FAKULTÄT FÜR MATHEMATIK

M. Sc. Frédéric de Longueville

Übungen zum Klausurvorbereitungskurs 'Mathe 2 für Ingenieure' im SoSe 2019
Blatt 2

Aufgabe 1
Folgende zwei Funktionen sind gegeben:

$$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3,\ f(x,y) = \begin{pmatrix} x^2y \\ 2x+1 \\ 3y^2 - x \end{pmatrix} \qquad g : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R},\ g(x,y,z) = xz + y^2$$

a) Berechne ∇g und die Jakobi-Matrix von f.
b) Berechne den Gradienten $\nabla(g \circ f)$ mit Hilfe der Kettenregel.
c) Berechne den Gradienten $\nabla(g \circ f)$ direkt, indem zunächst f in g eingesetzt und anschließend differenziert wird.

Aufgabe 2
Berechne das Taylor-Polynom zweiten Grades der Funktionen

$$f(x,y,z) = ze^x + x^2y^2 - z^3 \qquad g(x,y,z) = x^2 - 3xz + z^2 - 10zy + 3y + 4$$

im Entwicklungspunkt $(x_0, y_0, z_0) = (0, 1, 2)$. Das Taylor-Polynom zu f muss nicht vollständig ausmultipliziert werden.

Aufgabe 3
Berechne alle relativen Extrema und Sattelpunkte der Funktion

$$f : \mathbb{R}^2 -> \mathbb{R},\ f(x,y) = x^2 - 3xy + 3y^2 - 2x + 5y - 12$$

Aufgabe 4
Bestimme die absoluten Maxima und Minima der Funktion

$$f : \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1\} \to \mathbb{R},\ \ f(x,y) = x^3 + 3xy^2 + x^2 + y^2.$$

Gehe dabei folgendermaßen vor:
a) Bestimme die Kritischen Punkte von f, überprüfe ob diese im Definitionsbereich liegen und ob sie ein relatives Minimum oder Maximum sind.
b) Finde eine Funktion $g(x,y)$, sodass genau die Randpunkte die Gleichung $g(x,y) = 0$ erfüllen.
c) Bestimme mit Hilfe der Lagrangeschen Multiplikatoren alle kritischen Randpunkte. (Hinweis: Führe in der zweiten Zeile von ∇F eine Fallunterscheidung mit $y = 0$ und $y \neq 0$ durch; Es gibt 6 kritische Randpunkte.)
d) Vergleiche durch einsetzen in die Funktion f alle kritischen Punkte und Randpunkte um das absolute Minimum und Maximum zu erhalten.

Eine Abgabe der Aufgaben ist freiwillig. Falls Sie am felxING-Programm teilnehmen, können Sie durch regelmäßige Bearbeitung der Übungsaufgaben einen flex-Credit erwerben. Bitte tackern Sie dann ihre Blätter zusammen und versehen sie diese mit Namen, Matrikelnummer und Übungsblattnummer.
Eine Abgabe ist selbstverständlich auch möglich, wenn Sie nicht am flexING-Programm teilnehmen.

Abgabe ist jeweils in der nächsten Veranstaltung oder bei mir im Büro (BC 519). Die korrigierten Blätter erhalten Sie eine weitere Woche später in der Veranstaltung zurück oder können ab diesem Zeitpunkt bei mir im Büro abgeholt werden.