung ist die, dass alle wissenschaftlichen und praktischen Einzelbestandteile der komplexen Unterrichtstätigkeit identifiziert werden, und diese in einem zeitlichen Ablaufplan organisiert und dann den Studierenden und Referendarinnen vermittelt werden. Die einzelnen, wohlbestimmten Bausteine werden nach und nach aufeinander gesetzt und am Ende ergibt sich durch das fertige Gebäude aus theoretischen und praxisnahen Elementen die angezielte Unterrichtskompetenz. Gegenüber dieser Baustein-Theorie, wonach sich die Unterrichtskompetenz Schritt für Schritt aus einzelnen Elementen zusammensetzt, man also durch die einzelnen Elemente das System der Unterrichtstätigkeit erzeugen will, lässt sich die Ausbildung auch vom System der Unterrichtstätigkeit her konzipieren. Nicht die Summe der einzelnen Elemente erzeugt das System, sondern das System der Unterrichtstätigkeit ist mehr als die Summe ihrer Elemente und eröffnet eine veränderte Sicht auf die Vernetzungen und Beziehungen der Elemente dieser Tätigkeit untereinander.

Die hier allgemein skizzierte Perspektive, vom System der Unterrichtstätigkeit her die Ausbildung zu organisieren, darf nicht in dem Sinne missverstanden werden, dass sofort für die Anfängerin die mathematische Unterrichtstätigkeit in ihrer vollen Komplexität der Ausgangspunkt ihrer wissenschaftlichen und praktischen Ausbildung sein kann. Vom System her zu denken und sich nicht auf die einzelnen Elemente zu beschränken heißt hier, dass es auf allen Ebenen der Ausbildung Tätigkeiten gibt, die als Systeme betrachtet werden sollten:

- die Tätigkeit des eigenen Lernens von Mathematik und didaktischem Fachwissen,
- die Tätigkeit der Beobachtung und Analyse von Lern- und Verstehensprozessen der Kinder,
- die Tätigkeit des (erprobenden) Unterrichtens von Mathematik.

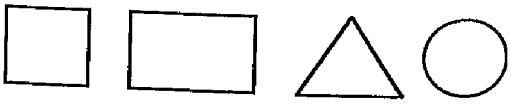
Diese Tätigkeiten müssen zum einen durchgeführt werden bzw. einfach erfolgen und zum anderen müssen sie zugleich reflektiert werden. Damit kommen wiederum die fundamentalen Konzepte von „Involviertheit und Distanz", von „Prozess und Produkt" oder von „Wissen und Meta-Wissen" zum Tragen. Die eigenen Lern-, Beobachtungs- und Unterrichtstätigkeiten sollen kein blindes, rezeptgeleitetes Tun sein, über sie muss in Distanz oder von einem Metastandpunkt her reflektiert werden. Wesentlich ist, dass diese Reflexionen nicht dem Einzelnen selbst als seine Privatangelegenheit überlassen bleiben darf, sondern dass eine gemeinsame explizite Reflexion über diese Tätigkeiten für das professionelle Lernen unerlässlich ist.

Wie eine systemisch verstandene Entwicklung der Lerntätigkeit von mathematischem und didaktischem Fachwissen in der ersten Ausbildungsphase für Grundschullehrerinnen konzipiert sein könnte, hat zum Beispiel Christoph Selter in seiner Arbeit: „Entwicklung von Bewusstheit – eine zentrale Aufgabe der Grundschullehrerbildung" (1995) dargestellt. Im Folgenden sollen mit Hilfe von kurzen Beispielen wesentliche Aspekte einer systemischen Sicht auf die Tätigkeit der Beobachtung von kindlichen Lernprozessen und die Tätigkeit des eigenen Unterrichtens von Mathematik dargestellt werden. Das Hauptaugenmerk ist hierbei auf die Wechselbeziehung zwischen der jeweiligen Tätigkeit – z. B. klinische Interviews mit Kindern, mathematische Unterrichtsexperimente, alltägliches Unterrichten – und dem Inhalt der Tätigkeit, dem sich interaktiv entwickelnden mathematischen Wissen, gerichtet.

3.1 Gemeinsame Reflexionen über eigene Lern-Tätigkeiten – Beispiele aus der ersten Ausbildungsphase

Im Rahmen der Ausbildung von Lehramtsstudierenden für die Primarstufe gibt es an der Universität Dortmund spezielle Veranstaltungen, in denen die Durchführung und Reflexion von Beobachtungen kindlicher Verstehensprozesse sowie von eigenen Unterrichtsprozessen im Mittelpunkt stehen. So führen die Studierenden zum Beispiel in der vierstündigen Veranstaltung „Mathematiklernen in der Primarstufe" eigene kleine Unterrichtsexperimente bzw. klinische Interviews durch, die videografiert, zum Teil transkribiert und ansatzweise analysiert werden, um dann im Rahmen einer Seminarpräsentation gemeinsam mit allen Teilnehmerinnen diskutiert zu werden. Diese Seminararbeit basiert auf einer theoretischen Einführung in die Grundlagen der Epistemologie mathematischen Wissens und damit verbundenen wichtigen Aspekte von Lehr- und Lerntheorien sowie methodischen Vorgehensweisen bei qualitativen Analysen mathematischer Interaktionsprozesse. Diese Veranstaltung ist eine notwendige Voraussetzung für die Studierenden, die ihre schriftliche Examensarbeit im Bereich „Mathematikdidaktik" schreiben wollen.

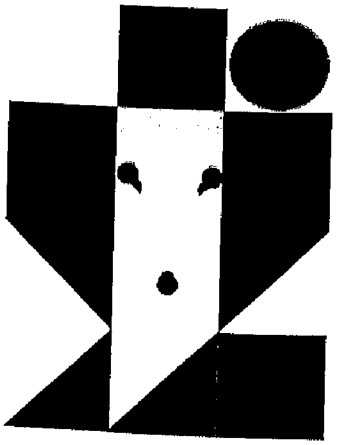
1. Beispiel: Elementare geometrische Figuren erkennen (1. Klasse)
Eine Gruppe von drei Studierenden hat für ihr Unterrichtsexperiment (im Rahmen der Veranstaltung „Mathematiklernen in der Primarstufe") in einer ersten Grundschulklasse Erprobungen zur Einführung in erste geometrische Figuren vorgenommen. Es wurden die geometrischen Figuren Quadrat, Rechteck, Dreieck und Kreis an die Tafel gezeichnet und benannt sowie nach wahrnehmbaren Eigenschaften besprochen.



Später in der Unterrichtsstunde wird den Kindern das Bild „Die schöne Geisha" gezeigt; sie sollen geometrische Figuren entdecken und benennen. Im folgenden kurzen Ausschnitt geht es in der Interaktion um die Frage, welche Figur das schwarze Trapez „links" sein könnte bzw. welche bekannten Figuren hierin enthalten sind.

Unterrichtsepisode:
„Welche geometrischen Figuren stecken in den schwarzen Flächen?" (1. Klasse)

Aus welchen Formen ist „die schöne Geisha" entstanden?



41 Lehrerin: ... *Was für ein Dreieck siehst du denn noch?*
Christoph kommt nach vorn zum OHP und zeigt auf der Folie auf das weiße Dreieck zwischen dem schwarzen Viereck und dem roten Rechteck, rechts außen.

42 Lehrerin: *Das weiße Dreieck gibt es auch noch, ja. Judith?*
Judith kommt nach vorn zum OHP und zeigt auf der Folie auf das weiße Viereck oben links außen.
43 Judith: *Ein Viereck.*
44 Lehrerin: *Da ist noch ein Viereck, das weiße ja. Also ich sehe noch bunte Formen. Also wir hatten das blaue Dreieck, wir hatten das grüne Dreieck, wir hatten das rote Rechteck, das schwarze Viereck, wir hatten einen blauen Kreis und wir hatten weiße Figuren. Ich sehe aber noch schwarze Figuren. Wer sieht das denn? Patrizia?*
Patrizia kommt nach vorn zum OHP und zeigt auf der Folie auf die schwarze Figur links außen.
45 Lehrerin: *Das siehst du noch, ja das sehe ich auch und was ist das?* Patrizia überlegt.
46 Lehrerin: *Wer kann der Patrizia helfen? Anja?*
47 Anja: *Das ist ein Viereck.*
48 Lehrerin: *Das ist ein Viereck. Ja, wo ist denn da ein Viereck? Zeichnest du uns das mal ein, wo das Viereck ist?*
Anja kommt nach vorne zum OHP und will auf der Folie das ganze schwarze Viereck einrahmen. Lehrerin stoppt Anja.
49 Lehrerin: *Machst du da einfach mal so nen Strich durch.*
Anja zeichnet auf der Folie willkürlich einen Strich durch das schwarze Viereck.
50 Lehrerin: *Ist das jetzt ein Viereck?* (zeigt dabei auf die halbierte Figur)
Lehrerin wischt den Strich wieder weg, nimmt Anja den Stift aus der Hand und zeigt damit auf die oberen drei Ecken. Der vierte Eckpunkt des Vierecks wird von Anja in der unteren Spitze gesehen. Anja zeigt darauf, aber die Lehrerin deutet auf einen anderen. Die Lehrerin meint den „unsichtbaren" Eckpunkt, der das Viereck in ein Quadrat und ein Dreieck unterteilen würde.
51 Lehrerin: *Ich mach das mal für dich.*
Lehrerin zeichnet einen Strich durch das Viereck, so dass dieses in ein Quadrat und ein Dreieck geteilt wird. Lehrerin geht danach zur Tafel und zeigt auf der Leinwand auf die Linie.
52 Lehrerin: *Sieht man das? Da ist ein Viereck, hat Anja richtig gesagt. Hier sind die vier Ecken.*
Lehrerin zeigt dabei auf die vier Ecken des entstandenen Quadrats.
Und was ist das denn dann, was da über bleibt in der komischen Figur?
Lehrerin zeigt dabei auf die untere Hälfte des Vierecks.
Nicole?
53 Nicole: *Ein Dreieck.*
54 Lehrerin: *Ein Dreieck ist das ne …*

Diese kurze Unterrichtsepisode bietet viele Analysemöglichkeiten, sowohl im Blick auf kommunikative Muster der Interaktion als auch im Blick auf die interaktiv konstituierten Deutungen des mathematischen Wissens. Es kann hier keine ausführliche epistemologisch orientierte qualitative Analyse dieser Szene erfolgen; sie soll hier vornehmlich als Illustration dazu dienen, wie sie Gegenstand der Reflexion eigener Unterrichtstätigkeit werden kann.

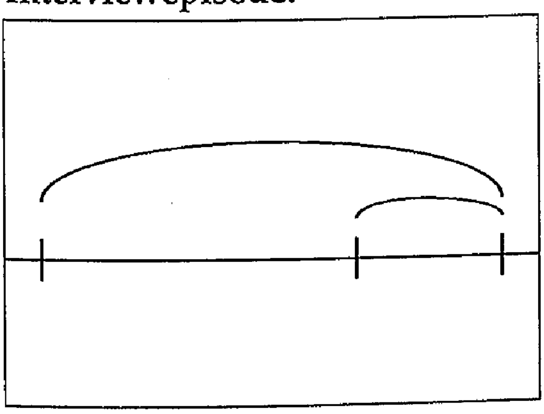
Bei der Präsentation dieser Unterrichtsszene hat es gerade hierzu eine differenzierte, produktive Diskussion und Reflexion im Kreise der Seminarteilnehmerinnen gegeben. Die Schülerin Anja reagiert in dieser Episode auf die Aufforderung der Lehrerin mit der Antwort: (47) „Das ist ein Viereck." An dieser Stelle ist noch ganz offen, ob die gesamte Figur – das linke schwarze Trapez – von Anja als Viereck gesehen wird, oder nur ein Teil davon. Es gibt Hinweise dafür, dass Anja die gesamte Figur gemeint haben könnte. Die Lehrerin lenkt jedoch schnell die Aufmerksamkeit auf ihre vorher festgelegte Intention, nämlich in dieser Figur ein Viereck – genauer ein Rechteck oder gar ein Quadrat – sowie ein restliches Dreieck zu sehen.

Einerseits wurde in der gemeinsamen kritischen Reflexion der mögliche, wesentliche Unterschied in den Intentionen der Schülerin Anja und der Lehrerin herausgearbeitet; die Lehrerin habe zu schnell ihre Intention durchgesetzt und die Schülerin zu wenig eigene Ideen erklären und verdeutlichen lassen. Des Weiteren wurde ausführlich darüber diskutiert, welche Chancen es möglicherweise gegeben hätte, wenn Anja die gesamte schwarze Figur als ein Viereck gekennzeichnet hätte. Die zu Beginn der Stunde vorgestellten einfachen Figuren stellten ein Quadrat und ein Rechteck dar, also spezielle Vierecke. Mit der neuen schwarzen Fläche hätte es ein allgemeineres Viereck, eine ebene geometrische Figur mit vier Ecken gegeben. Hier wäre möglicherweise durch die Antwort und Erklärung von Anja, ja vielleicht sogar verstärkt durch die Lehrerin, ob die gesamte Figur ein Viereck sei, eine produktive Situation entstanden, die eine weitere inhaltliche Deutung der elementaren Eigenschaften von Figuren unterstützt hätte.

Gerade die bekannten Schwierigkeiten der Unterscheidung geometrischer „Verwandschaftsbeziehungen" wie ein „Quadrat ist ein Viereck" oder „Ein Viereck ist nicht notwendig ein Quadrat" erfordern zu ihrem Verständnis eine inhaltliche Diskussion geometrischer Eigenschaften und sind nicht allein durch das Erlernen korrekter Bezeichnungen gelöst. In dieser Hinsicht kann zudem die Bezeichnung der Lehrerin in dieser Episode, nämlich das abgetrennte Quadrat wird Viereck genannt – was letztlich mathematisch korrekt ist – für einige Kinder jedoch verwirrend sein; denn die gesamte schwarze Fläche wird nicht als ein (allgemeineres) Viereck zugelassen bzw. eingeführt, jedoch wird das spezielle Viereck – das abgetrennte Quadrat – kurz als Viereck bezeichnet.

2. Beispiel: Arithmetische Aufgaben am Rechenstrich darstellen (3. *Klasse)*
Im Rahmen ihrer schriftlichen Hausarbeit hat eine Studierende die Nutzung des Rechenstrichs bei der halbschriftlichen Addition und Subtraktion im Tausender-Raum untersucht. Dazu hat sie klinische Interviews mit Kindern aus einer dritten Klasse durchgeführt. Die Kinder wurden u. a. aufgefordert, vorgegebene Additions- und Subtraktionsaufgaben am Rechenstrich darzustellen und zu erklären. In der 5. Aufgabe – die in der folgenden Interviewszene gestellt wird – werden die Kinder gebeten, zu einem unbeschrifteten Rechenstrichdiagramm eine passende arithmetische Aufgabe zu finden.

Interviewepisode:



„Welche Rechenaufgabe kannst Du zu diesem Rechenstrich finden?" (3. Klasse) Die Interviewerin legt Vanessa ein unbeschriftetes Rechenstrich-Diagramm vor (siehe Abbildung links). Die Schülerin soll dazu eine passende Aufgabe entwickeln. Vanessa schlägt die Aufgabe „855 – 404" vor und berechnet sie dann am Rechenstrich.

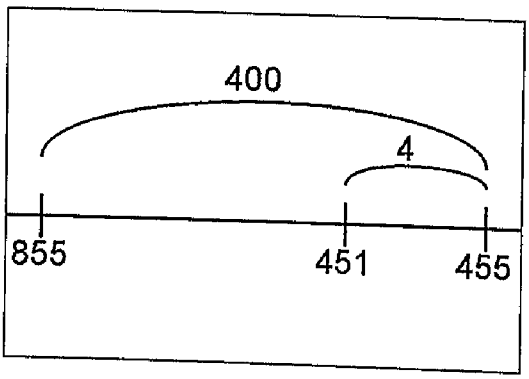
1 I: *Hier hat Anna angefangen, einen Rechenstrich zu zeichnen. Sie ist aber noch nicht ganz fertig geworden. Und du sollst jetzt dieses Bild fortsetzen.* (Folgendes Diagramm ist zu sehen:)

5 I: ... *Du sollst jetzt eine Aufgabe daraus machen.* [Sechs Sekunden Pause]
6 Va: *Was soll ich denn rechnen?* (Va. zuckt mit der Schulter.) *Eins plus eins, zwei plus zwei?*
7 I: *Überleg dir eine Aufgabe zu diesem Bild.* [Fünf Sekunden Pause]...
12 Va: *Kann ich auch rechnen achthundertfünfundfünfzig minus vierhundertvier?*
13 I: *Kannst du auch rechnen.*
14 Va: *Soll ich dann hier anfangen oder da* (Va. zeigt zuerst auf das Ende des Rechenstrichs und dann auf den Anfang)?
15 I: *Was denkst du denn?* ...
16 Va: (Va. hustet.) *Hier* (Va. deutet auf den Anfang des Rechenstrichs.) ...
17 I: *Dann fang doch mal an* ...
18 Va: (Va. setzt den Stift zum Schreiben an.) *Aber dann hab ich ja einmal plus und dann minus.* (Va. zieht in der Luft die Konturen der beiden Bögen nach. Bei dem großen Bogen geht sie von links nach rechts und bei dem kleinen Bogen von rechts nach links.)

19 I: *Mhm.*

20 Va: *Hm, hm, hm, hm, hm, hm, hm, hm, hm.* (Va. schreibt die Zahl 855 unter den ersten Strich auf dem Rechenstrich. Dann notiert sie die Zahl 400 auf dem großen Bogen.) *Vierhundert.* (Sie trägt als Zwischenergebnis die Zahl 455 ein.) *Minus vier.* (Va. schreibt die Zahl 4 über den kleinen Bogen und notiert als Ergebnis die Zahl 451. Folgendes Diagramm ist zu sehen:)

21 I: *Was hast du jetzt gerechnet?*



22 Va: *Achthundertfünfundfünfzig* (Va zeigt auf die Zahl 855 und hustet.) *plus vierhundert* (Va. hustet.) *sind vierhundertfünfundfünfzig, minus vier sind fünf', sind vierhunderteinundfünfzig.*

23 I: *Wie viel sind denn achthundertfünfundfünfzig minus vierhundert?*

Dieser Ausschnitt aus einem klinischen Interview bietet wiederum vielfältige Anlässe und Möglichkeiten zur Analyse, sowohl hinsichtlich der Interaktion zwischen der Interviewleiterin und der Schülerin, als auch hinsichtlich der von der Schülerin benutzten Strategie bzw. der Deutung der von ihr vorgeschlagenen Subtraktionsaufgabe „855 – 404" als einer zum unbeschrifteten Diagramm passenden Aufgabe. Ein Analyse- und Reflexionsgesichtspunkt soll im Folgenden beispielhaft hervorgehoben werden. Im Rahmen der wichtigen Rolle, die Anschauungsmaterialien im Mathematikunterricht der Grundschule für die Entwicklung und Erklärung arithmetischer Operationen und Gesetze spielen, war eine Frage der Untersuchung, in welcher Weise Kinder den Rechenstrich als Grundlage zum Verstehen und zur Erklärung halbschriftlicher Additionen und Subtraktionen (im Tausender-Raum) einsetzen können.

Eine unausgesprochene Annahme dieser Fragestellung war dabei u. a., dass der anschauliche Rechenstrich mehr oder weniger den Kindern direkt zugänglich und verständlich sei, und dass er somit eine illustrative und unmittelbar verständliche Basis zur Erklärung der abstrakten arithmetischen Rechenoperationen sei. Der anschauliche, konkrete Rechenstrich wurde spontan als ein natürlicher Deutungsrahmen für die symbolisch abstrakten, arithmetischen Operationen angesehen. Die Vorgehensweise von Vanessa in diesem Ausschnitt zeigt in exemplarischer Weise, dass die Beziehung zwischen Anschauungsmaterial und arithmetischer Operation von lernenden Kindern nicht unmittelbar so organisiert wird, dass ein scheinbar anschauliches Diagramm, wie der Rechenstrich, ohne Probleme als Erklärung für abstrakte arithmetische Zusammenhänge dienen kann.

Die von der Studierenden durchgeführte ausführliche epistemologisch orientierte Analyse hat verdeutlicht, dass für die Schülerin im Kern eine andere Interpretation vorherrschte: Nicht der scheinbar konkrete, anschauliche Rechenstrich – wie zunächst von der Studierenden angenommen – war für Vanessa die natürliche Basis zur Erklärung der Rechenaufgabe, sondern umgekehrt, die arithmetischen Kenntnisse, worüber Vanessa zu Additions- und Subtraktionsaufgaben schon verfügte, dienten ihr dazu, den noch unvertrauten Rechenstrich in Aspekten zu deuten und zu verstehen. Die Analyse und Reflexion der Strategie und Erklärung der Schülerin Vanessa zeigt somit exemplarisch den möglichen, fundamentalen Unterschied zwischen den spontanen Annahmen darüber auf, was als einfache, direkt zugängliche Erklärungsbasis für abstrakte mathematische Zusammenhänge gelten könnte; die Vorannahmen der Lehrerin bzw. Interviewleiterin können, wie hier geschehen, in direktem Widerspruch zu den tatsächlichen Deutungsweisen der Kinder stehen. Hier erklärt nicht das Anschauungsmaterial die arithmetische Operation, sondern umgekehrt, mit Hilfe der arithmetischen Kenntnisse versucht die Schülerin, ein besseres Verstehen des Diagramms zu gewinnen.

3.2 Gemeinsame Reflexionen über eigene Unterrichts-Tätigkeiten – Beispiele aus der alltäglichen Unterrichtspraxis

Im Rahmen eines etwa dreijährigen praxisnahen Projektes mit Lehrerinnen an einer Grundschule, die in der Planung und Vorbereitung ihres Unterrichts in dritten Klassen seit längerem zusammenarbeiten, sollen Möglichkeiten und Formen der gemeinsamen Hospitation sowie der Reflexion eigener Unterrichtstätigkeiten im Mathematikunterricht erkundet und ausgearbeitet werden. [An diesem Kooperationsprojekt sind eine Grundschule aus dem Kreis Recklinghausen sowie die Universitäten Bielefeld (Prof. Dr. Petra Scherer) und Dortmund (der Autor) beteiligt; es wird im Rahmen des EU-Programms COMENIUS Action 3.1 unterstützt.] Ein Unterrichtsexperiment zum Übergang von halbschriftlichen zu schriftlichen Verfahren der Addition und der Subtraktion im Tausender-Raum wurde von den kooperierenden Lehrerinnen (im März 2002) durchgeführt und von den beteiligten Wissenschaftlern videografiert. Diese Dokumente wurden danach gemeinsam diskutiert und analysiert. Zugleich sollen auf diese Weise systematische, für die Schulpraxis geeignete Vorgehensweisen der gemeinsamen Analyse und Reflexion von Unterrichtstätigkeiten erarbeitet werden. Ein Ziel dieses Projektes ist die Bereitstellung und Erprobung eines praxisnahen qualitativen Analyseverfahrens von eigenem Mathematikunterricht (auf der Basis eines in der didaktischen Forschung entwickelten Analyseinstruments). Auf diese Weise sollen schulinterne Prozesse der kritischen Reflexion von Unterrichtsprozessen positiv unterstützt und im Kontext der kulturellen Bedingungen der Schulpraxis die Unterrichtstätigkeit verbessert werden.

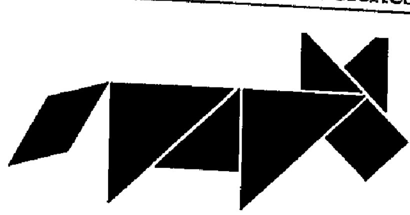
Die Kooperation mit den Lehrerinnen in diesem Projekt hat mit Schuljahresbeginn im August 2001 angefangen. Auf gemeinsamen Treffen sind bisher Vorbesprechungen und Vorbereitungen zum Unterrichtsexperiment erfolgt; die Lehrerinnen haben wechselseitige Hospitationen im Mathematikunterricht durchgeführt; die Erfahrungen aus den Hospitationen und aus Schülerdokumenten mit Bearbeitungen mathematischer Aufgaben sind in der Arbeit mit Lehrerinnen und Wissenschaftlern Gegenstand der gemeinsamen Diskussion und dienen der Vorbereitung des Unterrichtsexperiments.

3. Beispiel: Welche Vorstellungen haben Schulkinder über Mathematik und Mathematiklernen? (3. Klasse)

In der Vorbereitungsphase des Projekts haben sich folgende Schülerdokumente als wertvolle Rückmeldungen an die Unterrichtspraxis erwiesen. Den Kindern wurden zu verschiedenen Zeitpunkten Fragebögen mit Themen wie: „Was weißt du über Anschauungsmaterialien?" oder „Was weißt du zur Zahl Null?" und „Was ist Mathe?" zur schriftlichen Bearbeitung vorgelegt. Es zeigte sich zum einen, dass mit solchen Fragestellungen über die Mathematik, über die Bedeutung der Null oder die Rolle von Anschauungsmaterialien auch für die Kinder ein Meta-Standpunkt vorgegeben wurde, von dem aus sie nicht einfach Mathematik machen, sondern angeregt wurden, über ihre Mathematik nachzudenken. Zum anderen wurden den Lehrerinnen durch die Kinderantworten unerwartete und überraschende Rückmeldungen zu ihrem Unterricht und zu ihren impliziten Absichten und Zielen des Mathematikunterrichts rückgemeldet.

Aus dem Fragebogen „Was ist Mathe?" sollen einige beispielhafte Fragestellungen und Antworten der Schüler diese Form der unerwarteten und produktiven Rückmeldung verdeutlichen. Die Lehrerinnen haben die berechtigte Vorstellung, dass sich die Mathematik in ihrem Unterricht nicht auf das bloße Rechnen mit Zahlen und das Berechnen von Ergebnissen zu arithmetischen Aufgaben beschränkt, sondern vielfältige Aspekte arithmetischer, geometrischer und anwendungsbezogener Art enthält.

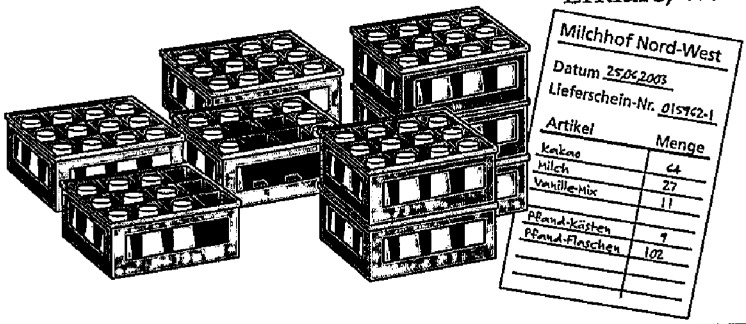
1. Fragestellung: Erkläre bitte, welches der folgenden Beispiele etwas mit Mathe zu tun hat und welches nichts mit Mathe zu tun hat!



Dies hat etwas mit Mathe zu tun.	22
Dies hat nichts mit Mathe zu tun.	36
Beides. Erkläre, warum!	1

Getränke für die Schule.
Prüfe den Lieferschein!

Dies hat etwas mit Mathe zu tun. 53
Dies hat nichts mit Mathe zu tun. 6
Beides. 0
Erkläre, warum!



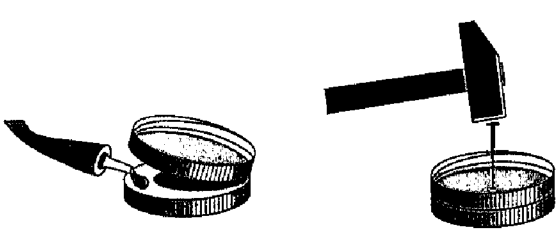
---

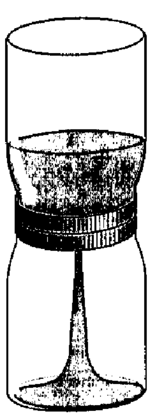
a.	b.
70 − 30 =	81 − 2 ☐ 75
73 − 33 =	81 − 4 ☐ 75
83 − 43 =	81 − 6 ☐ 75
84 − 42 =	81 − 8 ☐ 75
94 − 54 =	81 − 10 ☐ 75

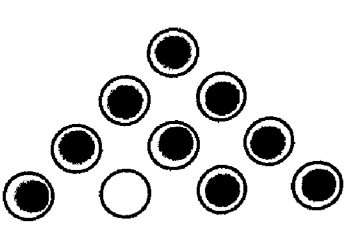
Dies hat etwas mit Mathe zu tun. 59
Dies hat nichts mit Mathe zu tun. 0
Beides. 0
Erkläre, warum!

So kannst du eine Sanduhr bauen, Mutter und Vater helfen dir: Ihr braucht nur 2 Marmeladengläser.

Dies hat etwas mit Mathe zu tun. 8
Dies hat nichts mit Mathe zu tun. 50
Beides. 1
Erkläre, warum!







Springe immer über ein Plättchen auf ein freies Feld. Entferne das übersprungene Plättchen. Am Schluss soll nur 1 Plättchen übrig bleiben.

Dies hat etwas mit Mathe zu tun. 52
Dies hat nichts mit Mathe zu tun. 6
Beides. 1
Erkläre, warum!

Es kann hier keine detaillierte Auswertung der Antworten erfolgen. Die Zahlen geben die angekreuzten Entscheidungen der Kinder wieder, wobei manchmal auch beide Optionen angekreuzt wurden. Interessant sind die Erklärungen der Kinder, aus denen generell hervorgeht, dass wesentlich zwei Kriterien zur Entscheidung herangezogen wurden: Einmal ist es den Kindern wichtig, ob etwas im Mathematikunterricht vorgekommen ist, dann hat es auch mit Mathematik zu tun oder eben nicht; zum anderen hat dann eine Situation mit Mathematik zu tun, wenn sie Zahlen und Aufgaben oder etwas zum Zählen und Rechnen enthält.

Im Folgenden sind zu einigen Fragestellungen exemplarisch einige der Erklärungen wiedergegeben, die die Kinder für von ihnen getroffene Entscheidungen abgegeben haben. Für fast kein Kind hatte z. B. die erste Frage etwas mit Geometrie und damit mit Mathematik zu tun. Wenn überhaupt, dann standen Objekte, die man zählen kann, im Vordergrund.

es hat was mit Mathe zu tu-
-n. weil. es 7 Steine sind und
mann eine Rechne us.w..
4+3=7

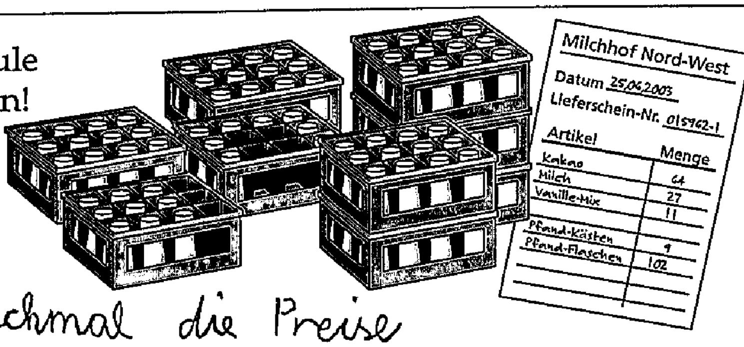
Dies hat nichts mit Mathe zu tun. ☒ Erkläre warum!
Bei diesem Bild sieht nur Vierecken und dreieken.
Da mit kaman nicht Rechnen.

Dies hat etwas mit Mathe zu tun. ☒
Dies hat nichts mit Mathe zu tun. ☒ Erkläre warum! Mathit hat etwas
mit Zalen zutun aber auch was mit Zeichnen. Ein beischpil du
machst ein 3ek dann nim dein Lineal und Mese. die Eken,
also für mich Bedeutet Mathe Zalen aber auch Zeichnen

aber Zeichnen gehört aber nicht nur zu Mathe
es gehört am meisten immer noch zum Schreiben.

Die zweite Situation hatte nur für wenige Kinder nichts mit Mathematik zu tun; denn viele sahen hier wiederum Dinge, die man auszählen kann bzw. versteckte Aufgaben, die man berechnen soll.

Getränke für die Schule
Prüfe den Lieferschein!



Weil man manchmal die Preise zusamen rechnen muss.

Dies hat nichts mit Mathe zu tun. ☒ Erkläre warum! Weil es etwas ist womit man kein Mahte macht. Sondern weil andere das noch trinken wollen.

Der Bau einer Sanduhr gehörte für die meisten Kinder zum Basteln; nur ganz wenige sahen einen Bezug zur Mathematik bzw. zum Sachrechnen, welches sie dann teilweise mit zum Mathematikunterricht rechneten.

So kannst du eine Sanduhr bauen, Mutter und Vater helfen dir: Ihr braucht nur 2 Marmeladengläser.

was sol dasschon mit Mate zutan haben Sant Hama Stift und Breter

Dies hat etwas mit Mathe zu tun. ☒
Dies hat nichts mit Mathe zu tun. ☒ Erkläre warum!

Sann von macke gehört zu Sachkhter... hrmat...

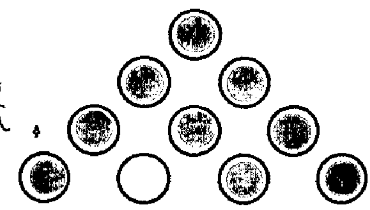
Dies hat etwas mit Mathe zu tun. ☒
Dies hat nichts mit Mathe zu tun. ☐ Erkläre warum!

weil mann mus rechnen wieviel sand in die sanduhr kommt zumbeischpiel 3 Minaten.

Das Spiel mit den Plättchen gehörte für fast alle Kinder deshalb zur Mathematik, weil sie die Plättchen aus dem Mathematikunterricht kannten und somit diese Situation zur Mathematik zugehörig einstuften.

Dies hat nichts mit Mathe zu tun. ☒ Erkläre warum!

Weil das ein spiel ist.



Dies hat etwas mit Mathe zu tun. ☒
Dies hat nichts mit Mathe zu tun. ☐ Erkläre warum!

Weil man mit den Plättchen rechnen kann.

Dies hat etwas mit Mathe zu tun. ☐
Dies hat nichts mit Mathe zu tun. ☐ Erkläre warum! Ich weis es nicht genau weil es ein bischen ein Spiel ist und ein bischen Mathe.

Den Kindern wurden u. a. auch Fragen danach gestellt, ob die Mathematik auch außerhalb der Schule eine Rolle spielt, wie man Mathematik anderen Kindern erklären könnte, oder ob Auswendiglernen oder eigenes Überlegen für die Bearbeitung mathematischer Aufgaben wichtig ist. Die 6. Frage lautete:

6. Was ist für Mathe-Lernen wichtiger?	
Man muss sich selbst anstrengen und üben.	26
oder: Die Lehrerin muss die Mathematik gut erklären.	20
Beides.	10
Erkläre, warum!	
Keine Bearbeitung.	3

Man muss sich selbst anstrengen und üben. Erkläre warum!
„Weil mann hat einen Kopf den mann auch mal benuzen kann."
Die Lehrerin muss die Mathematik gut erklären. Erkläre warum!
„Weil wen die Lerer oder Lererin nicht erklären weis man nicht was man machen muss und wen die das erklären weis man was machen muss."
Beides angekreuzt:
„Weil wenn die Lererin alles gut erklert und sich selber anstren komt man weit im Leben."

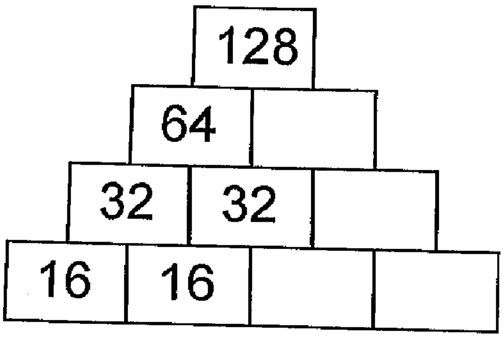
Fragebögen, die Kinder auffordern, eigene Erklärungen und Vorstellungen aufzuschreiben, zum Beispiel *über* die Mathematik, *über* besondere mathematische Begriffe und über Repräsentationen mathematischer Strukturen mit Hilfe von Sachbezügen oder Veranschaulichungsmitteln, stellen gute Möglichkeiten eines produktiven Feedbacks dar. Zum einen sind sie Mittel, das Nachdenken der Kinder über Mathematik zu initiieren, sie eröffnen den Kindern einen Meta-Standpunkt zum eigenen Verstehen und Lernen von Mathematik. Zum anderen zeigen diese Antworten der Kinder den Lehrerinnen, wie ihre Schüler über Mathematik, das Lernen von Mathematik und den Mathematikunterricht denken, und dabei können implizite Erwartungen und Vorstellungen der Lehrerinnen verändert und korrigiert werden. Die Antworten auf solche Fragen können im gemeinsamen Unterrichtsgespräch mit den Kindern dann erneut Anlass sein, über Vorstellungen von Mathematik und Mathematiklernen gemeinsam zu reflektieren. Erst auf diese Weise können explizit Auffassungen und Haltungen zur Mathematik und darüber, was Mathematik und Lernen von Mathematik sein könnte, weiterentwickelt werden, denn ansonsten verbleiben im Alltagsgeschäft des Mathematikunterrichts diese Einstellungen der Kinder zur Mathematik auf der Ebene einer impliziten Erwartungshaltung und man glaubt, dass schon allein das Mathematiktreiben eine produktive, vielfältige Sicht für die Kinder eröffnen und weiterentwickeln könnte.

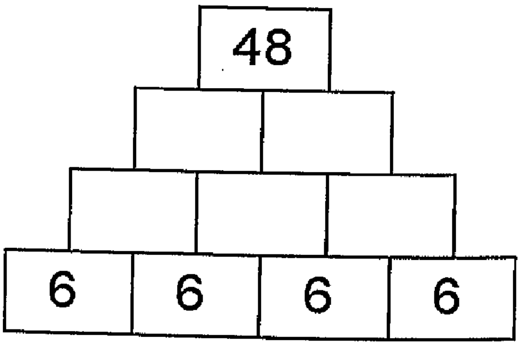
4. Beispiel: Exemplarische Reflexionen über mathematische Unterrichtstätigkeit im Rahmen eines Forschungsprojektes (4. Klasse)

In einem letzten Beispiel wird deutlich, dass die gemeinsame Analyse und Reflexion mathematischer Unterrichtstätigkeiten nicht nur ein Mittel zur Verbesserung der alltäglichen mathematischen Unterrichtsqualität sein kann, sondern dass sich aus Beobachtungen zu mathematischen Lern- und Unterrichtsprozessen auch für die beteiligten Forscher neue Einsichten zur Unterrichtstätigkeit und auch zu Aufgabenstellungen über den elementaren mathematischen Inhalt ergeben können. In einem Forschungsprojekt (siehe Steinbring 2000) wurden spezifische kindgemäße Formen erkundet, mit denen Grundschulkinder (in den Klassen 3 und 4) im Rahmen von produktiven Übungen (Wittmann & Müller 1990; 1992) argumentieren und neue mathematische Wissensbeziehungen konstruieren.

In einem Unterrichtsexperiment zu Zahlenmauern (in einer 4. Klasse) wurde den Kindern für eine Phase der Einzel- und Partnerarbeit ein Aufgabenblatt mit vierstufigen Zahlenmauern ausgeteilt. Die vier Basissteine dieser Mauern waren alle gleich. Die Kinder sollten eine effektive Strategie herausfinden, mit der man in diesen besonderen Zahlenmauern sehr einfach und schnell den Zielstein bestimmen kann. Im Anschluss an die Einzel- und Partnerarbeit wurden verschiedene Strategien von Schülern an der Tafel vorgestellt.

Die Schülerin Hannah erklärt, dass sie von Stufe zu Stufe die Zahlen immer verdoppelt hat: 16, dann 32, dann 64 und schließlich 128 als Zielstein.





Dann stellt Matthi seine Strategie vor; er multipliziert einen Basisstein mit 8 und erhält aus der Multiplikation 6 · 8 = 48 direkt den Zielstein.
Unterrichtsepisode:
„Welche Strategie schlägt Moritz zur Berechnung des Zielsteins vor?" (4. Klasse)

70 L: *Das war der Trick, den Matthi herausgefunden hat. Hat noch jemand einen anderen Trick herausgefunden? Ja!*

71 Mo: (geht zur Tafel) *Wenn man sechs mal sechs hier nimmt. Das sind Zwölf, vierundzwanzig also hier unten und das doppelt,* (zeigt auf die Basissteine, genaueres ist leider nicht zu erkennen) *gibt auch achtundvierzig* (zeigt auf den zehnten Stein).

72 L: *Hhm. Ich glaube das ist sehr ähnlich, wie wir es das gerade hier schon gehört haben.*

73 Mo: *Ja, einfach nur hier unten* (zeigt auf die Basissteine). *Da braucht man da nicht alles schreiben.*

Solche und ähnliche Episoden aus dem Mathematikunterricht sind später z. T. gemeinsam mit den Lehrerinnen, die für das Forschungsprojekt ein kurzes Unterrichtsexperiment durchgeführt haben, diskutiert worden. Auch in der ersten Phase der Ausbildung dienen diese Unterrichtsdokumente zur Einführung in die qualitative Analyse mathematischer Interaktionen. Für diese kurze Episode stellt sich aus epistemologischer Sicht die Frage, ob Moritz – so wie die Lehrerin es andeutet – eine Strategie ähnlich zu den anderen erklärt, oder ob er ansatzweise eine neue Wissensbeziehung in der arithmetischen Struktur Zahlenmauer konstruiert hat. Zu beobachten ist, dass Moritz zweimal explizit auf die vier Basissteine mit jeweils der Zahl 6 hinweist (in 71 und in 73); zum anderen addiert er diese Zahlen mit Hilfe einer Verdopplungsstrategie: 6, 12, 24 und das doppelt ergibt 48 (in 71). Dieses Verdoppeln scheint die Lehrerin vielleicht an die Strategie von Hannah zu erinnern und damit dieser Vorgehensweise ähnlich zu sein. Nimmt man das explizite Zeigen auf die vier Basissteine ernst, deren Summe dann verdoppelt den Zielstein ergeben soll, dann hat Moritz eine neue Strategie im Auge: Das Doppelte der Summe der vier Basissteine ergibt den Zielstein. Auf diese Weise ist für sehr symmetrische Bedingungen der vier Basissteine einer vierstufigen Zahlenmauer im Kern eine neue Wissensbeziehung zwischen Basissteinen und Zielstein von Moritz erkannt und formuliert worden.

Die Analyse dieser kurzen Unterrichtsinteraktion ermöglicht durch wiederholte Beobachtung und sorgfältige Reflexion selbst für das mathematische Wissen eine neue Einsicht, die die im Unterrichtsgeschehen involvierte Lehrerin nicht ad hoc realisieren kann, denn sie kann nicht zugleich eine reflektierende, distanzierte Position einnehmen. Die von Moritz vorgeschlagene Strategie stellt zunächst eine einfache Wissensbeziehung für sehr symmetrische Zahlenmauern dar; diese elementare, unmittelbar einsichtige Strategie erlaubt jedoch sofort zu fragen, für welche vierstufigen Zahlenmauern gilt die Beziehung: „Das Doppelte der Summe der vier Basissteine ergibt den Zielstein?"

Diese kurze Episode mit der hier gegebenen Interpretation verdeutlicht exemplarisch, dass in der reflektierenden Analyse realer mathematischer Unterrichtstätigkeiten das Wechselspiel zwischen interaktiven und mathematischen Aspekten unbedingt beachtet werden muss, will man der Lehr-Lern-Situation im Kern gerecht werden. Ohne eine vielschichtige Kenntnis der mathematischen Strukturen in dieser produktiven Übung „Zahlenmauer" und ohne eine generelle Offenheit gegenüber den Vorschlägen der Kinder hätte man die im Keim enthaltene neue Wissensbeziehung nicht verstehen können. So ist auch in der gängigen Behandlung des fachlichen und didaktischen Themas „Zahlenmauer" die von Moritz vorgeschlagene Strategie kein übliches bekanntes Problem. Somit handelt es sich um eine gewissermaßen tatsächlich neue Strategie für Lehrerinnen und auch für Studierende. Eine Bewertung dieser Episode allein auf der Basis interaktionistischer, pädagogischer oder diskursiver Überlegungen hätte den wesentlichen Unterschied zwischen der inhaltlichen Deutung von Moritz und der Lehrerin nicht hinreichend herausarbeiten können. Vielleicht wäre man aufgrund der von Moritz formulierten Verdoppelungen der Zahlen 6, 12, 24 und 48 zu dem Schluss gekommen, dass diese Strategie letztlich der von Hannah vergleichbar sei, also dass die Rückmeldung der Lehrerin zutreffen könnte; oder man hätte aus dem Beharren von Moritz auf der Summe der vier Basissteine zwar eine Diskrepanz zwischen seiner Vorstellung und der der Lehrerin geschlossen, ohne jedoch die mathematische Strategie von Moritz erkennen oder sogar fachgerecht bewerten zu können.

4 Abschließende Bemerkungen: Mathematiklernen und Unterrichten als Prozesse von Aktivität und Reflexion

Lernen und Unterrichten von Mathematik sind keine Prozesse der Übergabe fertigen Wissens von der wissenden Lehrerin an ihre noch unwissenden Schülerinnen und Schüler. Diese Einsicht ist klar in der Position formuliert, dass für die Kinder das Lernen von Mathematik als ein aktiver, sozialer und entdeckender Prozess gestaltet werden sollte (Müller & Wittmann 1995). Zusätzlich zu der Erkenntnis, dass Lernen nur auf der Grundlage eigener Aktivitäten und persönlicher Konstruktionen von Wissen letztlich erfolgreich sein kann, wird mehr und mehr deutlich, dass diese selbst durchgeführten Lernaktivitäten immer auch zusätzlich von expliziten Reflexionen über das bloße Tun begleitet und gesteuert werden müssen. Diese Komplementarität von Aktivität und Reflexion spielt auf allen Ebenen des Mathematiklernens der Schüler sowie in der Mathematiklehrerbildung an der Hochschule und in der Berufspraxis eine zunehmend wichtige Rolle.

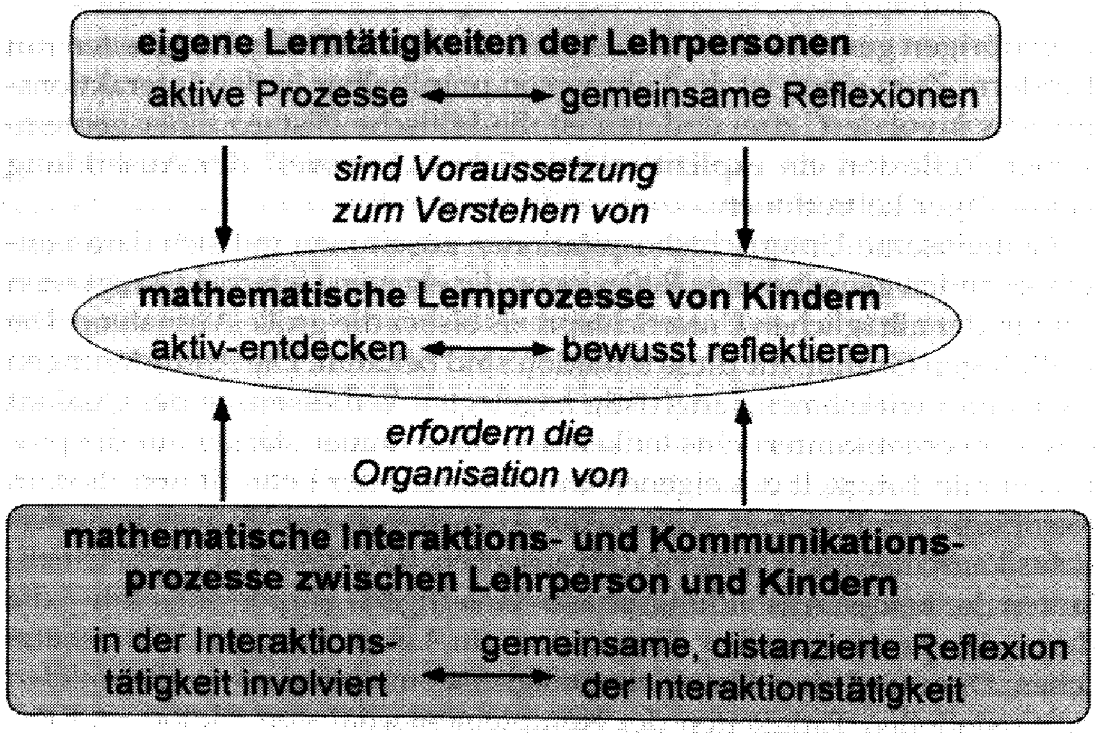
Die Notwendigkeit, über eigene Lernprozesse bewusst nachzudenken, Fehlvorstellungen herauszufinden und zu korrigieren oder in Beispielen auch allgemeine Zusammenhänge zu erkennen, ist noch am deutlichsten ein explizites Ziel des aktiv entdeckenden Lernens der Kinder im alltäglichen Mathematikunterricht. Diese Lernaktivitäten und Reflexionen werden von den Kindern in den ihnen eigenen, beispielhaften und individuellen Formen vorgenommen, d. h. sie benutzen zum Beispiel noch keine präzise Fachsprache, sie verwenden keine abstrakten Regeln oder Gesetze. Um diese eigenen Erklärungen und Vorgehensweisen der Kinder beim aktiven Lernen von Mathematik adäquat und sensibel bewerten zu können, sind nun zwei Forderungen wichtig, zum einen an die Lehrerausbildung an der Hochschule und zum anderen an die praxisnahe und professionelle schulinterne Fortbildung.

Eine wichtige Voraussetzung für ein angemessenes Verstehen kindlicher Lernprozesse ist es, eigene Lernprozesse von mathematischem und didaktischem Fachwissen explizit zu reflektieren. Auf diese Weise kann zum Beispiel der Studierende erst mögliche vielfältige Zugänge und Strukturen im mathematischen Inhalt sich selbst verfügbar machen als eine flexible Basis, von der her die eigenartigen und teils idiosynkratischen Ideen und Vorschläge der Kinder wahrgenommen und zu produktiven Vorstellungen weiterentwickelt werden können. Ansonsten wird häufig eine zunächst unverständliche mathematische Idee eines Kindes vorschnell nach mathematischer Korrektheit eines einzigen Bearbeitungsweges bewertet bzw. verworfen. Die Reflexion eigener Lerntätigkeiten, die die Lehramtsstudierenden in ihrer fachlichen und didaktischen Ausbildung vornehmen sollen (vgl. Selter 1995), sind eine Voraussetzung zur Initiierung von mathematischen Lernaktivitäten der Kinder, etwa im Rahmen von klinischen Interviews oder von kleinen Unterrichtsexperimenten, und der dazugehörigen gemeinsamen Reflexion dieser interaktiven Tätigkeiten mit Kindern. Zum einen ist die Lehrperson unmittelbar in den Interaktionsprozess involviert, zum anderen ist die kritische Distanz einer gemeinsamen Reflexion ein explizit erforderliches „Lernziel" der Ausbildung zukünftiger Lehrerinnen.

Gemeinsame Unterrichtshospitationen zusammen mit sich daran anschließenden gemeinsamen Reflexionen der eigenen Unterrichtstätigkeiten sind in der alltäglichen Unterrichtspraxis bisher die große Ausnahme. Die vielfältigen Gründe für diese Situation sind bekannt. Die Anforderungen nach einer wirksamen, langfristig angelegten Verbesserung der Qualität des Mathematikunterrichts lenken den Blick immer stärker auf die professionelle Tätigkeit des eigenen Unterrichtens der Lehrerinnen als dem Kernpunkt des Problems. Auch in der Alltagspraxis des Mathematikunterrichts kann man nicht länger davon ausgehen, dass das erfolgreiche Durchlaufen der beiden Ausbildungsphasen zu fertigen Lehrpersonen führt, die dann die professionellen Tätigkeiten ein Leben lang perfekt beherrschen. Die alltäglichen Unterrichtsstätigkeiten unterliegen wie alle anderen professionellen Tätigkeiten der Komplementarität von Aktion und Reflexion. Selbstverständlich haben gemeinsam kooperierende Lehrerinnen auch immer über den Mathematikunterricht reflektiert, in der gemeinsamen Vorbereitung von Unterrichtsreihen und passendem Lernmaterial oder auch in den Berichten über Geschehnisse aus dem eigenen Unterricht. Was jedoch verstärkt in diese Reflexionsprozesse eingebunden werden muss, dass ist die direkte Beobachtung der Unterrichtstätigkeiten, teilweise auch die videografische Dokumentation von Unterricht, so dass Lehrerinnen eine neuartige Distanz zur eigenen Tätigkeit ermöglicht wird, in die sie sonst unmittelbar involviert sind.

Die mathematischen Lernprozesse der Kinder im Unterricht stellen das Kernanliegen dar, und letztlich gilt es, diese Prozesse zu verbessern. Dazu ist es zunehmend wichtig, dass alle Beteiligten, also sowohl die Kinder wie auch die Lehrpersonen (in der Ausbildung und in der Praxis), die Dimension der bewussten Reflexion über die anstehenden Lern- und Interaktionstätigkeiten berücksichtigen und als eigenständige Aufgaben bearbeiten. Dieses Zusammenspiel von eigenen Lern- und Interaktionstätigkeiten der Lehrperson in der Komplementarität von Aktivität und Reflexion ist ein wesentliches Bedingungsfeld für eine angemessene Wahrnehmung, Unterstützung und Beförderung der mathematischen Lernprozesse der Kinder (siehe Diagramm).

Die gemeinsamen Reflexionen von Tätigkeiten des eigenen Lernens, des Beobachtens von Lernprozessen der Kinder und der eigenen mathematischen Interaktionsprozesse im Unterricht mit Kindern sollte zu einem zentralen professionellen Element des Mathematiklehrerwissens werden. Dazu benötigen die Lehrerinnen in ihrem Unterrichtsalltag Vorbereitung und Unterstützung. Wenn die bewusste Reflexion eigener Tätigkeiten ein



wesentliches Merkmal in der ersten Ausbildungsphase an der Hochschule ist, dann soll dies dazu beitragen, dass die Studierenden später als Lehrerinnen relativ unbefangen mit gemeinsamen Unterrichtshospitationen und Reflexionen der eigenen Unterrichtstätigkeit umgehen können. Die Entwicklung einer bewussten Reflexion eigener Unterrichtstätigkeit in der alltäglichen Unterrichtspraxis kann u. a. in exemplarischen Kooperationsprojekten zwischen Hochschule und Schule erprobt und gemeinsam verbessert werden.

Literaturliste

Altrichter, H., Schley, W. & Schratz, M. (Hg.) (1998): Handbuch zur Schulentwicklung. Innsbruck: Studienverlag.

Arbeitsgruppe Mathematiklehrerausbildung (1981): Perspektiven für die Ausbildung des Mathematiklehrers. Köln: Aulis-Verlag.

Bromme, R. (1994): Beyond subject matter: A psychological topology of teachers' professional knowledge. In: R. Biehler, R. W. Scholz, R. Sträßer, & B. Winkelman (Eds.), Didactics of Mathematics as a Scientific Discipline, (pp. 73–88). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Freudenthal, H. (1973): Mathematik als pädagogische Aufgabe. Band 1. Stuttgart: Ernst Klett Verlag.

Horster, L. & Rolff, H.-G. (2001): Unterrichtsentwicklung. Grundlagen, Praxis, Steuerungsprozesse. Weinheim und Basel: Beltz Verlag.

Krainer, K. & Posch, P. (Eds.) (1996): Lehrerfortbildung zwischen Prozessen und Produkten. Hochschullehrgänge „Pädagogik und Fachdidaktik für Lehrerinnen" (PFL): Konzepte, Erfahrungen und Reflexionen. Bad Heilbrunn: Klinkhardt.

Krainer, K. (1996): Probleme und Perspektiven der Lehrerfortbildung. In: G. Kadunz, H. Kautschitsch, G. Ossimitz, & E. Schneider (Eds.): Trends und Perspektiven. Beiträge zum 7. internationalen Symposium zur „Didaktik der Mathematik", Klagenfurt, (S. 205–230). Wien: Verlag Hölder-Pichler-Tempsky.

Müller, G. & Wittmann, E. Ch. (Eds.) (1995): Mit Kindern rechnen – Aktiv-entdeckendes und soziales Lernen im Mathematikunterricht. Frankfurt am Main: Arbeitskreis Grundschule, Jahrbuch.

Otte, M. (1979): The education and professional life of mathematics teachers. In: UNESCO (Ed.), New trends of mathematics teaching, (Vol. IV, pp. 107–133).

Otte, M., Reiß, V., & Steinbring, H. (1977): Der Mathematiklehrer in der Ausbildung und im Beruf. Schriftenreihe des IDM (Vol. 11, pp. 15–51). Bielefeld: Universität Bielefeld.
Rolff, H.-G. (1995): Zukunftsfelder von Schulforschung. Weinheim: Deutscher Studienverlag.
Seeger, F. (1998): Discourse and Beyond: On the ethnography of classroom Discourse. In: H. Steinbring, M. G. Bartolini-Bussi & A. Sierpinska (Eds.): Language and communication in the mathematics classroom. (pp. 85–1001), Reston, Virginia: National Council of teachers of Mathematics.
Seeger, F., & Steinbring, H. (Eds.) (1992): The dialogue between theory and practice in mathematics education: Overcoming the broadcast metaphor. Proceedings of the Fourth Conference on Systematic Cooperation between Theory and Practice in Mathematics Education (SCTP). Brakel. (IDM Materialien und Studien 38). Bielefeld: IDM Universität Bielefeld.
Selter, C. (1995): Entwicklung von Bewußtheit – eine zentrale Aufgabe der Grundschullehrerbildung. In: Journal für Mathematikdidaktik, 16(1/2), S. 115–144.
Steinbring, H. (1994): Dialogue between theory and practice in mathematics education. In: R. Biehler, R. W. Scholz, R. Sträßer & B. Winkelman (Eds.): Didactics of Mathematics as a Scientific Discipline (pp. 89–102). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
Steinbring, H. (1998): Elements of Epistemological Knowledge for Mathematics Teachers. In: Journal of Mathematics Teacher Education, 1(2), 157–189.
Steinbring, H. (1998): Epistemological Constraints of Mathematical Knowledge in Social Learning Settings. In: Sierpinska, A. & Kilpatrick, J. (Eds.): Mathematics Education as a Research Domain: A Search for Identity. An ICMI Study. (S. 513–526). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
Steinbring, H. (2000): Epistemologische und sozial-interaktive Bedingungen der Konstruktion mathematischer Wissensstrukturen (im Unterricht der Grundschule). Abschlußbericht zu einem DFG-Projekt, 3 Bände. Dortmund: Universität Dortmund.
Stigler, J. W. & Hiebert, J. (1999): The Teaching Gap. New York: The Free Press.
Terhart, E. (2001): Lehrerberuf und Lehrerbildung. Forschungsbefunde, Problemanalysen, Reformkonzepte. Weinheim und Basel: Beltz Verlag.
Terhart, E. (Hg.) (2000): Perspektiven der Lehrerbildung in Deutschland. Abschlussbericht der von der Kultusministerkonferenz eingesetzten Kommission. Weinheim und Basel: Beltz Verlag.
Verstappen, P. F. L. (Ed.) (1988): Report of the Second Conference on Systematic Cooperation Between Theory and Practice in Mathematics Education. Lochem/Netherlands. Enschede: S. L. O.
Wittmann, E. Ch. (1992): Mathematikdidaktik als ‚design science'. In: Journal für Mathematik-Didaktik 13(92), S. 55–70.
Wittmann, E. Ch., & Müller, G. (1990): Handbuch produktiver Rechenübungen. Bd. 1: Vom Einspluseins zum Einmaleins. Stuttgart: Klett.
Wittmann, E. Ch., & Müller, G. (1992): Handbuch produktiver Rechenübungen. Bd. 2: Vom halbschriftlichen zum schriftlichen Rechnen. Stuttgart: Klett.