

Vorlesung

Konstruktion (Darstellende Geometrie & Maschinenelemente)

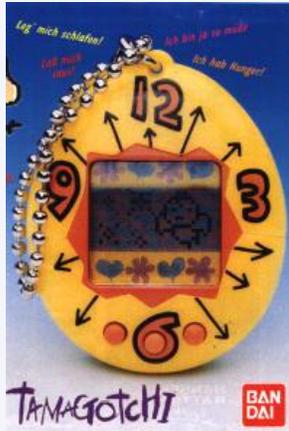
PD Dr.-Ing. Frank Lobeck



Einleitung - Produktentwicklung



Der Begriff „Produkt“



Quelle: DaimlerCh



Quelle: Nokia



Quelle: Opel



Quelle: Krupp

Der Begriff „Produkt“

Produkt (nach VDI-Richtlinie 2221)

Erzeugnis, das als Ergebnis des Entwickelns und Konstruierens hergestellt oder angewendet wird. Das können materielle (z. B. Maschinen, Verfahren) oder auch immaterielle Erzeugnisse (z. B. Programme) sein.

Produkt (nach DIN EN ISO 8402)

Ein Produkt ist das Ergebnis von Tätigkeiten und Prozessen.

Produkt (nach DIN ISO 10303)

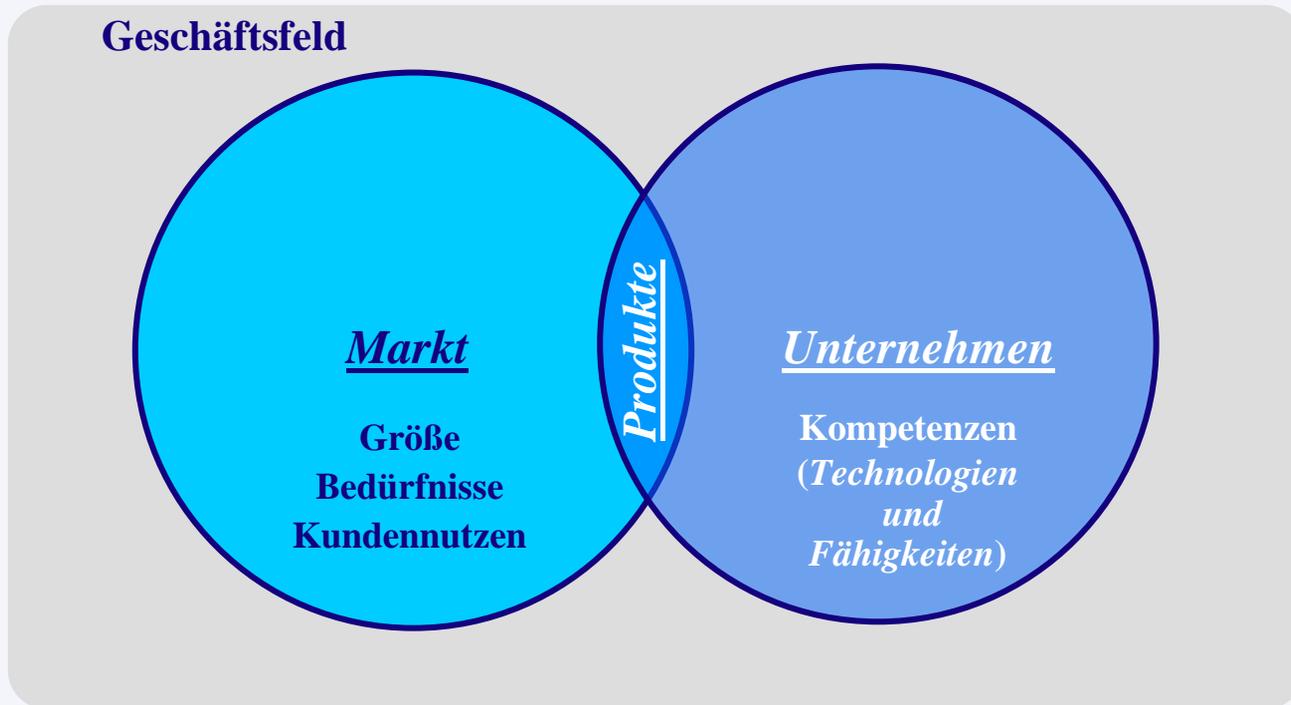
Sache oder Substanz, die durch einen natürlichen oder künstlichen Prozess hergestellt wird.

Product (nach ANSI Standard Z94.0-1989)

Any commodity produced for sale.

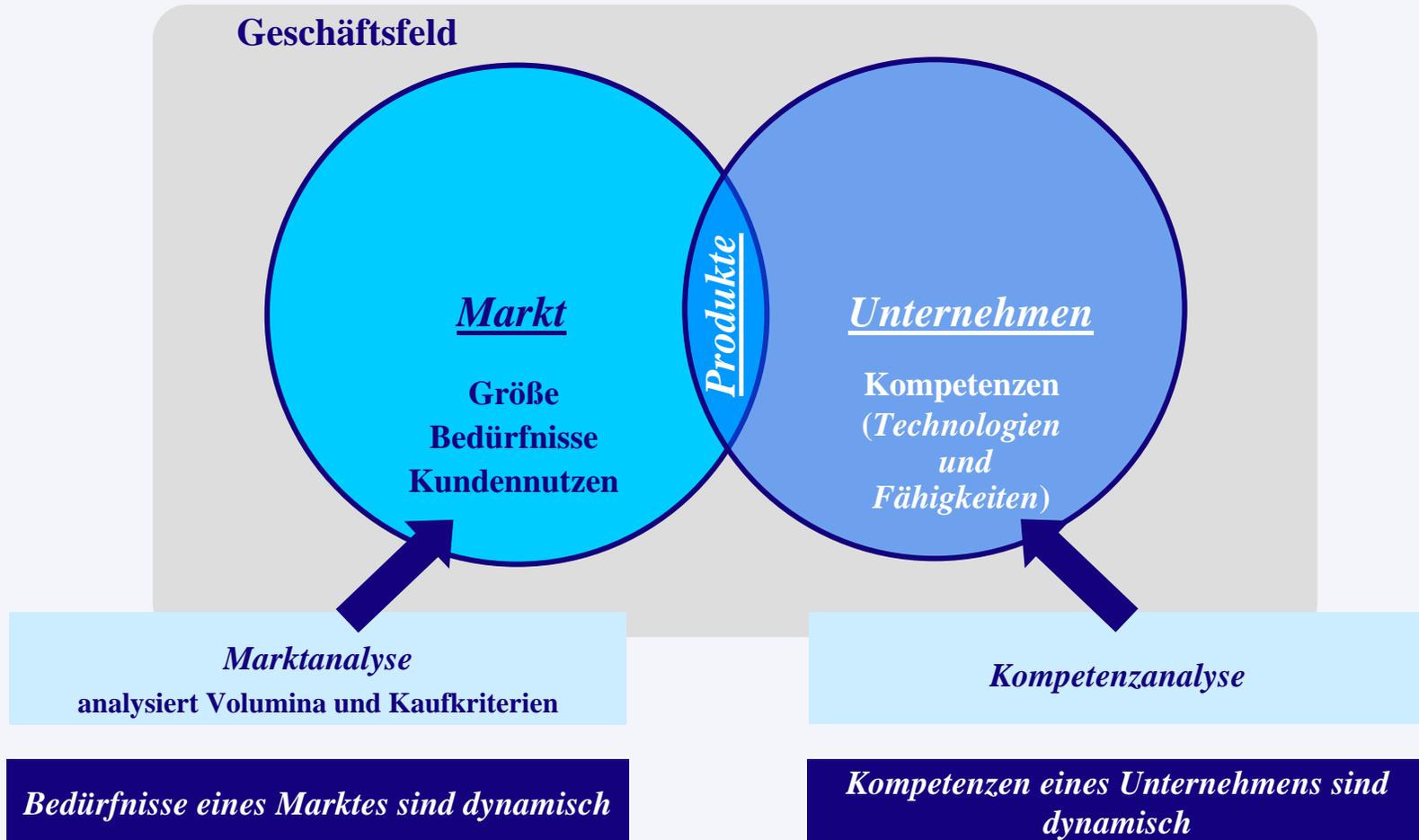


Keine weitergehende Differenzierung des Begriffes „Produkt“

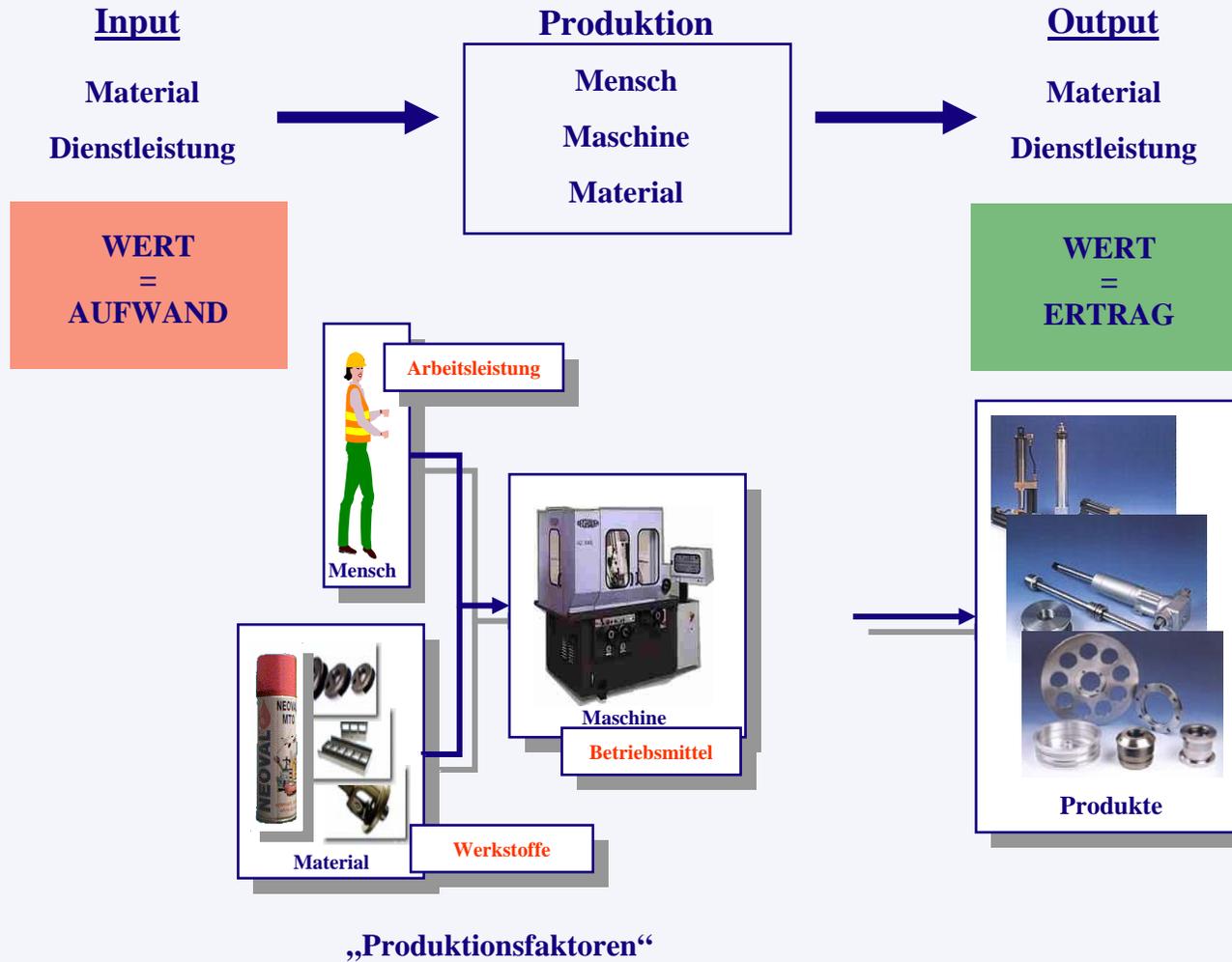


**Produkte = Träger zum (Wecken und) Erfüllen von Marktbedürfnissen
durch Nutzung geeigneter Kompetenzen**

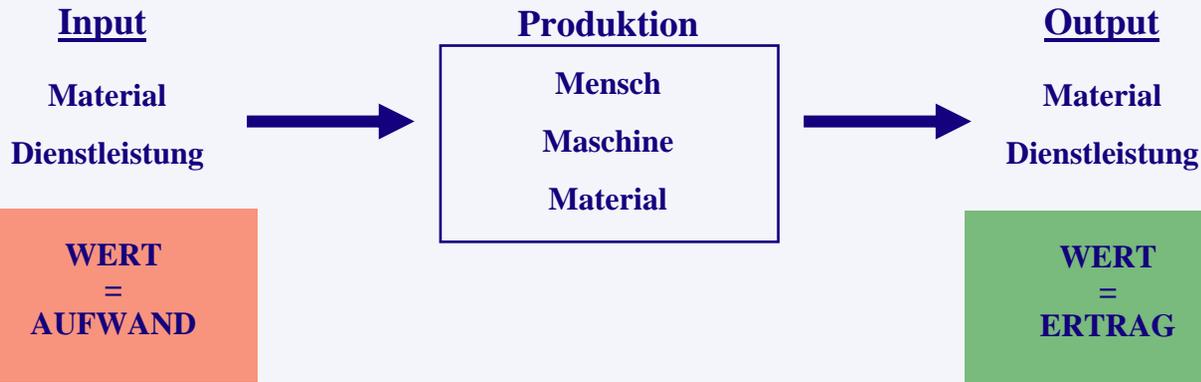
Produkte verbinden Märkte mit Unternehmen



Der Begriff „Wertschöpfung“



Der Begriff „Wertschöpfung“



Der Aufwand ist die Wertmenge der verbrauchten Güter oder Leistungen in einer bestimmten Periode (Jahr/Quartal/Monat)

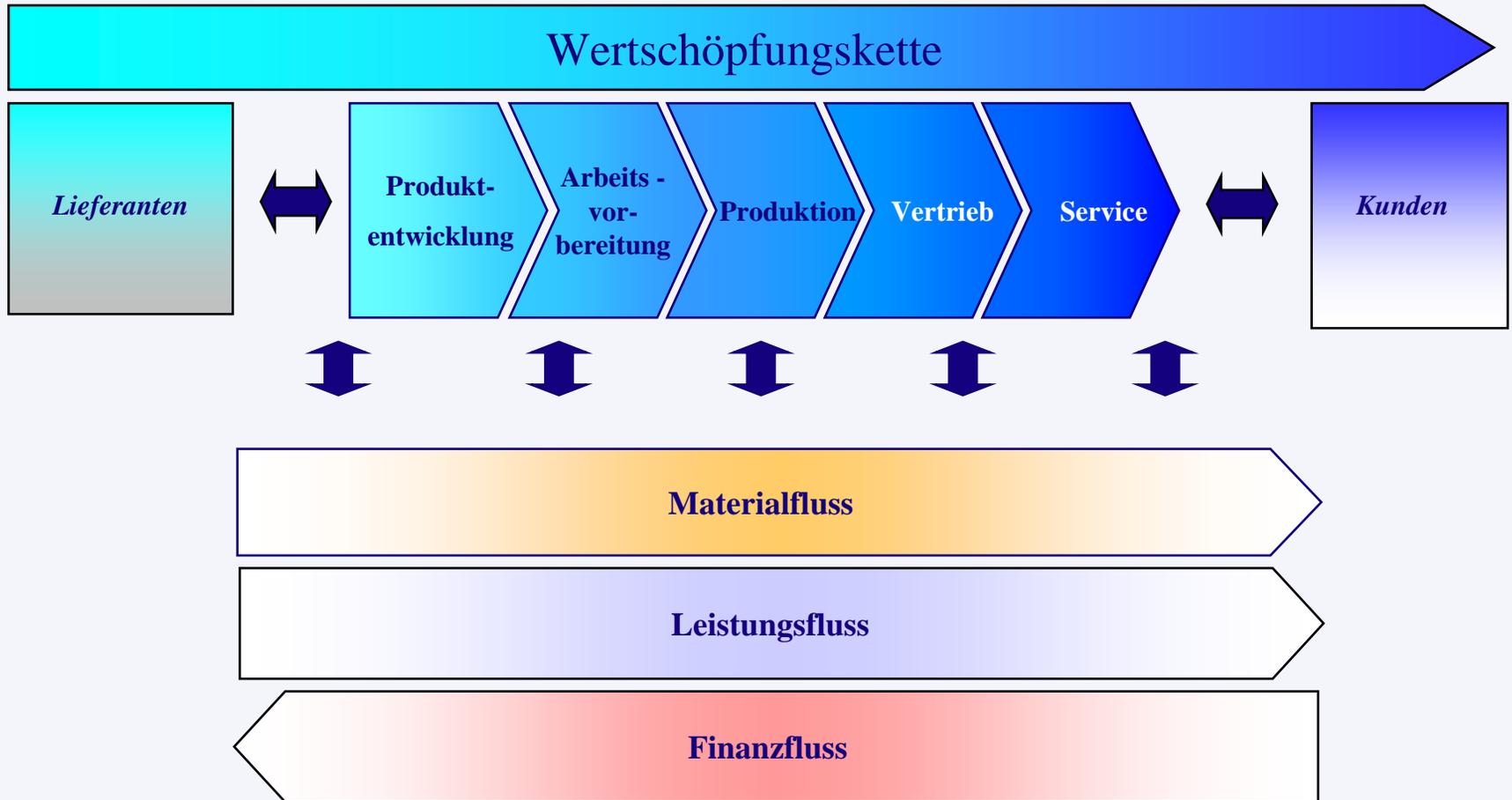
Der Ertrag ist die Wertmenge der produzierten Güter oder Leistungen in einer bestimmten Periode (Jahr/Quartal/Monat)

$$\text{WIRTSCHAFTLICHKEIT } W = \frac{\text{ERTRAG}}{\text{AUFWAND}}$$

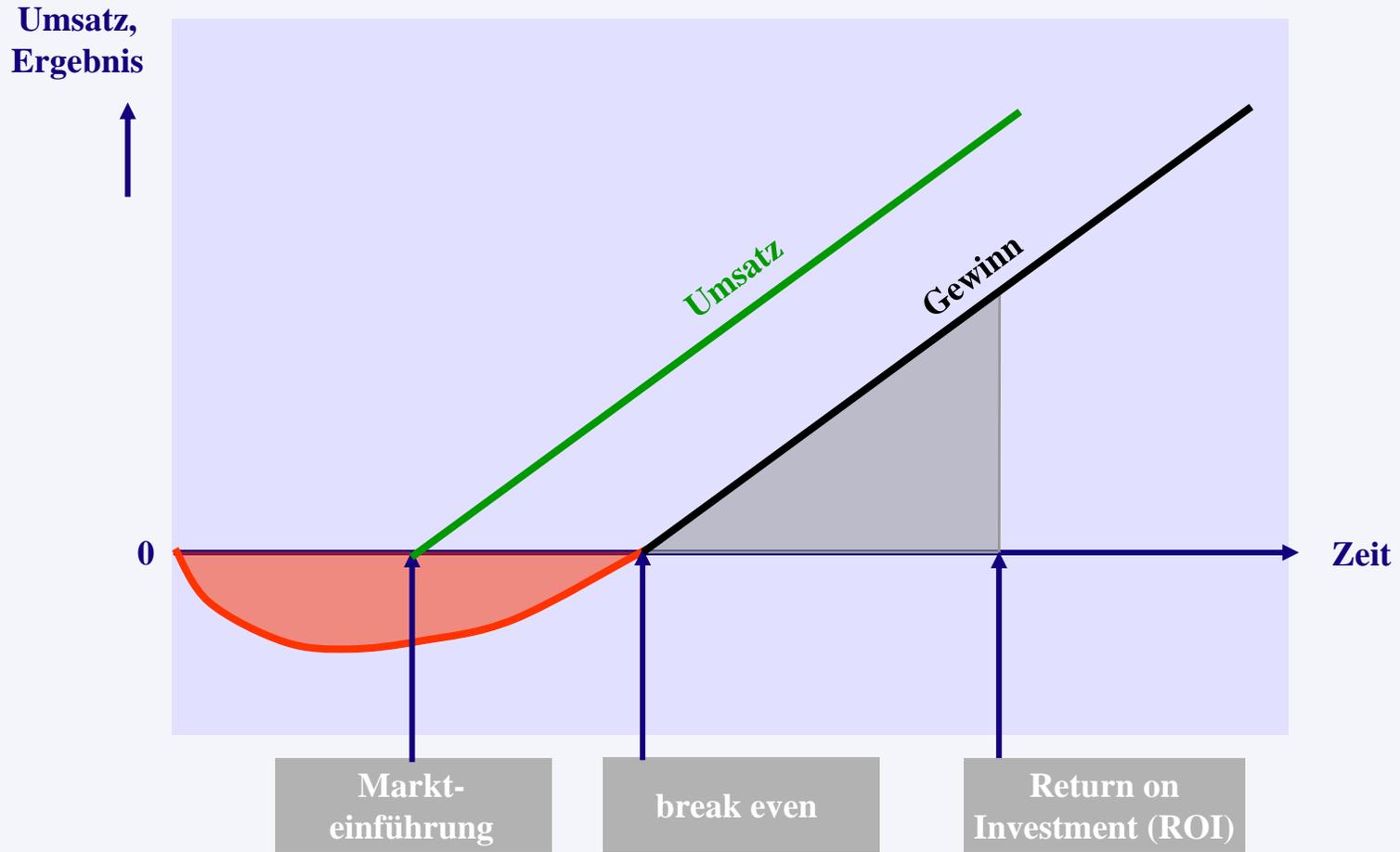
Wirtschaftlichkeit ist gegeben, wenn $W > 1$.

➔ „Wertschöpfung“

Die Wertschöpfungskette



Umsatz- und Ergebnisverlauf erfolgreicher Produkte

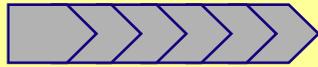


$$\text{Umsatz(erlöse)} = \text{Preis} \times \text{Absatzmenge}$$

$$\text{Ergebnis} = \text{Umsatz} - \text{Kosten}$$

Trends und Herausforderungen

Zeit/Kosten



→ *Prozesskettenverkürzung*

Komplexität



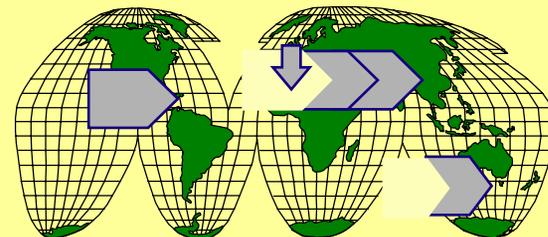
→ *Multidisziplinarität*

Wertschöpfungsketten



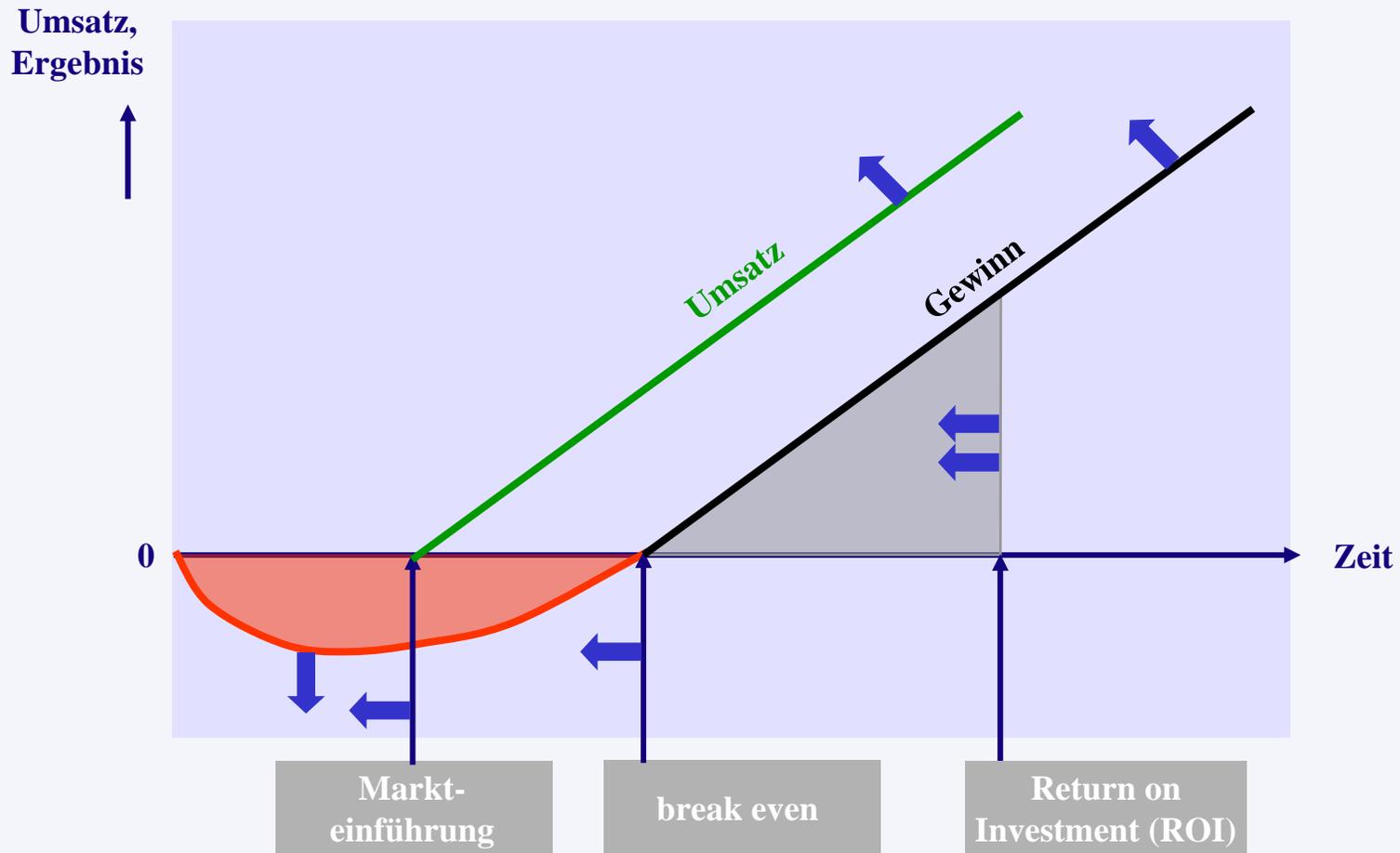
→ *Outsourcing*

Globalisierung



→ *Globale Arbeitsteilung*

Umsatz- und Ergebnisverlauf erfolgreicher Produkte



$$\text{Umsatz(erlöse)} = \text{Preis} \times \text{Absatzmenge}$$

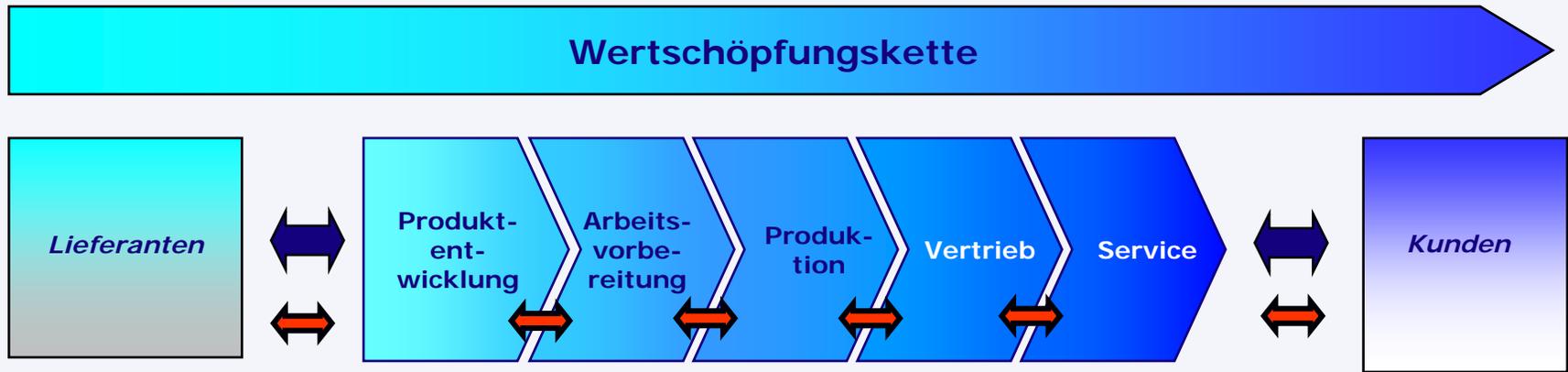
$$\text{Ergebnis} = \text{Umsatz} - \text{Kosten}$$

- Die Wertschöpfung wird erst mit dem Verkauf der Produkte realisiert.
- Erst mit dem Verkauf der Produkte werden die eigenen Aufwendungen refinanziert.
- Wirtschaftliches Handeln bedeutet einen Verkauf mit Gewinn.



Die Gestaltung und Herstellung von Produkten muss unter ganzheitlicher Betrachtung aller Einzelschritte innerhalb der Wertschöpfungskette erfolgen

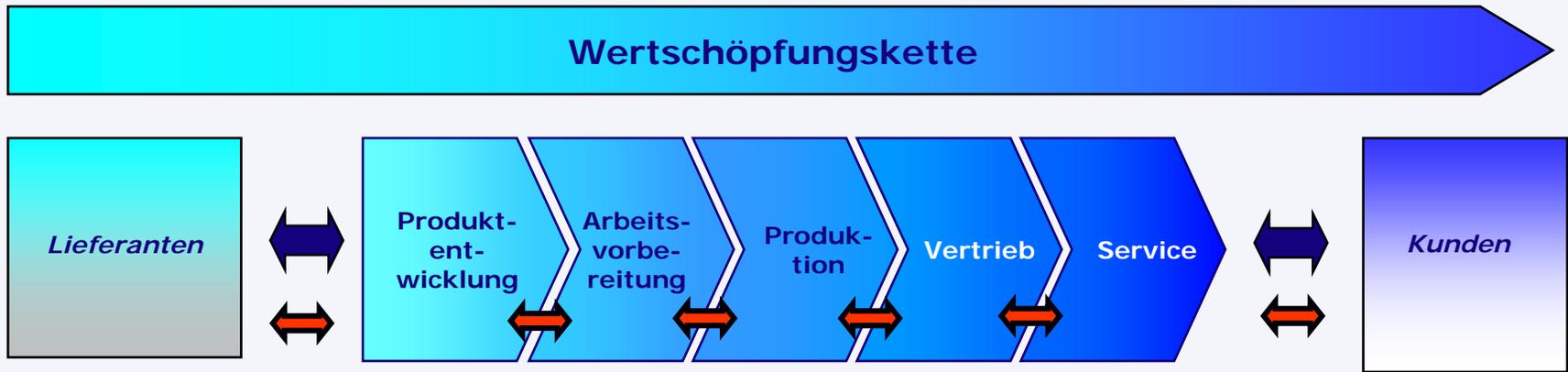
Der Begriff „Produkt Engineering“



Produkt Engineering

Ingenieurtätigkeit bei Entwicklung, Herstellung, Vertrieb von und Service an Produkten unter ganzheitlicher Betrachtung der Wertschöpfungskette

Produkt Engineering



Berücksichtigung von „Gerechtheiten“:

Design to

Process (DTP)

prozessgerecht

Assembly (DTA)

montagegerecht

Market (DTM)

marktgerecht

Cost (DTC)

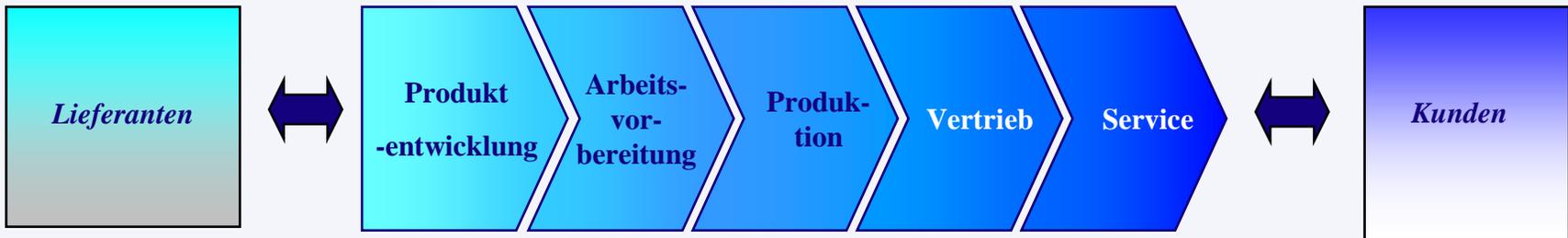
kostengerecht

...

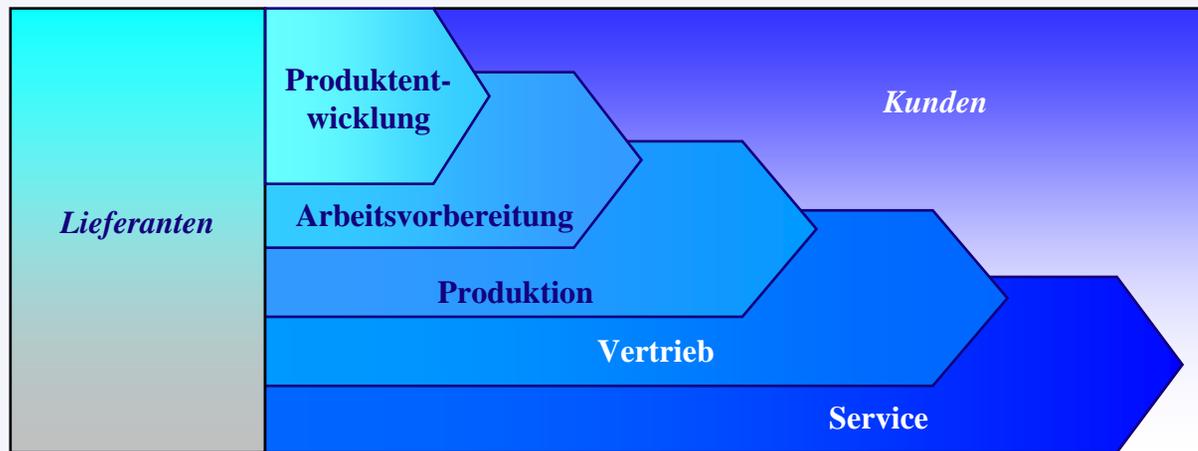
➔ Berücksichtigung von Wechselwirkungen und Anforderungen aller Teile der Wertschöpfungskette erforderlich (vorgelagerte und nachgelagerte Anteile beachten)!

Produkt Engineering = Prozessorientiertes Denken

Von sequentiell.....



...zu integral



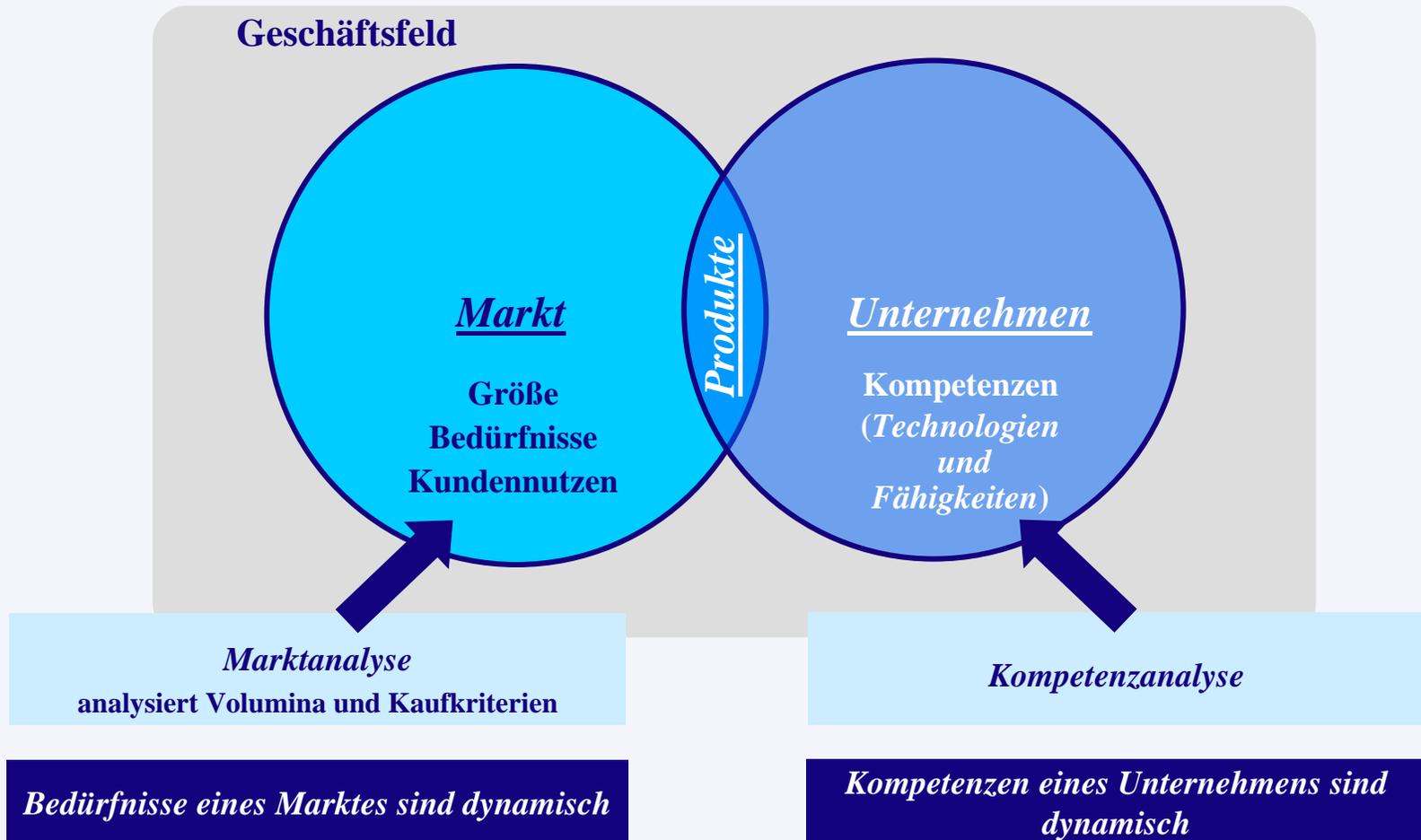
➔ Grundidee „integrale Arbeitsweise“ ist nur durchführbar wenn:

- Kooperation
- Rückgriff auf einheitliche Datenbasis
- Design to X

Produktentwicklung

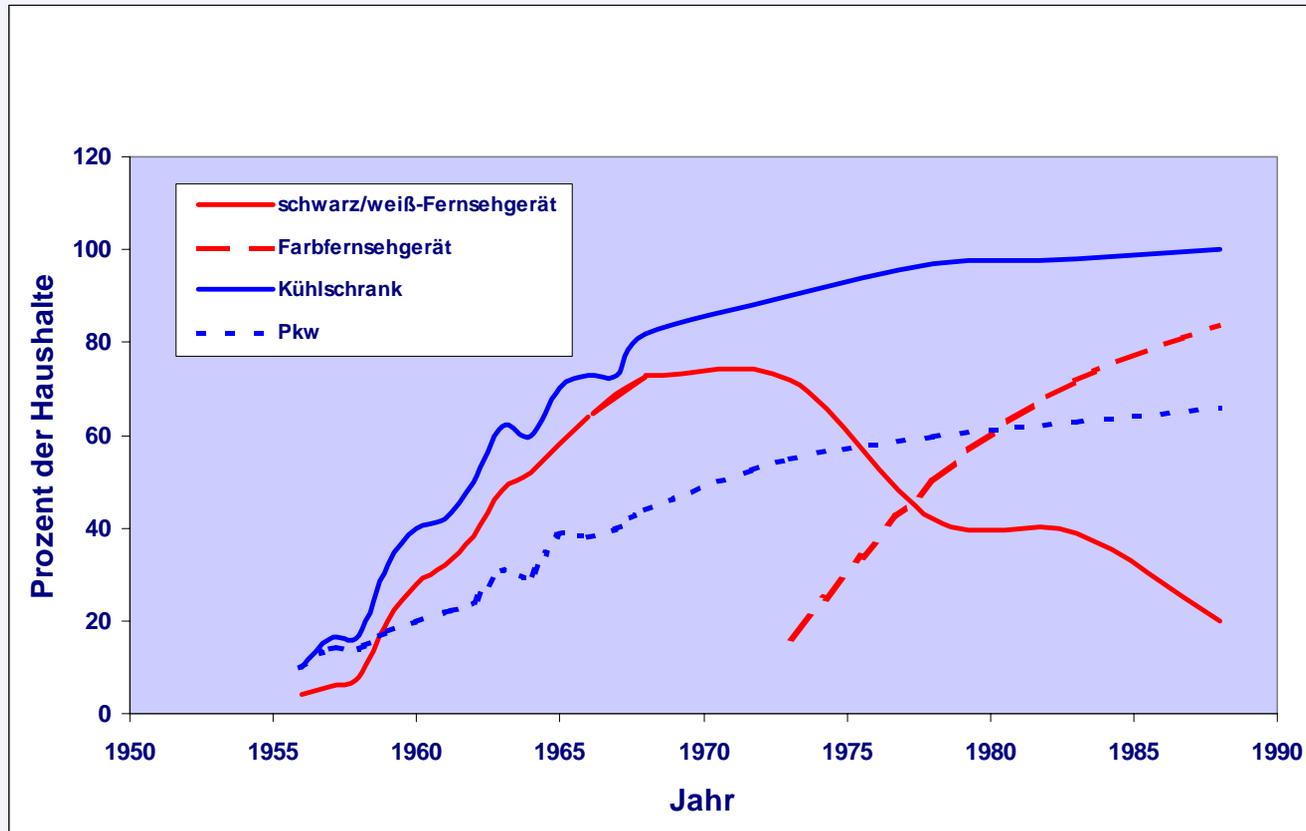


Produkte als Bindeglied zwischen Markt und Unternehmen

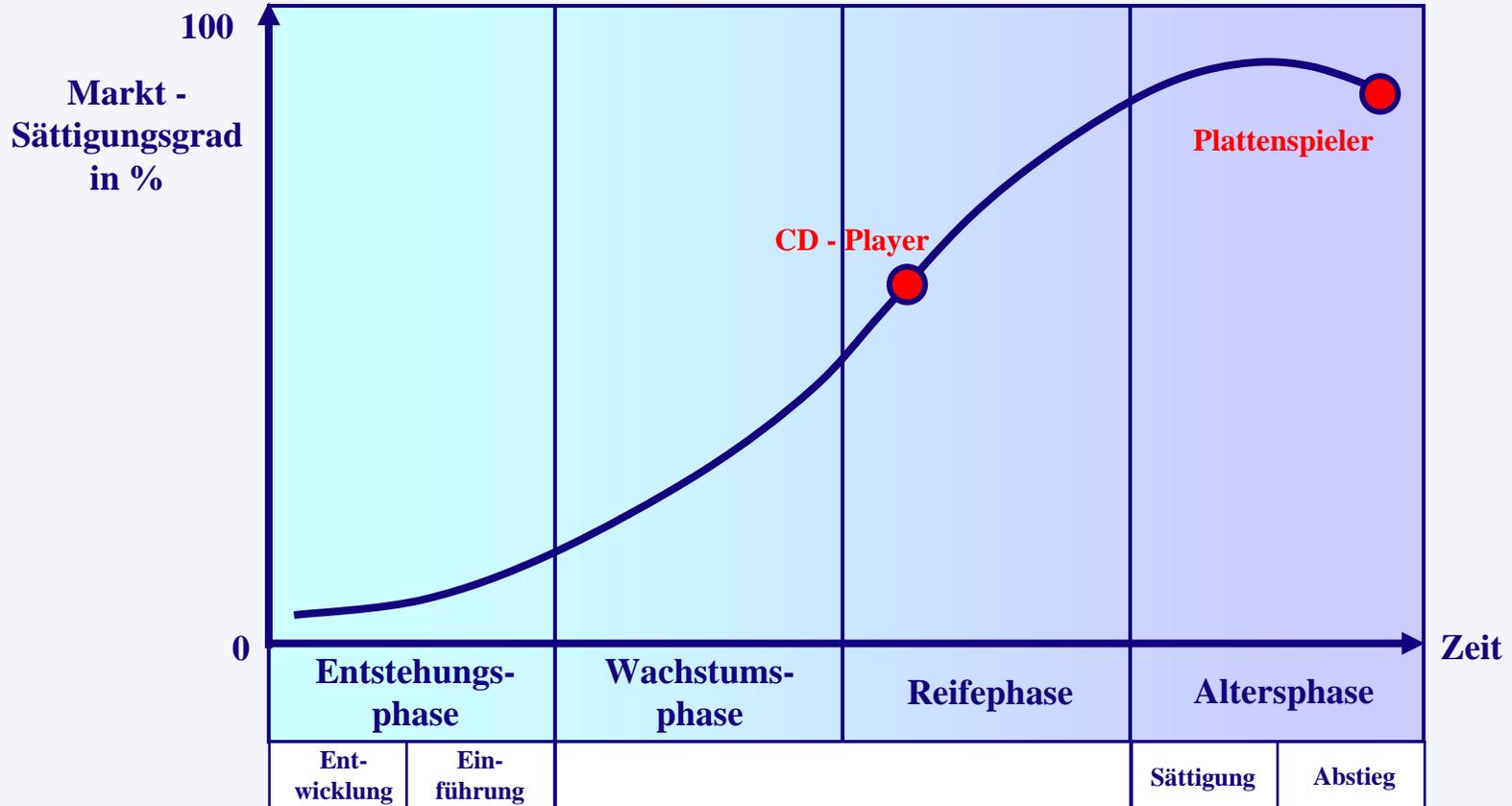


Wozu Produktentwicklung ?

Ausstattung privater Haushalte mit technischen Geräten in der Bundesrepublik Deutschland 1956 - 1988



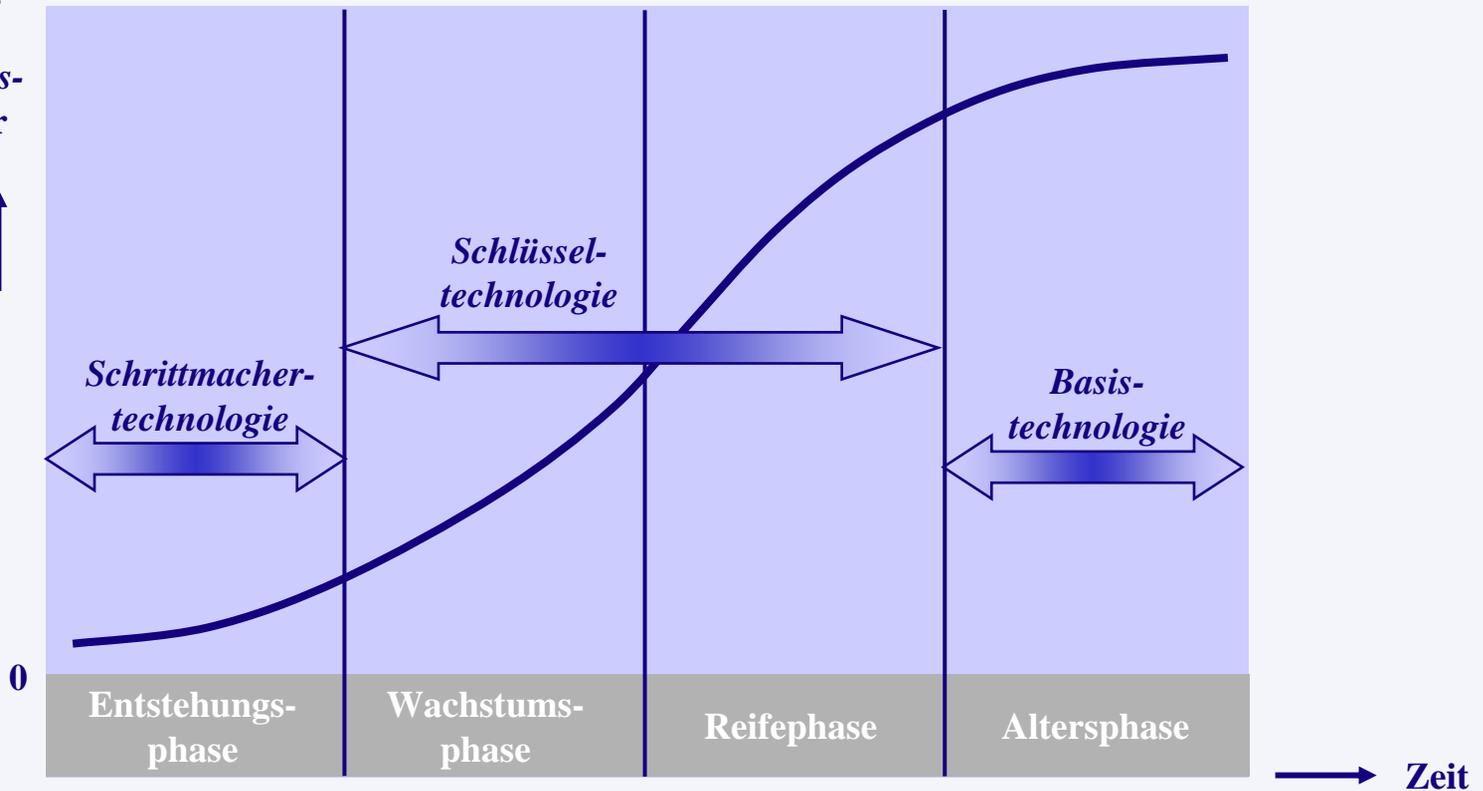
Produktlebenszyklus



Technologielebensphasen

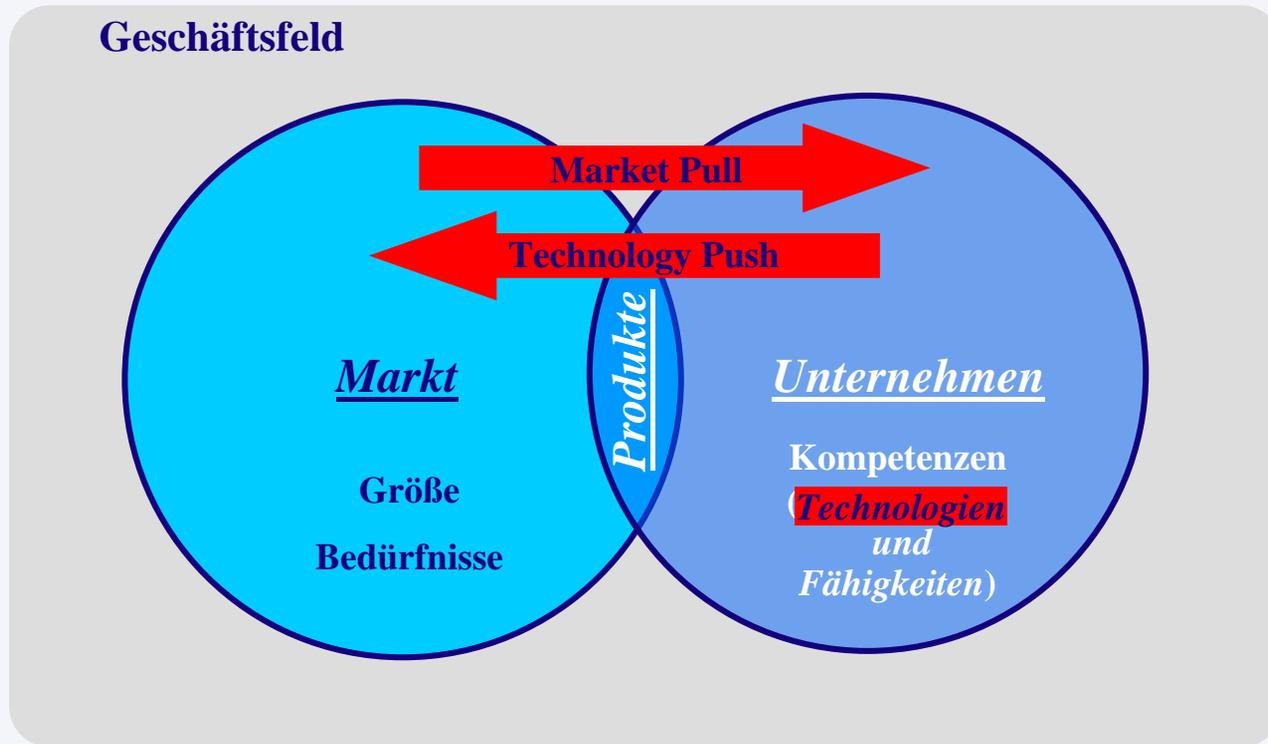
S-Kurve

Ausschöpfung
des
Differenzierungs-
potentials einer
Technologie



Quellen: Arthur D. Little, Management der FuE-Strategie
Spur, Technologie und Management

Market Pull vs. Technology Push

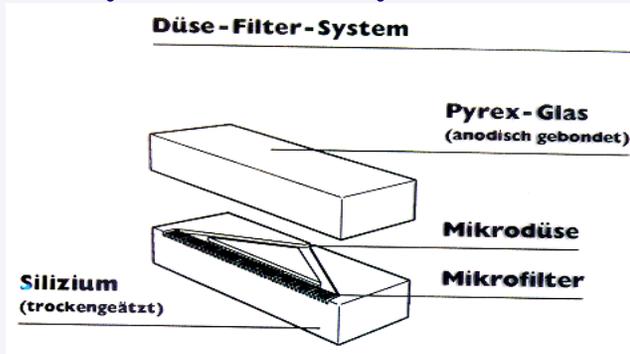


Marktorientierte Produktfindung

Technologieorientierte Produktfindung

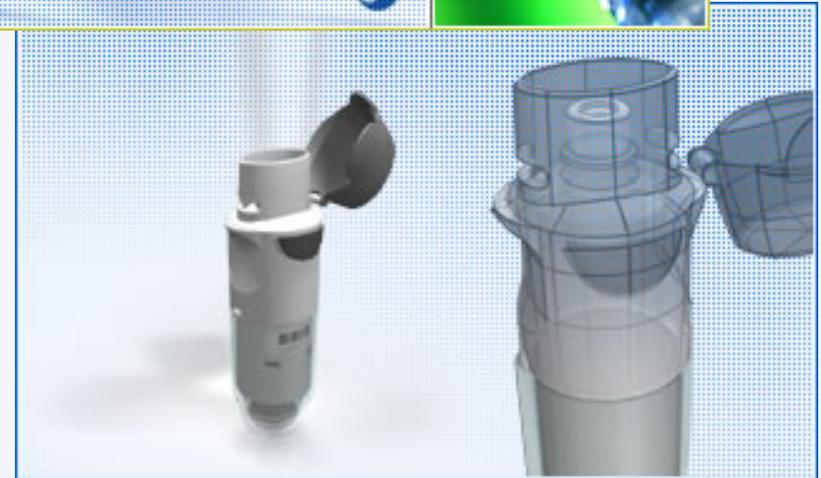
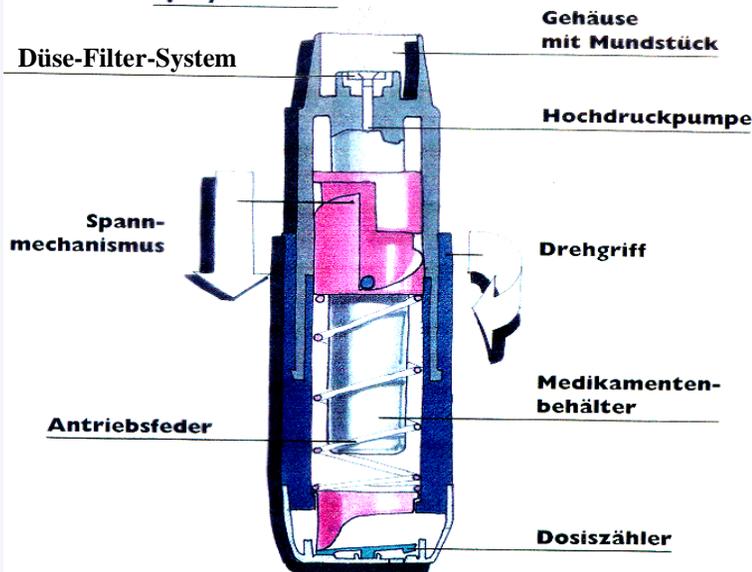
Beispiel: Mikro - Zerstäuber

Düse-Filter-System als Mikrosystem



Funktionsprinzip:

Spray



Bilder: Microparts

Market Pull vs. Technology Push

[HiFi](#) > [Super Audio CD-Player](#) >

SCD-XA777ES/B
Multichannel Super Audio CD-
Player der absoluten
Spitzenklasse



Produktausstattung

- Multichannel SACD-Player (CD-R/RW kompatibel)
- SA DAC D/A-Wandler
- DSD-Decoder für SACD
- S-TACT 128
- Doppelter Ringkerntransformator
- 1 vergoldeter Line-Out
- 1 optischer Digitalausgang
- 1 koaxialer Digitalausgang
- 1 Multichannel Ausgang (5.1)
- Vergoldeter Kopfhöreranschluss
- **Bedienkomfort:**
- Jog Dial
- Bass-Management-Funktion
- Program-, Shuffle- und Repeat-Funktion
- Spitzenpegelsuchlauf
- Titelspielfunktion
- Umfangreiches Edit-Menü
- SACD/CD-Text Funktion
- Ein-/Aus-Funktion für Display
- **Preis € 3800 Stand: 11.05.03**
- **unverbindliche Preisempfehlung**

go create
SONY



Super Audio CD Academy

Erfahren Sie mehr bei der interaktiven Academy!



Super Audio CD

Hören Sie jedes Detail...

Market Pull vs. Technology Push

Beispiel: Transrapid



➔ neues Verkehrsmittel unter Verzicht auf das System Rad/Schiene

Bilder: ThyssenKrupp

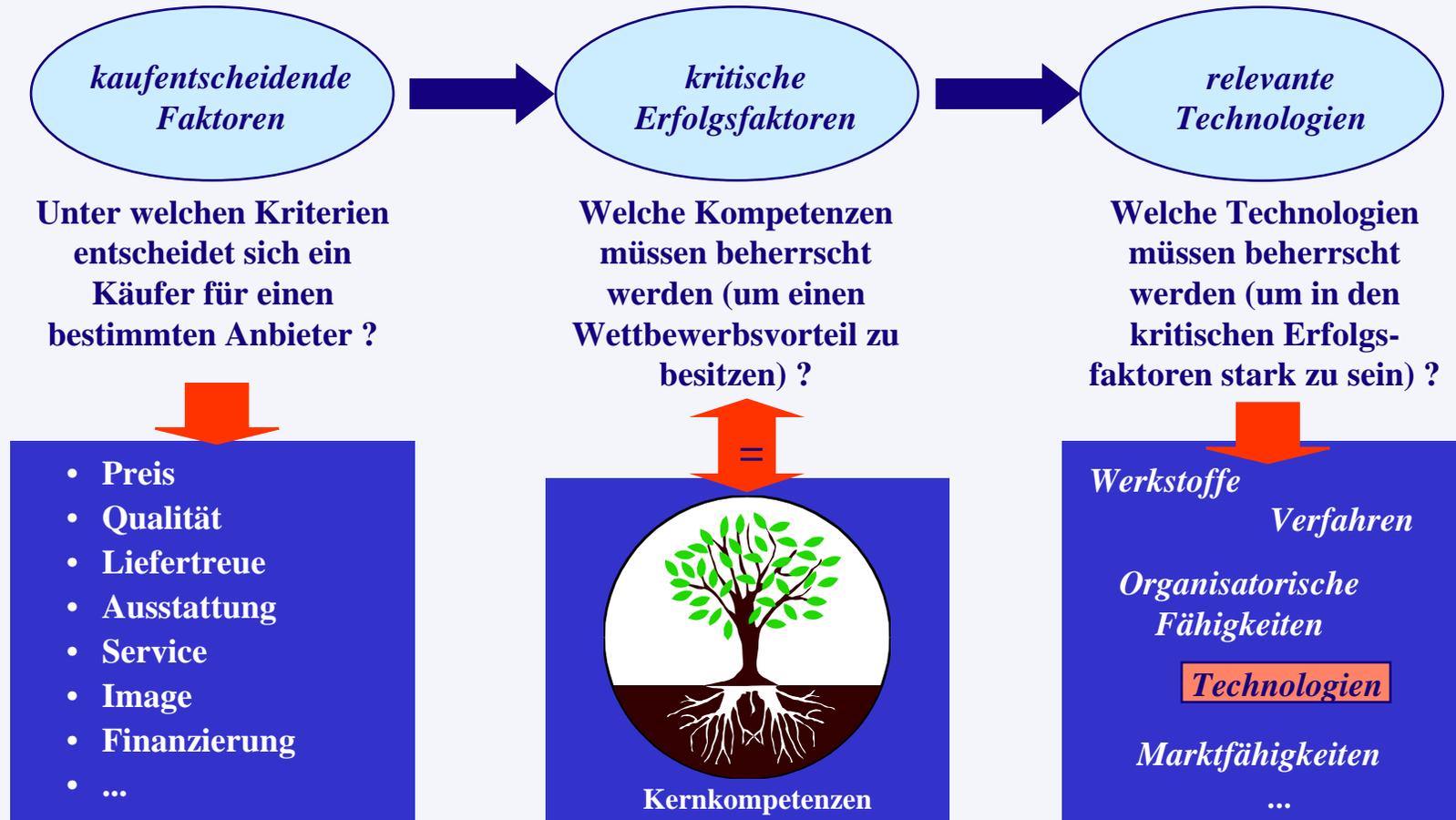
Market Pull vs. Technology Push

Beispiel: Transrapid (Film)

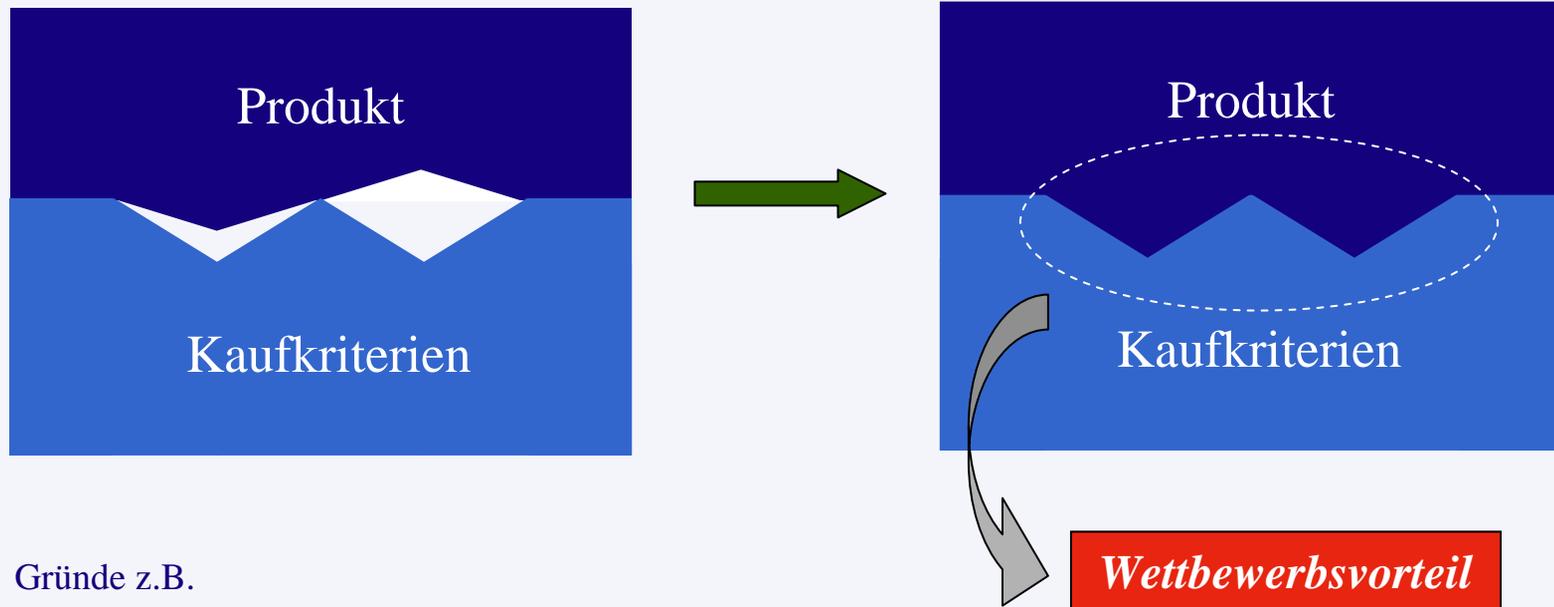


Quelle: ThyssenKrupp

Market Pull vs. Technology Push



Erfolgreiche Produkte sind richtig definiert



Gründe z.B.

- Fehlerhafte Ermittlung / Unkenntnis der Kaufkriterien
- Falsche Produktdefinition

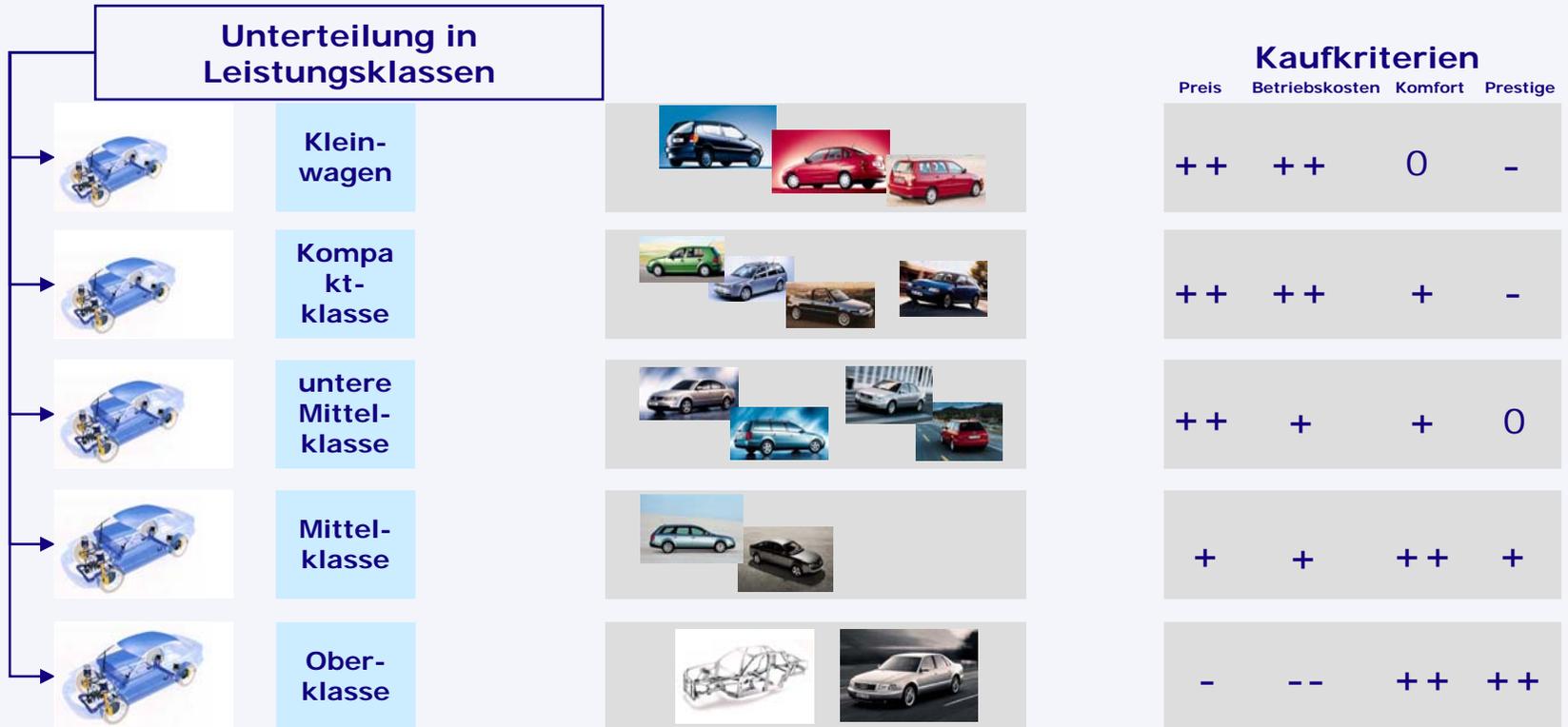
.....aber nicht:

jedem Einzelkunden ein individuelles Produkt

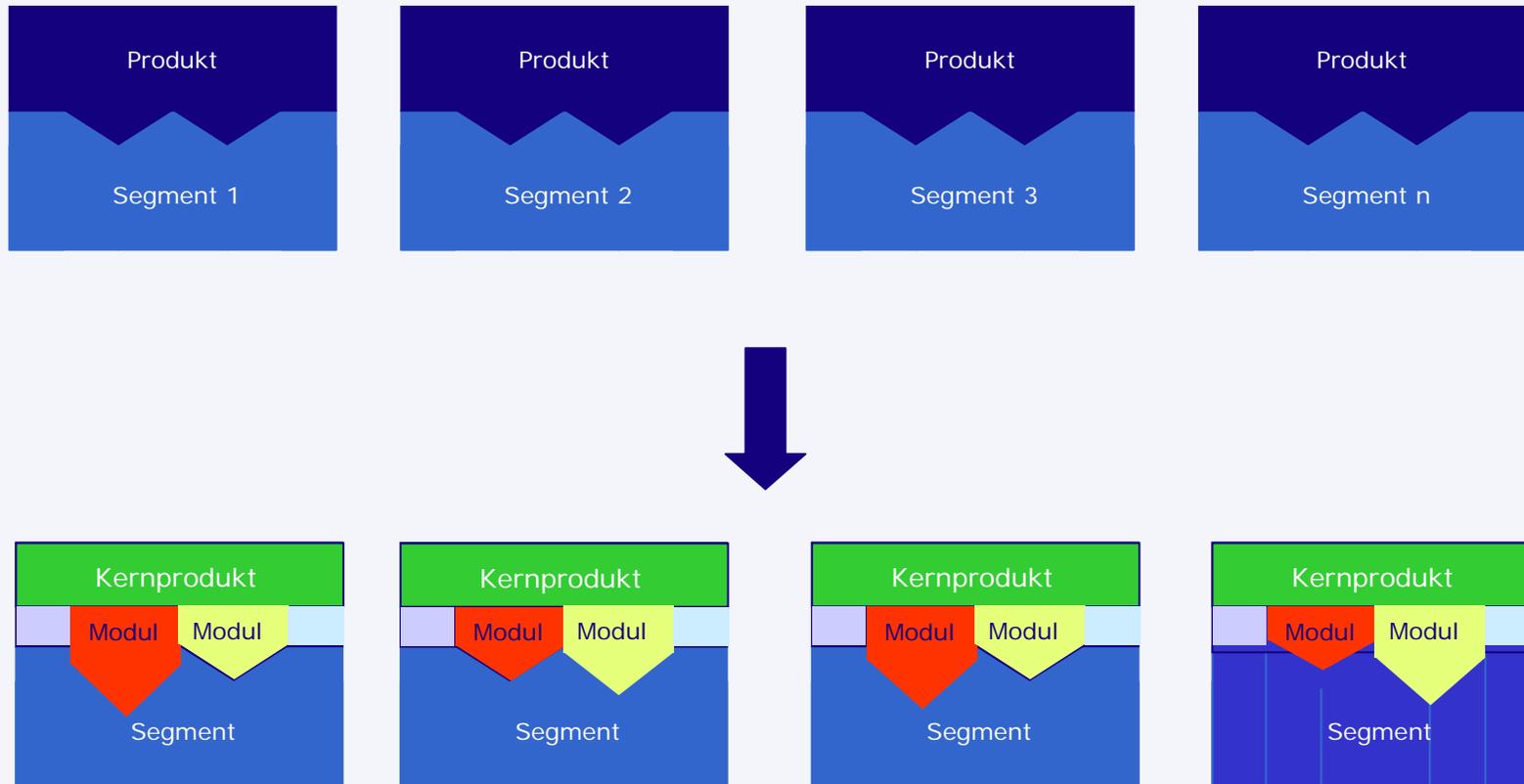
- ➔ Marktsegmentierung
- ➔ Modularisierung

Marktsegmentierung

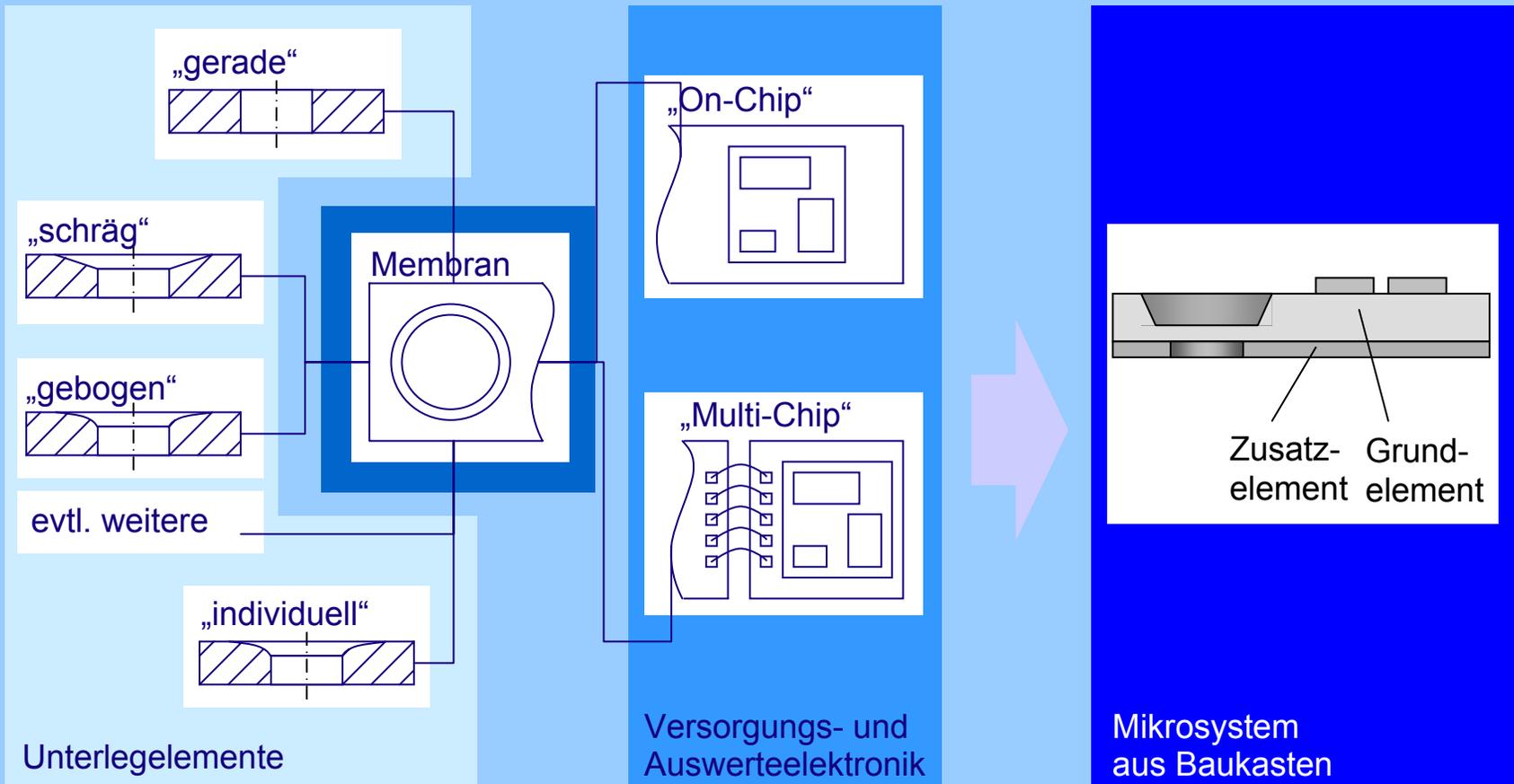
Beispiel: PKW - Markt



Modularisierung



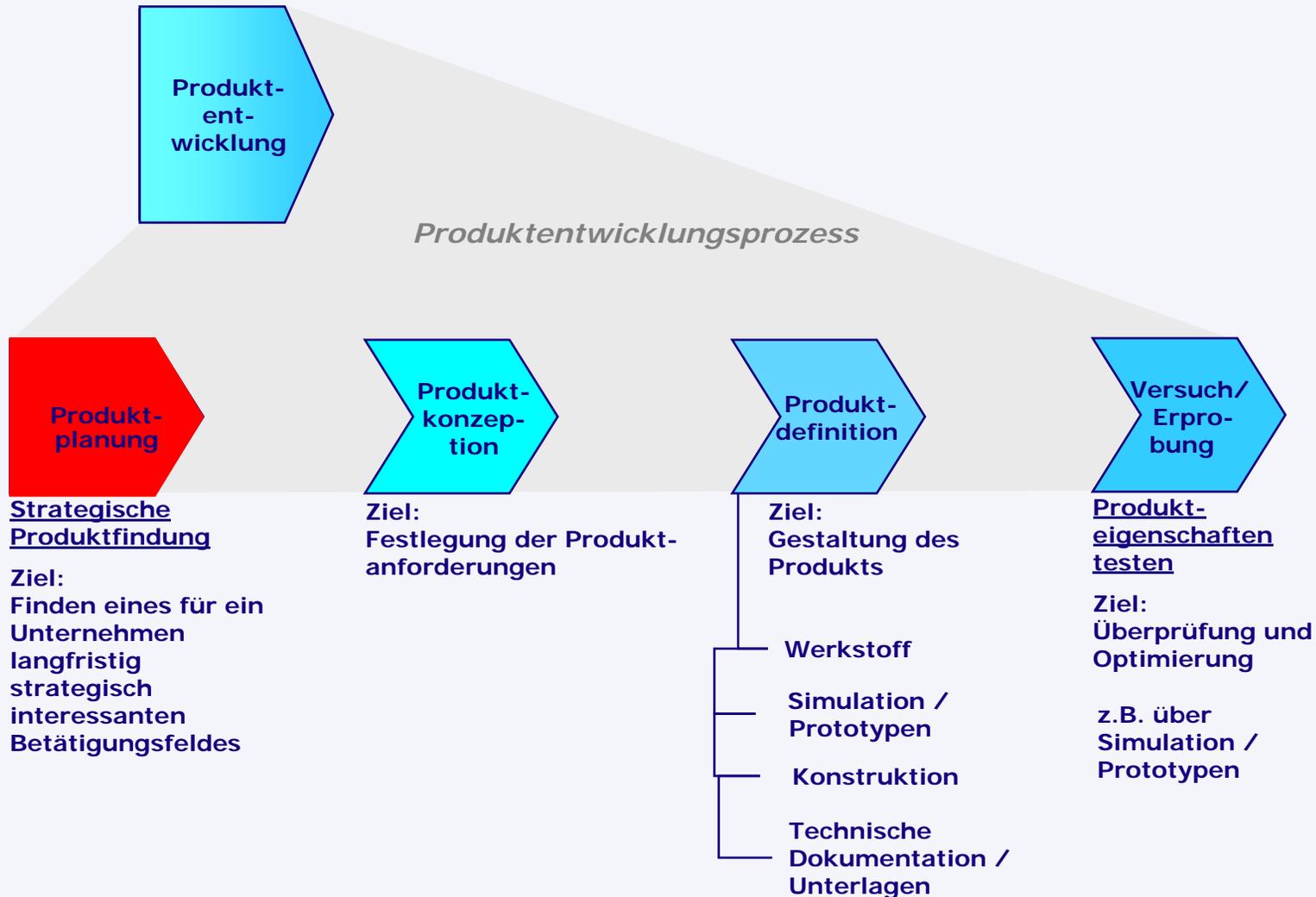
Beispiel: Mikromechanischer Baukasten



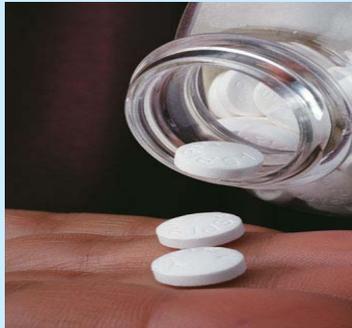
Membran + ggf. Unterlegement + Elektronik = Mikrosystem

Quelle: Weiss

Prozesskette der Produktentwicklung



Produktstrategien: Differenzierung und Diversifikation



Tabletten



auch als Injektion
(gleicher Wirkstoff)



Produktdifferenzierung



Stahl



Diverse
Stahlprodukte



Produktdiversifikation

Definitionen

Produkt- Differenzierung

Alle Grade der **Veränderung** (Modifizierung) **bestehender Produkte**.

Entnahme von Erzeugnissen aus einem Produktprogramm und Ersatz durch neue Produkte (geänderte oder gleiche).

Produkt- Diversifikation

Ergänzung des bestehenden Produktsortiments durch neue Produkte, die von den bisherigen genügend verschieden sind.

Beeinflussung der Wirtschaftlichkeit;

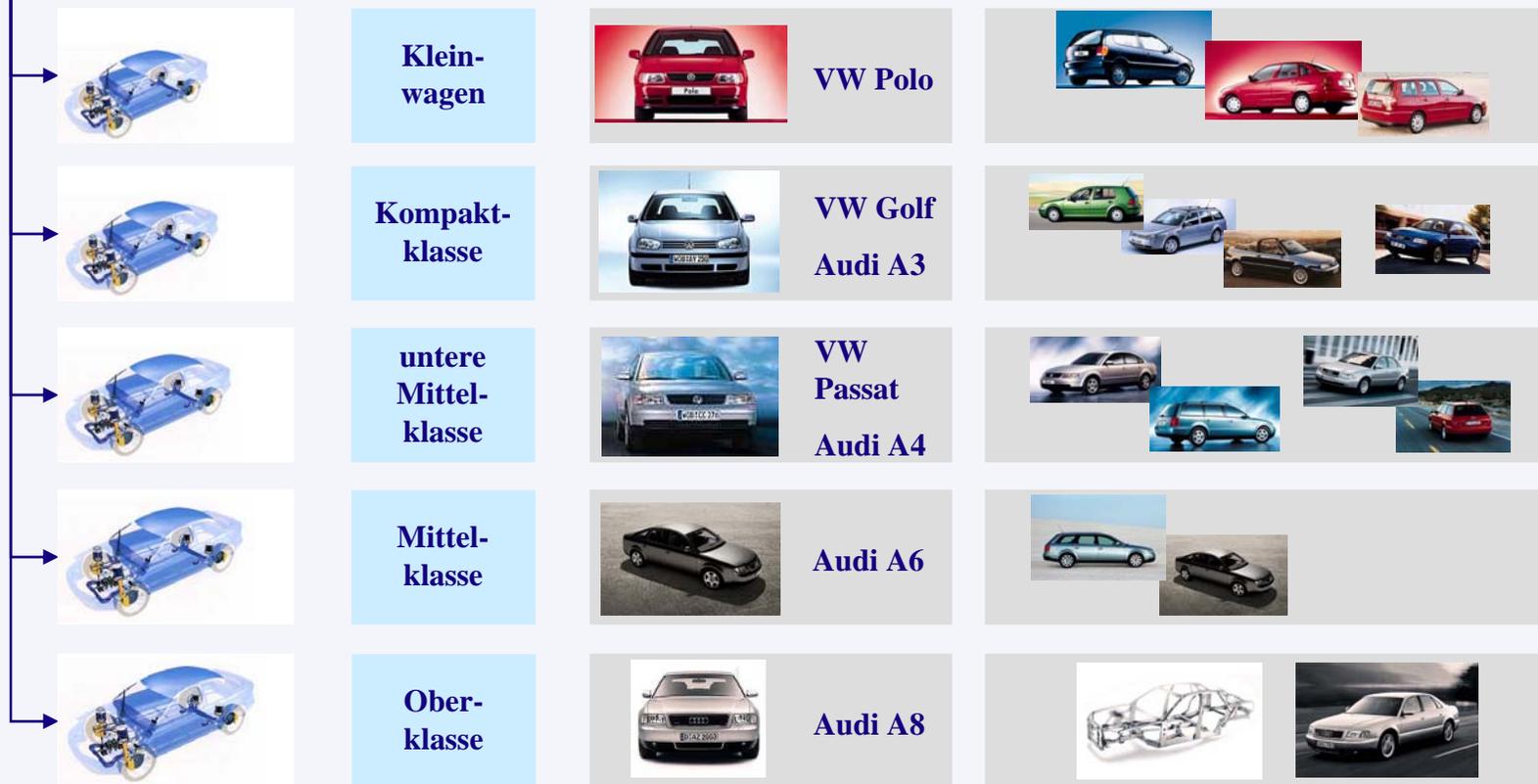
Auswirkungen z.B. auf

- ➔ Produktentwicklung
- ➔ Produktion
- ➔ Marketing

Produktstrategien: Differenzierung

Beispiel: VW - Plattformstrategie

5 unterschiedliche Fahrzeugplattformen



Produktstrategien: Differenzierung

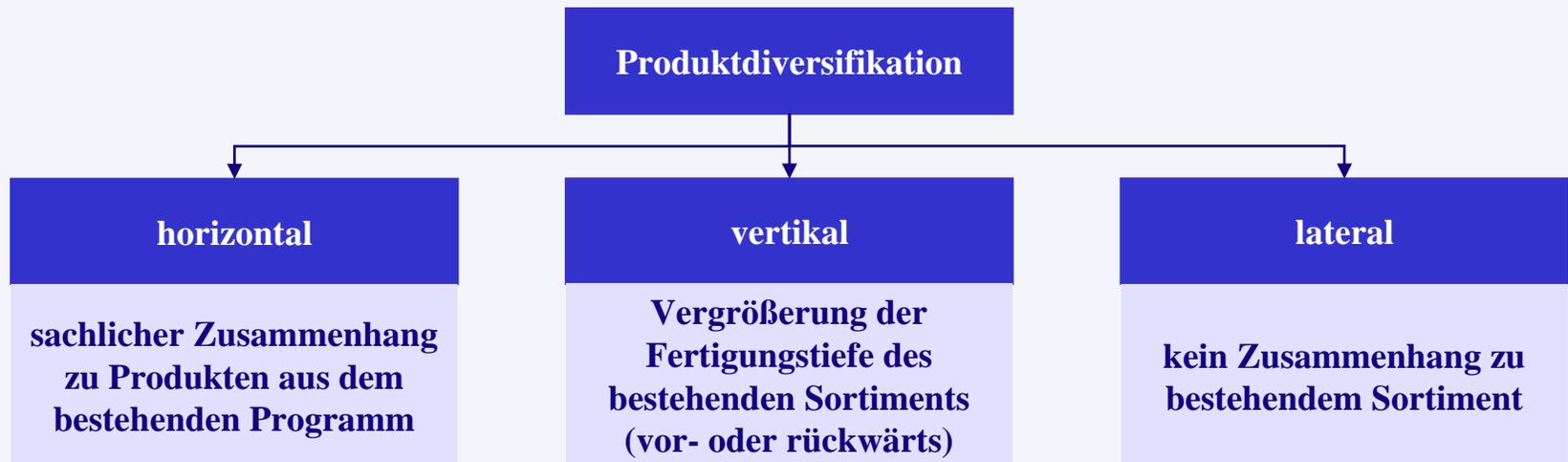
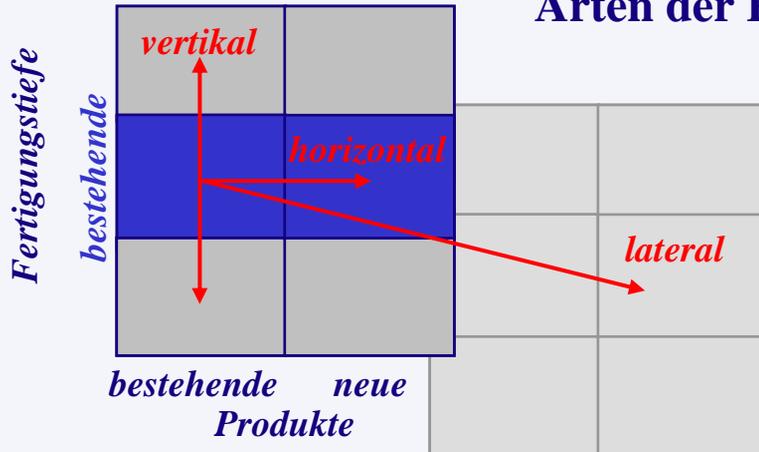
Beispiel: VW - Plattformstrategie

Karosserievarianten werden markt- und länderspezifisch auf die Fahrzeugplattformen aufgebaut

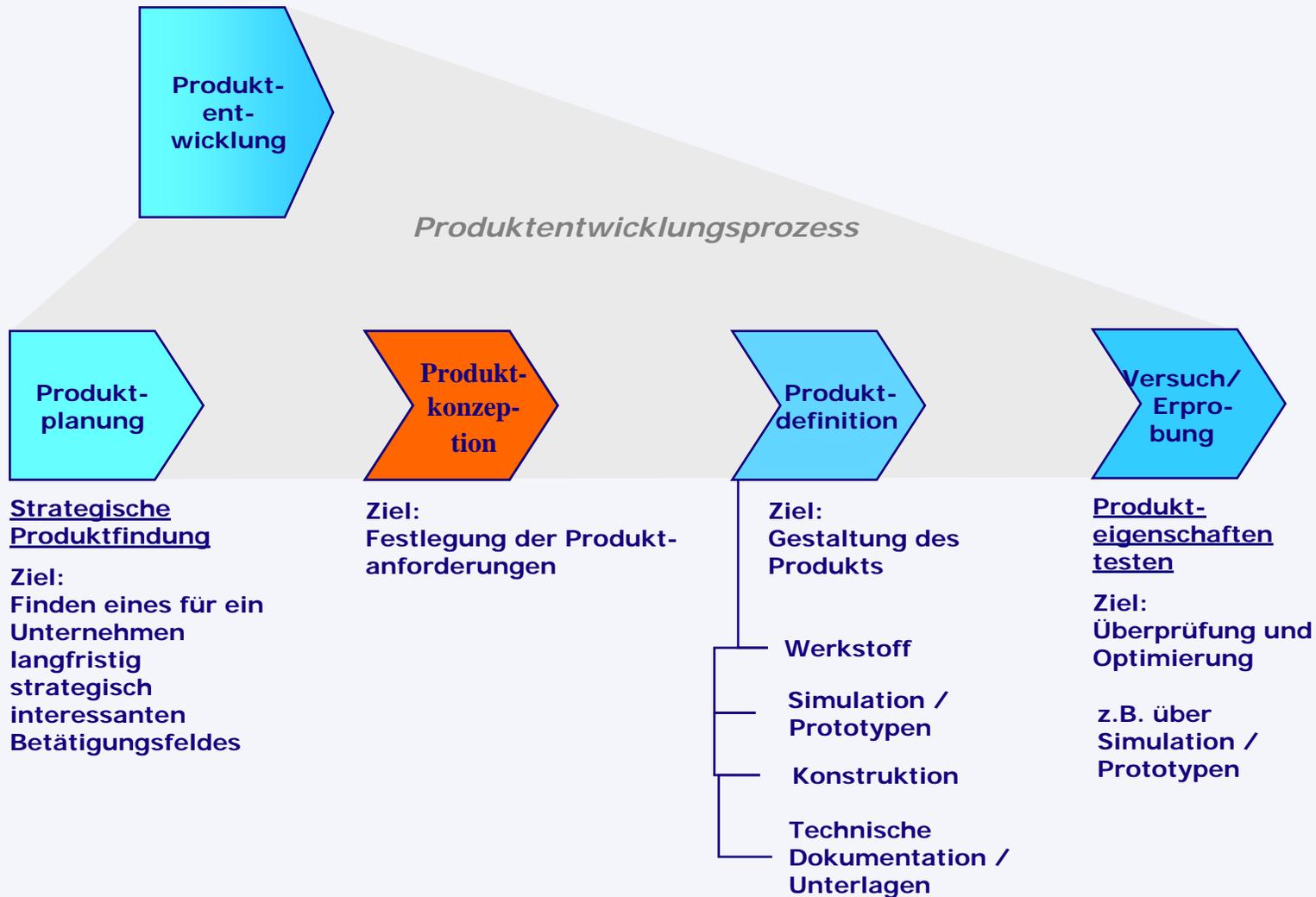
Hersteller	Plattform	Kompakt-klasse	Plattform VW Golf
Volkswagen		VW Golf	
		VW New Beetle	
			
			
Audi		Audi A3	
		Audi TT	
Skoda		Skoda Octavia	
			

Produktstrategien: Diversifikation

Arten der Produktdiversifikation

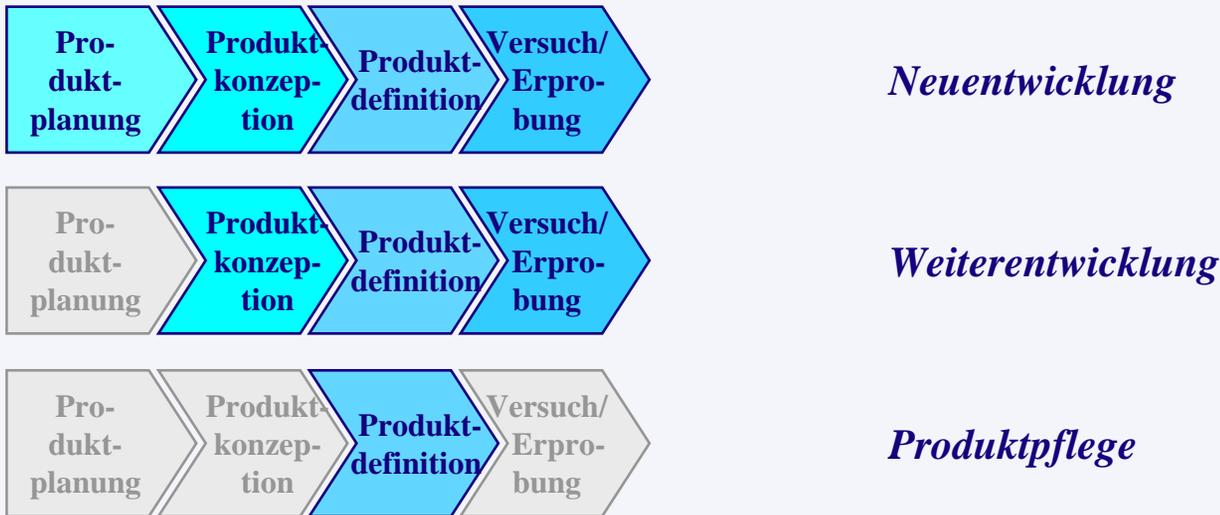


Prozesskette der Produktentwicklung



Prozesskette der Produktentwicklung

Vorwiegende Anteile am Produktentwicklungsprozess



Neuentwicklung bzw. Weiterentwicklung

- ist abhängig von der Ebene der Produkthierarchie
- setzt an unterschiedlichen Teilen des Produktentwicklungsprozesses an

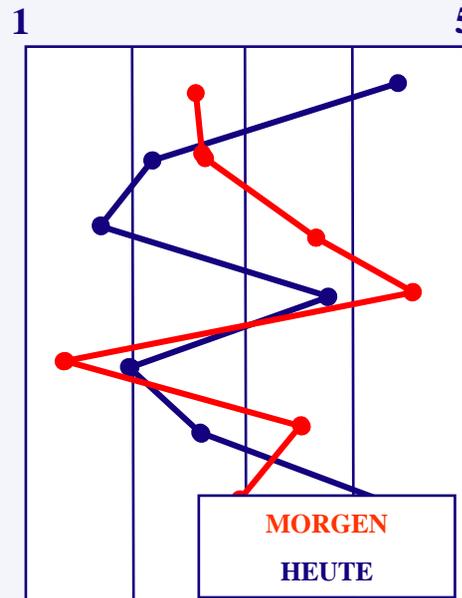


Produktpflege

- beschreibt inkrementale Verbesserungen ohne Entwicklungscharakter
- häufig werden Styling-Änderungen durchgeführt (ohne Bedeutung für die Funktion)

Ermittlung der Anforderungen

- Preis/Wirtschaftlichkeit
- Qualität
- Verfügbarkeit
- Service
- Image
- ...
- ...
- ...



Daten / Einschätzungen zu den Kundenbedürfnissen über:

- Befragungen potentieller Kunden
- interne Einschätzungen
- Markt-Trendanalyse
- ...



ANFORDERUNGSKATALOG: LASTENHEFT UND PFLICHTENHEFT

- ➔ abgesicherte Informationsbasis notwendig; Einfließen der Informationen in das Produkt
- ➔ Grundlage für richtige Produktkonzeption und -definition und damit für den Produkterfolg (Wirtschaftlichkeit!)

Lasten- und Pflichtenheft

Aufgabe: Entwicklung eines komplexen Produkts



aus
Produktplanung

aus
Konzept- und
Detailentwicklung

Lastenheft

Enthält die detaillierten, aber noch nicht auf Realisierbarkeit überprüften Kundenanforderungen ohne technische Realisierungsbedingungen

Pflichtenheft

Eigentliche Spezifikation; enthält die auf Realisierbarkeit überprüften Kundenanforderungen einschließlich technischer Realisierungsbedingungen

- umfassender als das Lastenheft
- technisch orientiert

nach Seibert

Beispiel: Lastenheft Swatch-Uhr

Entwicklungsziel:

- Entwicklung und Vermarktung einer qualitativ hochwertigen, wasserdichten und wartungsfreien Quarzanaloguhr mit auswechselbaren Batterien
- Herstellkosten von 10 SFr bei Markteinführung und unter 6 SFr ab dem 3. Jahr
- Mindest-Absatzvolumen von 10 Mio. Uhren zu einem Endverkaufspreis ab 50 SFr

Marktanforderungen:

- Flache und leichte Quarzuhr aus Kunststoff mit originellem Design in vielen Varianten
- Analoganzeige von Stunden, Minuten und Sekunden
- Datumsanzeige in einem Fenster im Ziffernblatt
- Konventionelle Aufzugswelle mit Schnellkorrektur der Datumsanzeige
- Hohe Zuverlässigkeit und Robustheit, wasserdicht bis 3 bar
- Batterien leicht auswechselbar mit einer Lebensdauer größer 3 Jahre
- Günstiges Preis-/Leistungsverhältnis
- Erfüllung der gesetzlich festgelegten Bezeichnung „Swiss Made“
- u.a.

Produktionsanforderungen:

- Niedrige Fertigungs- und Montagekosten
- Flexible, vollautomatisierte Montage, minimale Ausschußraten
- Senkrechte Montagerichtung, kein Nachpositionieren
- u.a.

Nach: Specht/Beckmann, F&E-Management
Seibert, Technisches Management

Eigenentwicklung oder Fremdvergabe: Make or Buy

Make Eigenentwicklung bzw. -fertigung eines Produkts, Bauteils,...

Buy Fremdvergabe der Entwicklung bzw. Fertigung eines Produkts, Bauteils,...

Make or Buy

strategische Entscheidung

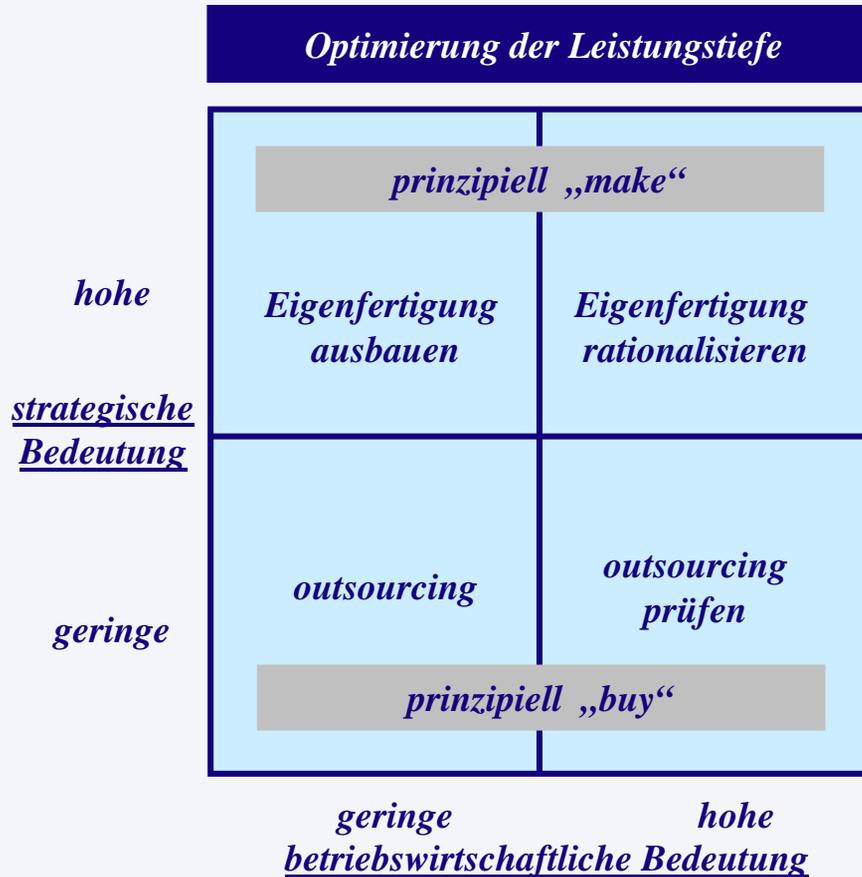
- ➔ strategische Bedeutung
- ➔ Know How im eigenen Unternehmen
- ➔ Geheimhaltung
- ➔ Wettbewerbsvorsprung

operative Entscheidung

- ➔ Fertigungsmöglichkeiten
- ➔ Stückzahlen
- ➔ Rohmaterial

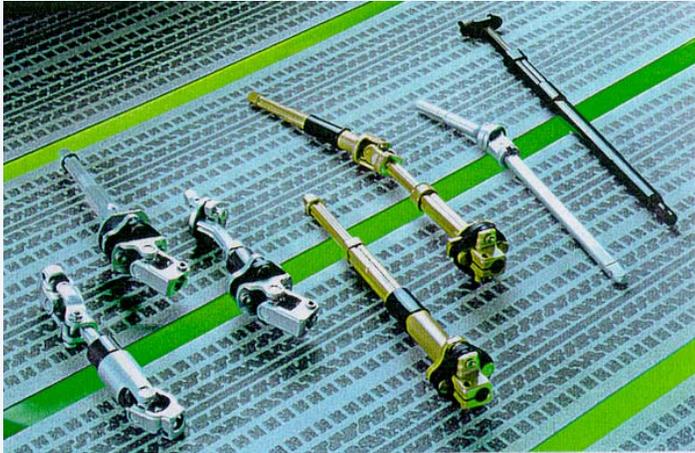
- ➔ Beeinflussung der Wirtschaftlichkeit
- ➔ Auswirkungen z.B. auf
 - Produktentwicklung (Produktstruktur und Entwicklungsumfang)
 - Produktion
 - Zuliefererstrukturen

Eigenentwicklung oder Fremdvergabe: Make or Buy



Quelle: Mercer Management Consulting

Praxisbeispiel: Krupp Presta GmbH, Lenksäulen



**Lieferung kompletter Systeme für die Fahrzeugtechnik
(anstelle einzelner Komponenten)**

**Nutzung von speziellem Fertigungs- Know How und von
Erfahrungen in der Bearbeitung von Großserien**

Vorteile:

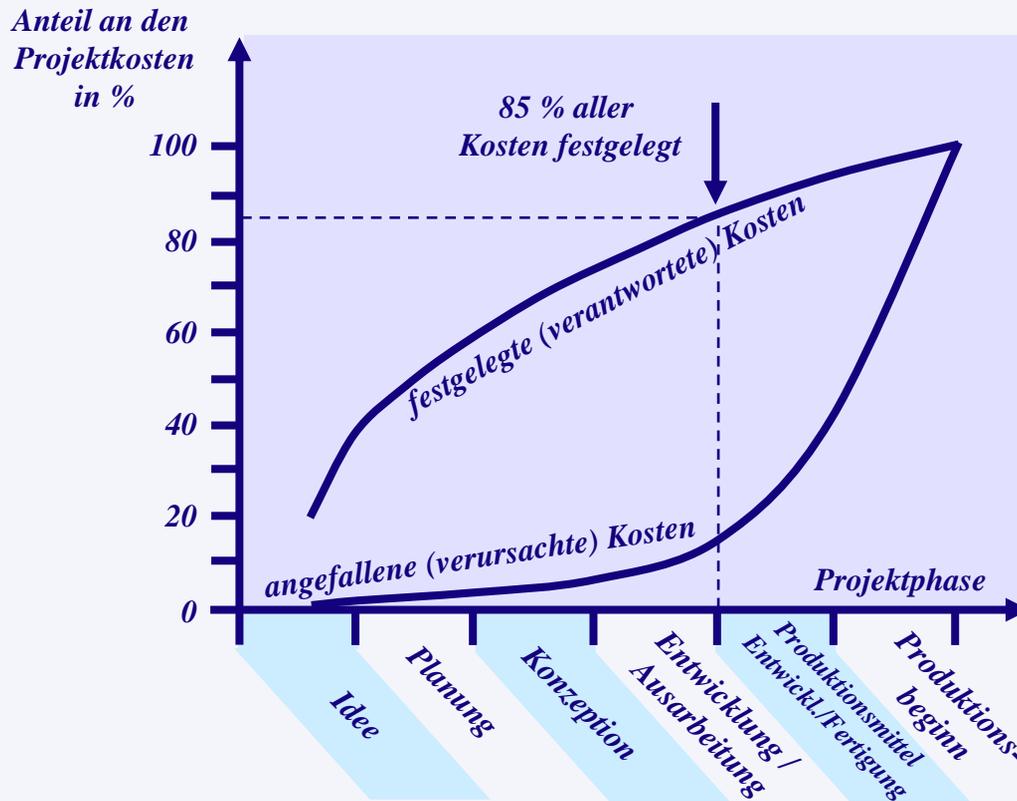
- **Entwicklung und Herstellung komplexer
Großserienprodukte**
- **Kostensenkung durch geändertes
Fertigungskonzept**

- ➔ **strategische Bedeutung des Produkts?**
- ➔ **erforderliches Know How?**
- ➔ **Kosten?**
- ➔ **Make or Buy-Entscheidungen sind bereits in der Konzeptphase zu berücksichtigen;
Einkauf des Unternehmens beteiligen!**

Bild: ThyssenKrupp

Bedeutung der Kooperation in der Produktentwicklung: Beispiel Kosten

Festgelegte und verantwortete Kosten im Verlauf einer Produktentwicklung



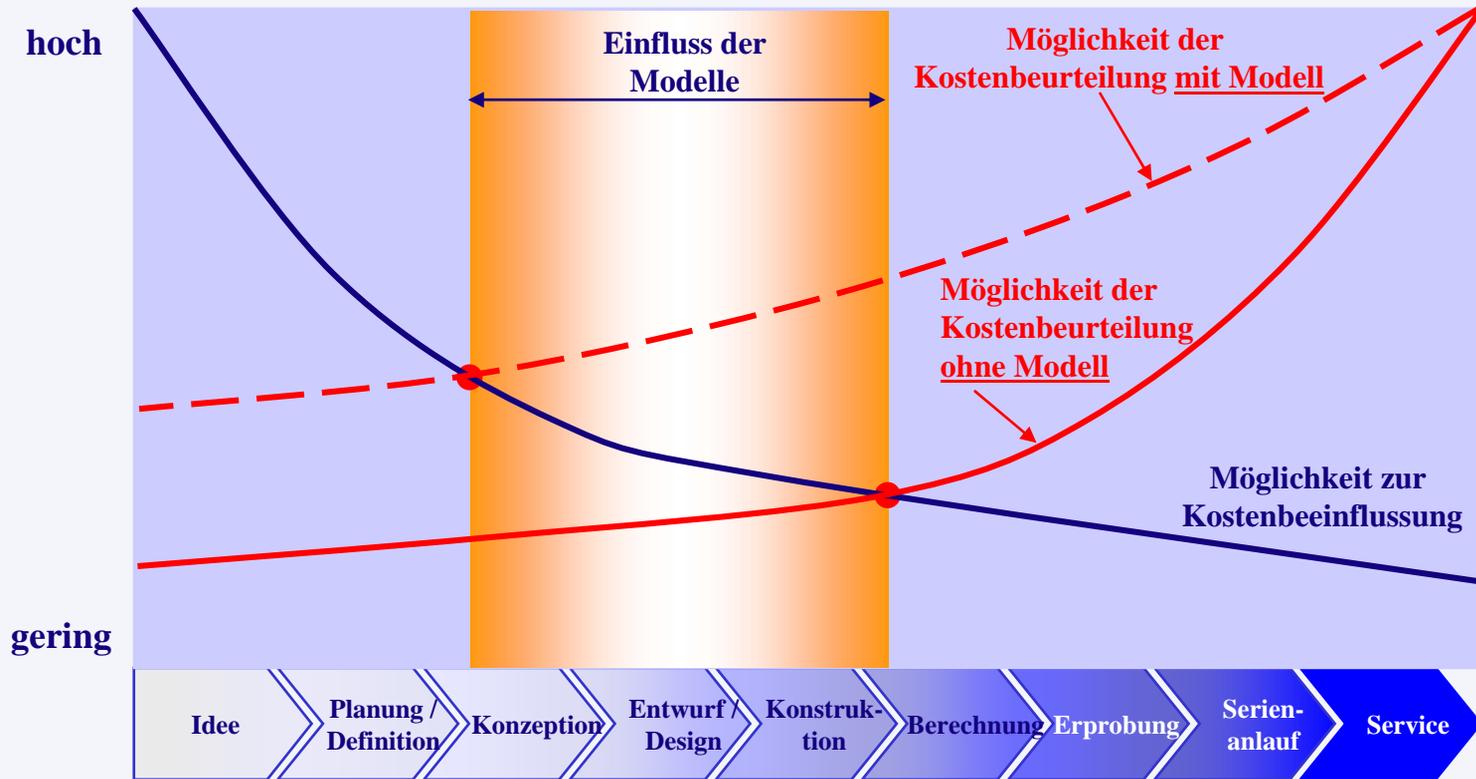
➔ Je spätere Projektphase desto

- geringere Möglichkeit der Eigenschaftsbeeinflussung
 - geringere Möglichkeit der Kostenbeeinflussung
 - höherer Bearbeitungsaufwand (z. B. beim Konstruieren)
 - höhere Änderungskosten
- aber
- bessere Möglichkeit der Kostenbeurteilung
 - bessere Möglichkeit der Eigenschaftsabschätzung

- ➔ frühzeitige Berücksichtigung der nachgelagerten Anteile der Wertschöpfungskette
- ➔ Kooperation und Information

Bedeutung der Kooperation in der Produktentwicklung: Beispiel Kosten

Verbesserte Kostenbeurteilung über Modelle im Produktentwicklungsprozess



nach Gebhardt, Rapid Prototyping

Beispiel: Kfz-Entwicklung



Bild: dSpace

DMU (Digital Mock-up)



Bilder: DaimlerChrysler, Opel

Virtuelles Fahrzeug



Bilder: EDAG, Opel

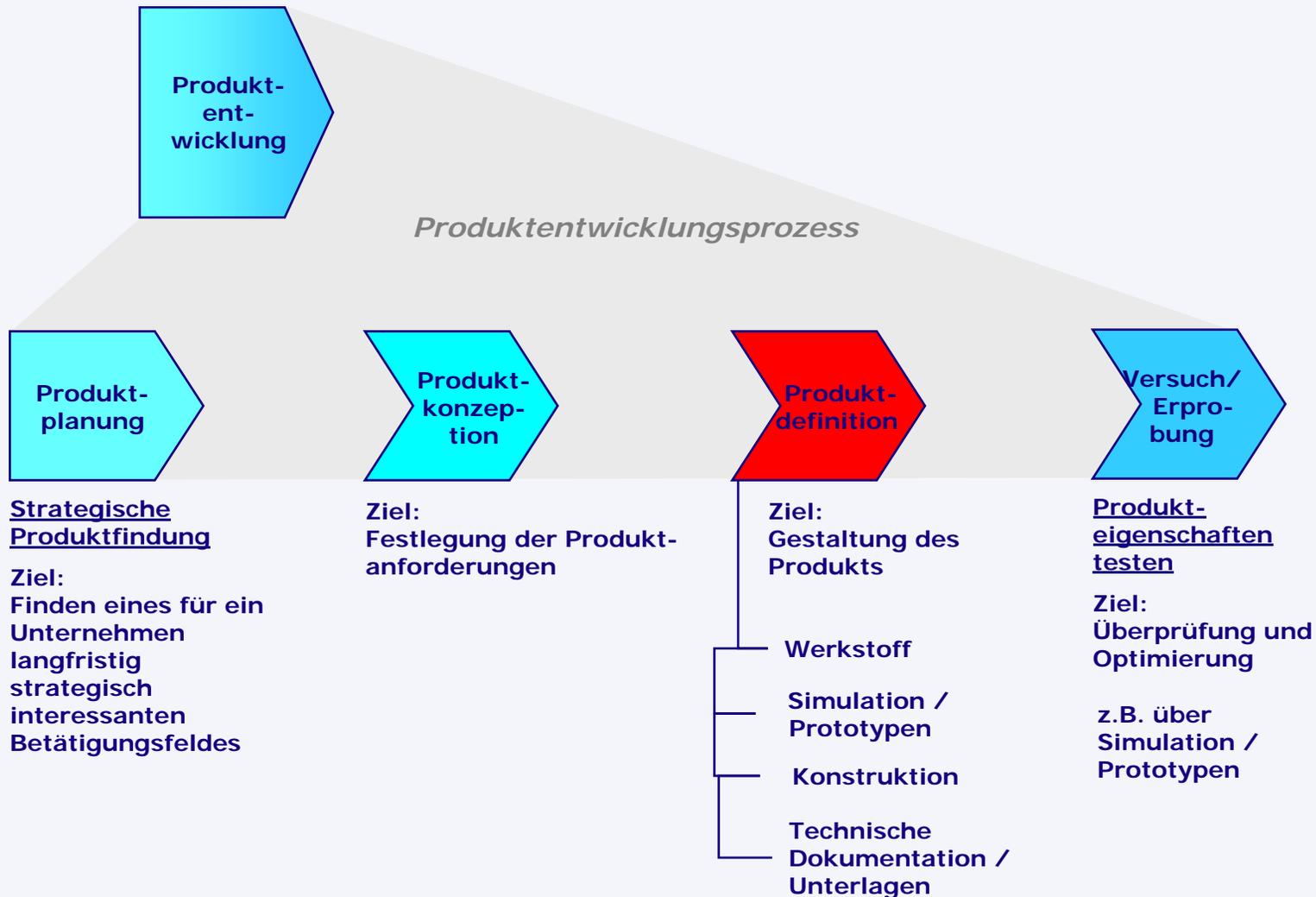
Ergonomie und Beladung

Stereoprojektion

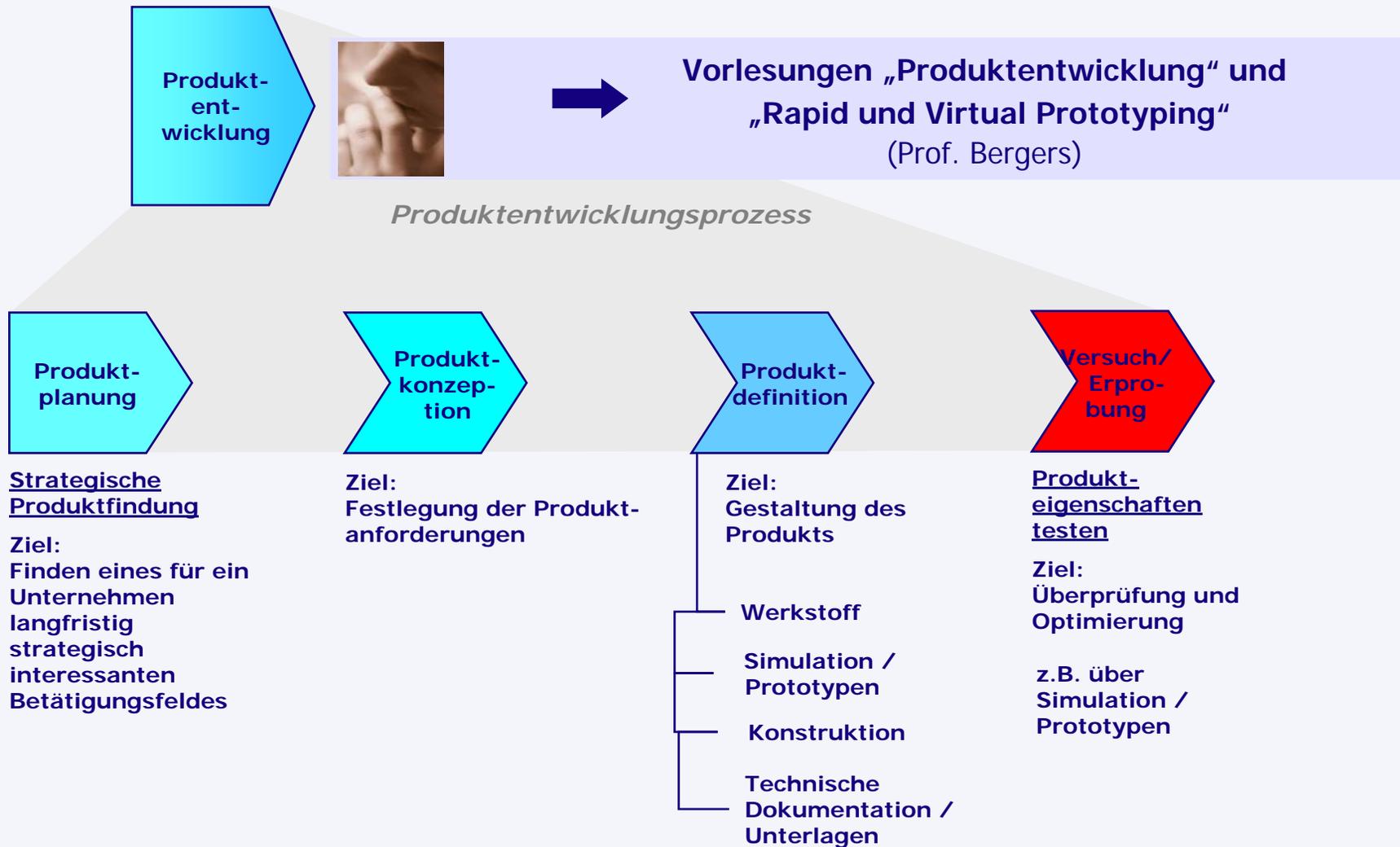


Vorlesung „Rapid und Virtual Prototyping“
(Prof. Bergers)

Prozesskette der Produktentwicklung



Prozesskette der Produktentwicklung



Arbeitsvorbereitung und Produktion

Arbeitsvorbereitung

Arbeitsvorbereitung

Maßnahmen der methodischen Arbeitsplanung und -steuerung.

Ziel: Optimum aus Aufwand und Arbeitsergebnis

auftragsunabhängig



Arbeitsplanung

Beinhaltet die einmalig auftretenden (Planungs-) Maßnahmen zur Sicherstellung der fertigungsgerechten Gestaltung eines Erzeugnisses / ablaufgerechten Gestaltung einer Dienstleistung.

Ständige Berücksichtigung der Wirtschaftlichkeit.

auftragsabhängig



Arbeitssteuerung

Beinhaltet die für eine der Arbeitsplanung entsprechende Auftragsabwicklung erforderlichen Maßnahmen.



**PPS/
ERP**

Arbeitsplanung

Beinhaltet die einmalig auftretenden (Planungs-) Maßnahmen zur Sicherstellung der fertigungsgerechten Gestaltung eines Erzeugnisses / ablaufgerechten Gestaltung einer Dienstleistung.

Ständige Berücksichtigung der Wirtschaftlichkeit.

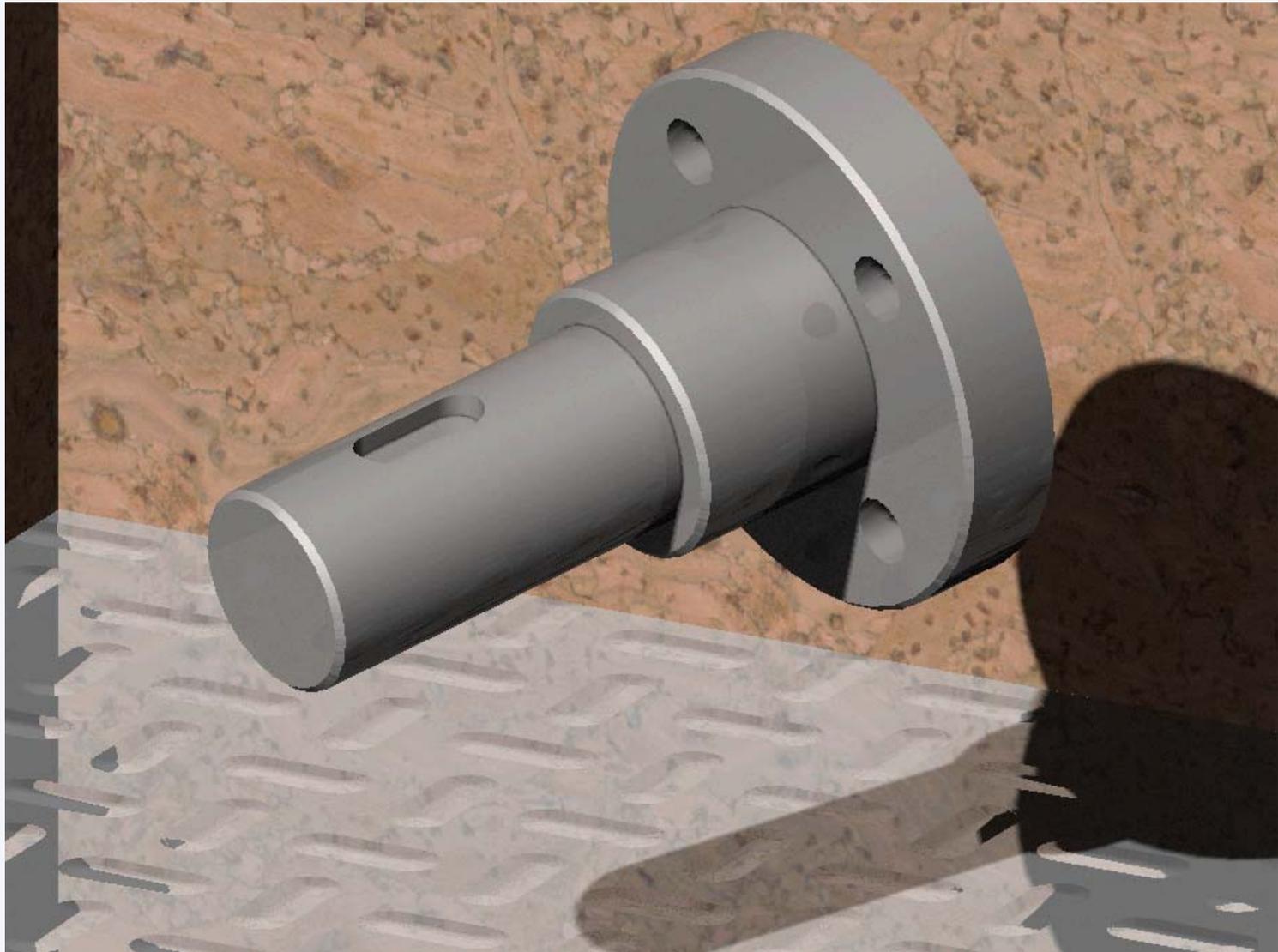
Charakteristika der Arbeitsplanung:

- Planungsmaßnahmen laufen einmalig ab (auftrags- oder terminneutrale Planung).
- Keine Berücksichtigung der jeweiligen Auslastung der erforderlichen Arbeitsplätze und Fertigungsmittel.
- Auswahl der wirtschaftlich günstigsten Fertigung unter (zunächst) Annahme einer unbegrenzten Kapazität

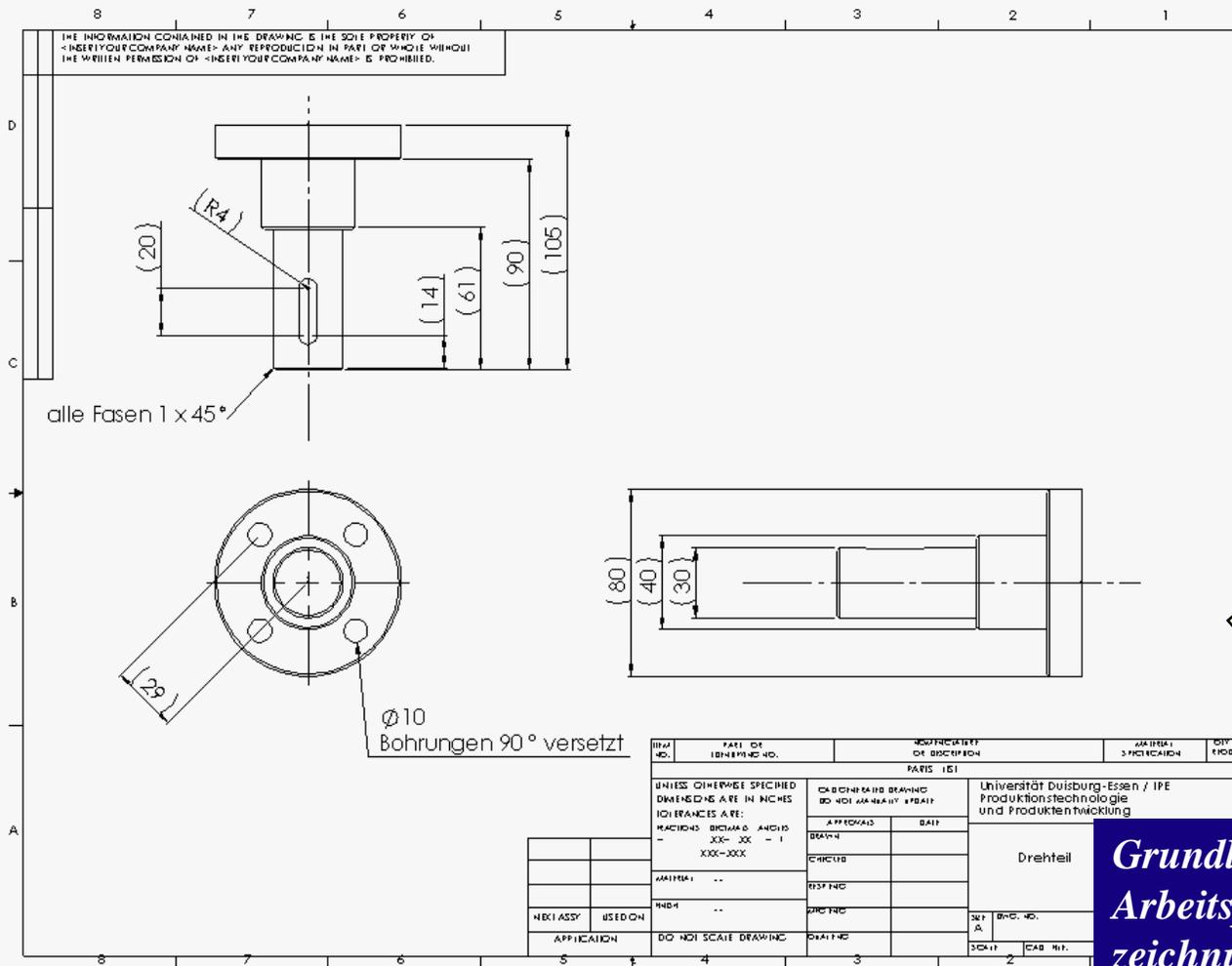
Aufgaben der Arbeitsplanung:

- Was soll gefertigt oder geleistet werden ?
 - ➔ *Aus der Art und der geforderten Beschaffenheit der Erzeugnisse sind der Umfang der Teilefertigung und der Montage festzulegen.*
- Wie soll gearbeitet werden ?
 - ➔ *organisatorische Abläufe*
 - ➔ *technische Verfahren*
- Womit soll gearbeitet werden ?
 - ➔ *Material (Art, Menge)*
 - ➔ *Arbeitsmittel (Art, Menge)*
 - ➔ *Arbeitskräfte (Qualifikation, Anzahl)*

Arbeitsplanerstellung: Beispiel Drehteil



Arbeitsplanerstellung: Beispiel Drehteil



Der Arbeitsplan enthält alle zur Produktion notwendigen Daten:

- Allgemeine Daten / Rohteildaten
- Arbeitsvorgangsfolge
- Fertigungsmittelzuordnung
- Vorgabezeitermittlung

STÜCKLISTE	Auftrags-Nr.	Gr.-Nr.	U.-Gr.	U.-Gr.	Erstellt	23.03.00	Series
Bezeichnung des Auftrags:							
Beschreibung der Gruppe: Dichtung 1, Packung Zuh.							
Name: ZSK							
Lfd. Nr.	Stück	Benennung	Zeich.-Nr.	Pos.	Material	Lager-Nr.	
01	1	Dichtung 1, Zwischenstück	7312364	01	L7312364	4034049	
02	1	Wälzlagerbuchse	7360202	02	1.6071	4034049	
03	2	Gewindestift DIN 913 M8 x 8		03	AA 70	4034053	
04	1	O-Ring 120 x 8		04	NBR 70	4046417	
05	1	Stirnflanschgehäuse 200137110	7360202	05	1.6071	4034051	
06	1	O-Ring 240 x 8		06	NBR 70	4046417	
07	6	Stk. Schraube DIN 933 M8 x 20		07	AA 70	237403	
08	1	Gewindestift DIN 913 M8 x 10		08	AA 70	239104	
09	2	Flanschgehäuse 18 x 18 x 40		09	Castaluminum	560710	
10	1	Flanschring 167106 x 34	7312369	10	1.6071	4034053	
11	1	Flanschring 220137 x 34	7312368	11	1.6071	4034053	
12	1	Flanschring 220137 x 34		12	AA 70	239107	
13	1	Stirnflansch 200137110		13	AA 70	311012	
14	1	Stk. Mutter DIN 934 M12		14	AA 70	311012	

Arbeitsplanerstellung

Grundlage für die Erstellung eines Arbeitsplans sind die Konstruktionszeichnung mit den dazugehörigen Stücklisten



Arbeitsplan

*Dokumentation der Ergebnisse der
Arbeitsplanung /
Beschreibung eines Fertigungsablaufes*

- *Vorgangsfolge zur Fertigung eines Teils, Gruppe oder Erzeugnisses (Unterteilung in mehrere Arbeitsschritte); auch Definition von Warte- und Liegezeiten im Arbeitsplan*

Arbeitsschritt:

10 Vormontieren

20 Prüfen

30 Lackieren

40 Trocknen

50 Abliefern

- *auch für Tätigkeiten in der Instandsetzung werden Arbeitspläne verwendet (Reparaturarbeitspläne)*
- *Mindestangaben (für jeden Arbeitsvorgang):*
 - verwendetes Material
 - Arbeitsplatz
 - Betriebsmittel
 - Vorgabezeiten
 - (Lohngruppe)



Arbeitsplan

Arten eines Arbeitsplans:

- *auftragsunabhängiger Arbeitsplan (Basis- oder Stammarbeitsplan)*
- *auftragsabhängiger Arbeitsplan (Auftragsarbeitsplan)*
= Stammarbeitsplan + Auftragsdaten (Stückzahl, Fertigstellungstermin, Auftragsnummer etc.)

Aufbau eines Arbeitsplans:

- Arbeitsplankopf
- Arbeitsvorgangsfolgen

○ Arbeitsplankopf

Allgemeine Angaben

(eindeutige Identifizierung des Arbeitsplans)

- *Unternehmen, Bereich, Teilbereich*
- *Verwendung*
- *Arbeitsplan-Nummer*
- *Ersteller / Erstellungsdatum*
- *Prüfer / Prüfdatum*
- *Änderer / Änderungsdatum*

Daten zu Ausgangsmaterial u. Fertigungszustand

(sachbezogene Daten des Arbeitsplans)

Ausgangsmaterial:

- *Sachnummer/ Bezeichnung*
- *Werkstoff*
- *Mengen*
- *Ausgangsmaße/ -zustand*
- *Gewicht*

Fertigungszustand:

- *Sachnummer/ Bezeichnung*
- *Zeichnungsnummer*
- *Teilefamiliennummer*



Arbeitsplan

Aufbau eines Arbeitsplans:

- Arbeitsplankopf
- Arbeitsvorgangsfolgen

○ Arbeitsvorgangsfolgen (arbeitsvorgangsabhängige Daten)

Arbeitsvorgänge

- Art des Verfahrens
- Abfolge der Verfahren

Werkzeuge, Vorrichtungen, Maschinen, Arbeitsplätze

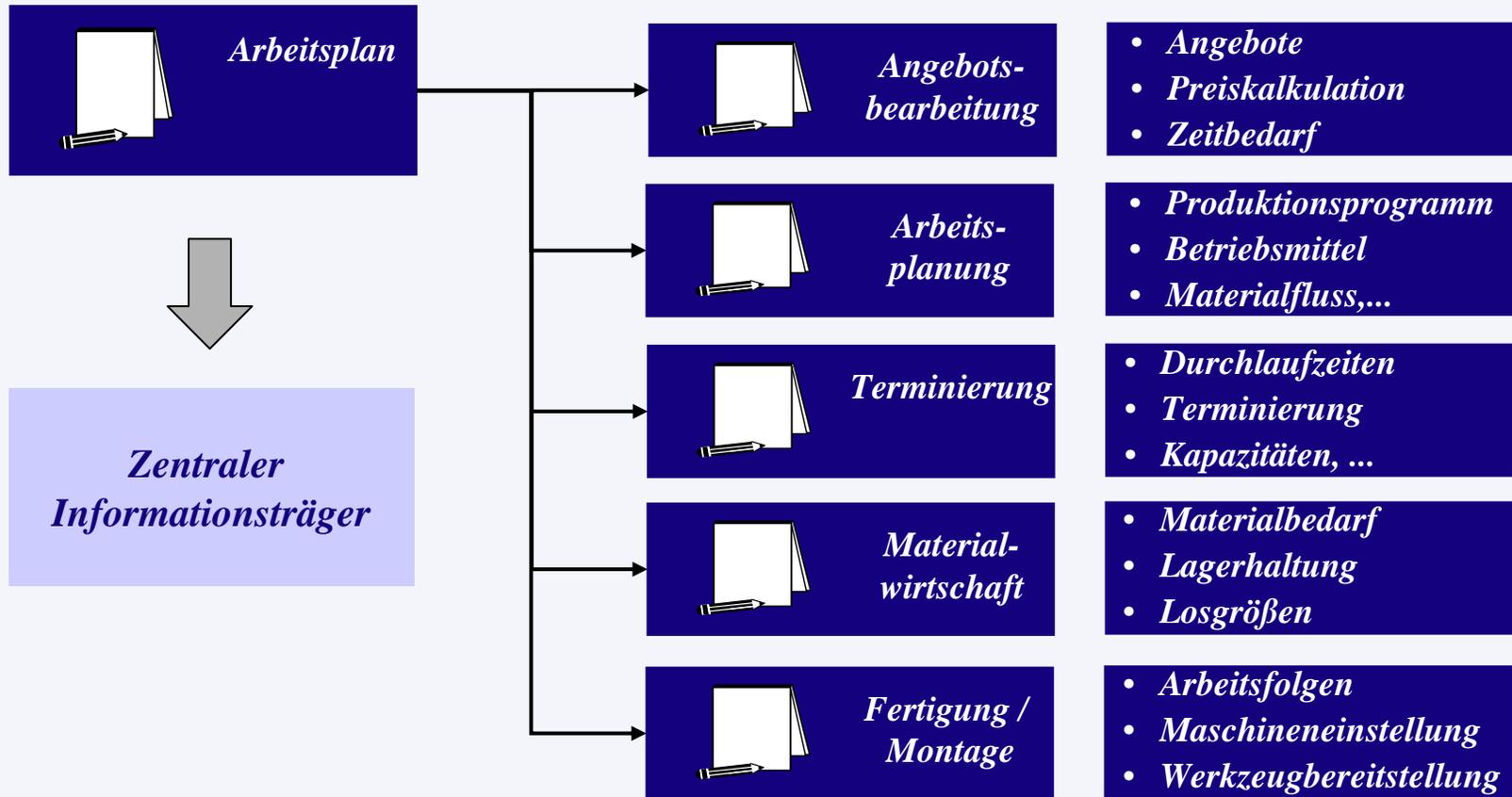
- Maschinenummer
- Maschinengruppe / Kostenstelle
- Arbeitsplatzgruppe / Arbeitsplatz
- Werkzeuge
- Werkzeugeinstelldaten

Zeiten, Mengen und Löhne

- Vorgabezeiten, Gesamt- und Einzelzeiten
- Mengen
- Lohngruppe

Sonstige Daten

Arbeitsplan



Arbeitssteuerung

Beinhaltet die für eine der Arbeitsplanung entsprechende Auftragsabwicklung erforderlichen Maßnahmen.

Charakteristika der Arbeitssteuerung:

- Abwicklung des vorgegebenen Erzeugnispektrums unter Berücksichtigung der durch die Arbeitsplanung vorgegebenen Randbedingungen (optimale Abläufe)
→ Produktionsplanung und -steuerung (PPS)
- Reaktion auf von der (Optimal-) Planung abweichende oder unvorhergesehene Zustände der Betriebsmittel (Engpässe, Ausfall, Überlastungen oder Störungen)

Aufgaben der Arbeitssteuerung:

- Welche Erzeugnisse sind in welchen Mengen und in welchen Zeitabschnitten zu fertigen ?
 - Wann müssen die Arbeitsaufträge, das benötigte Material, Arbeitsmittel und Arbeitskräfte zur Verfügung stehen ?
 - Wie soll die fristgemäße und termingerechte Arbeitsverteilung auf die einzelnen Arbeitsplätze / -platzgruppen erfolgen ?
- ➔ *Terminierung*
 - ➔ *Kapazitäten und Auslastungen*
 - ➔ *Logistik / Materialwirtschaft*

Arbeitsvorbereitung

Arbeitsvorbereitung

Maßnahmen der methodischen Arbeitsplanung und -steuerung.

Ziel: Optimum aus Aufwand und Arbeitsergebnis

auftragsunabhängig



Arbeitsplanung

Beinhaltet die einmalig auftretenden (Planungs-) Maßnahmen zur Sicherstellung der fertigungsgerechten Gestaltung eines Erzeugnisses / ablaufgerechten Gestaltung einer Dienstleistung.

Ständige Berücksichtigung der Wirtschaftlichkeit.

auftragsabhängig



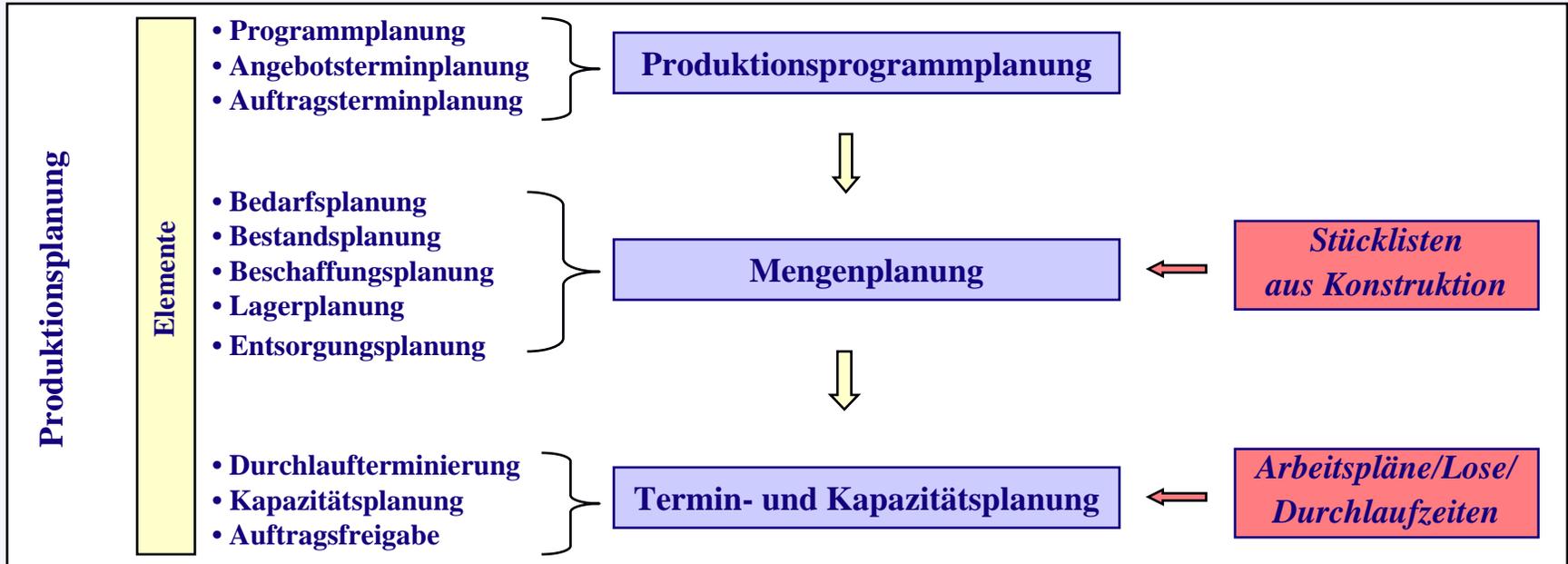
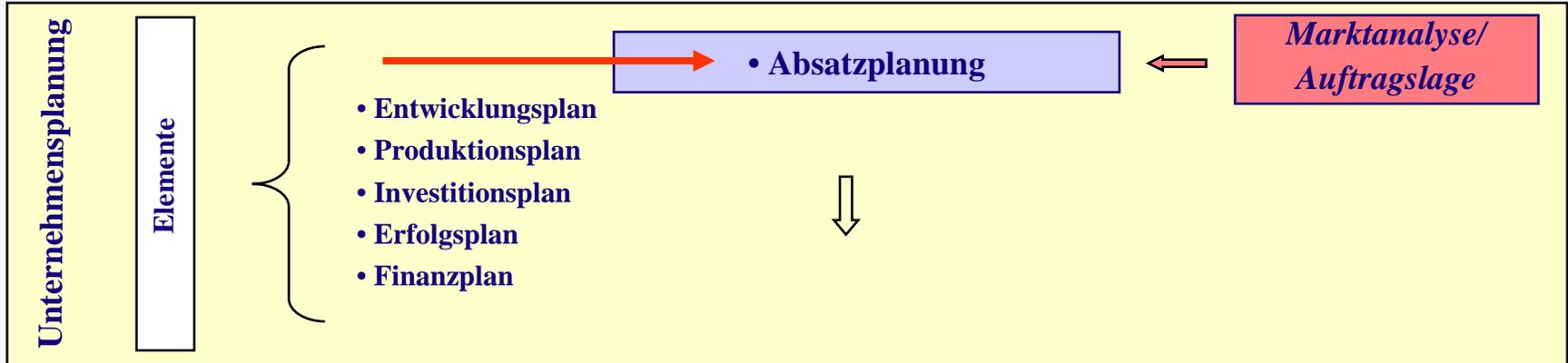
Arbeitssteuerung

Beinhaltet die für eine der Arbeitsplanung entsprechende Auftragsabwicklung erforderlichen Maßnahmen.



**PPS/
ERP**

Struktur der PPS



Mengenplanung

Basis:

- *Stückliste*

Die **Mengenplanung** betrachtet den Auftrag:

„In welcher Anzahl müssen die Teile beschafft werden?“

Termin- und Kapazitätsplanung

Basis:

- *Arbeitsvorgangsfolge*
- *Fertigungsmittelzuordnung*
- *Vorgabezeitermittlung*

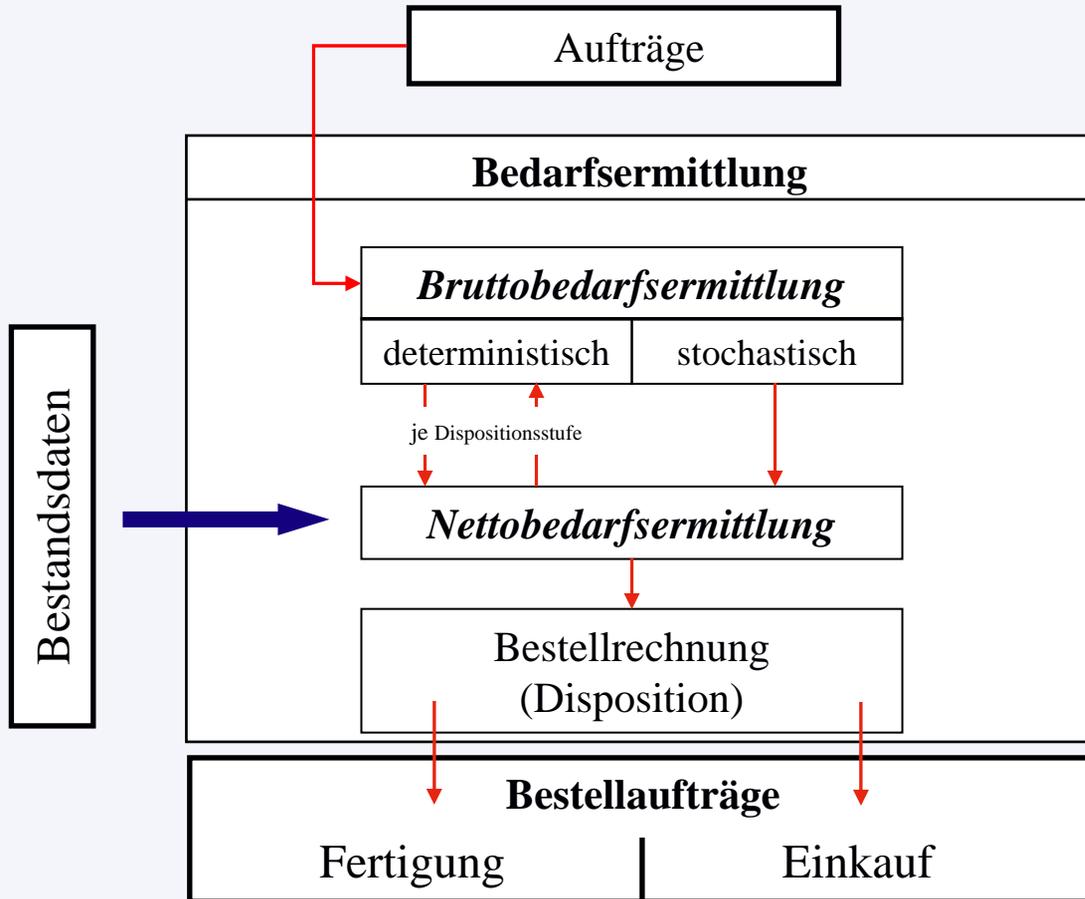
Die **Terminplanung** betrachtet den Auftrag:

„Wann wird welcher Arbeitsvorgang durchgeführt?“

Die **Kapazitätsplanung** betrachtet die Fertigungsmittel:

„Wie hoch sind die einzelnen Fertigungsmittel zu bestimmten Zeiten ausgelastet?“

Mengenplanung

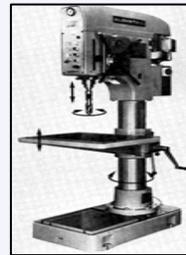
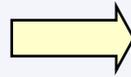


Nach: Wiendahl, Betriebsorganisation für Ingenieure

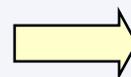
Durchlaufzeiten und Terminplanung



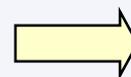
Arbeitsstation 1



Arbeitsstation 2



Arbeitsstation 3



Durchlaufzeit pro Arbeitsstation

Transportzeit

Liegezeit

Rüstzeit

Bearbeitungszeit

Keine Wertschöpfung („Totzeit“)

Wertschöpfung („produktive Zeit“)

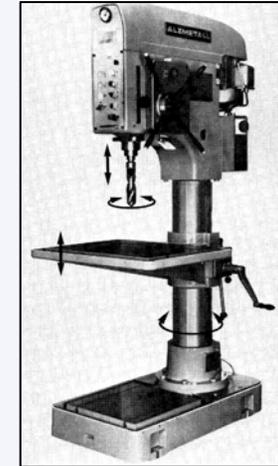
- Problem:
- *Transportzeiten zwischen 2 Arbeitsvorgängen müssen berücksichtigt werden*
 - *Liegezeiten zwischen 2 Arbeitsvorgängen verursachen erhebliche Totzeiten*

Kapazitätsplanung



Arbeitsvorgang 1: Sägen

Transport



Arbeitsvorgang 3: Drehen

Problem:

- *Eine Vielzahl von Aufträgen könnten einzelne Maschinen für andere Aufträge blockieren*

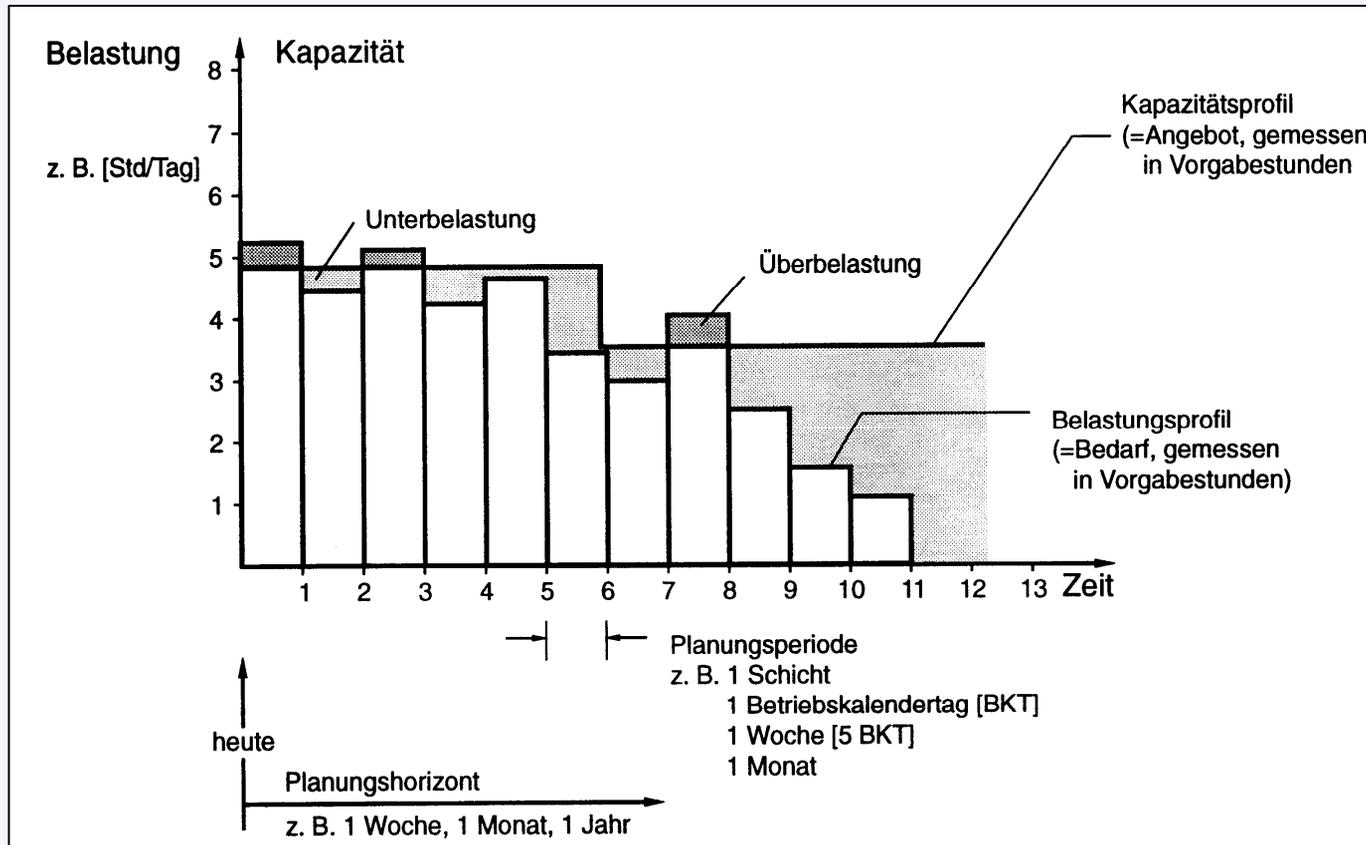
Quelle: Gildemeister AG, AXA GmbH, Alzmetall KG

Arbeitsvorbereitung und Produktion

Kapazitätsplanung

Jede Maschine / Arbeitskraft besitzt innerhalb einer definierten Planungsperiode eine endliche Kapazität.

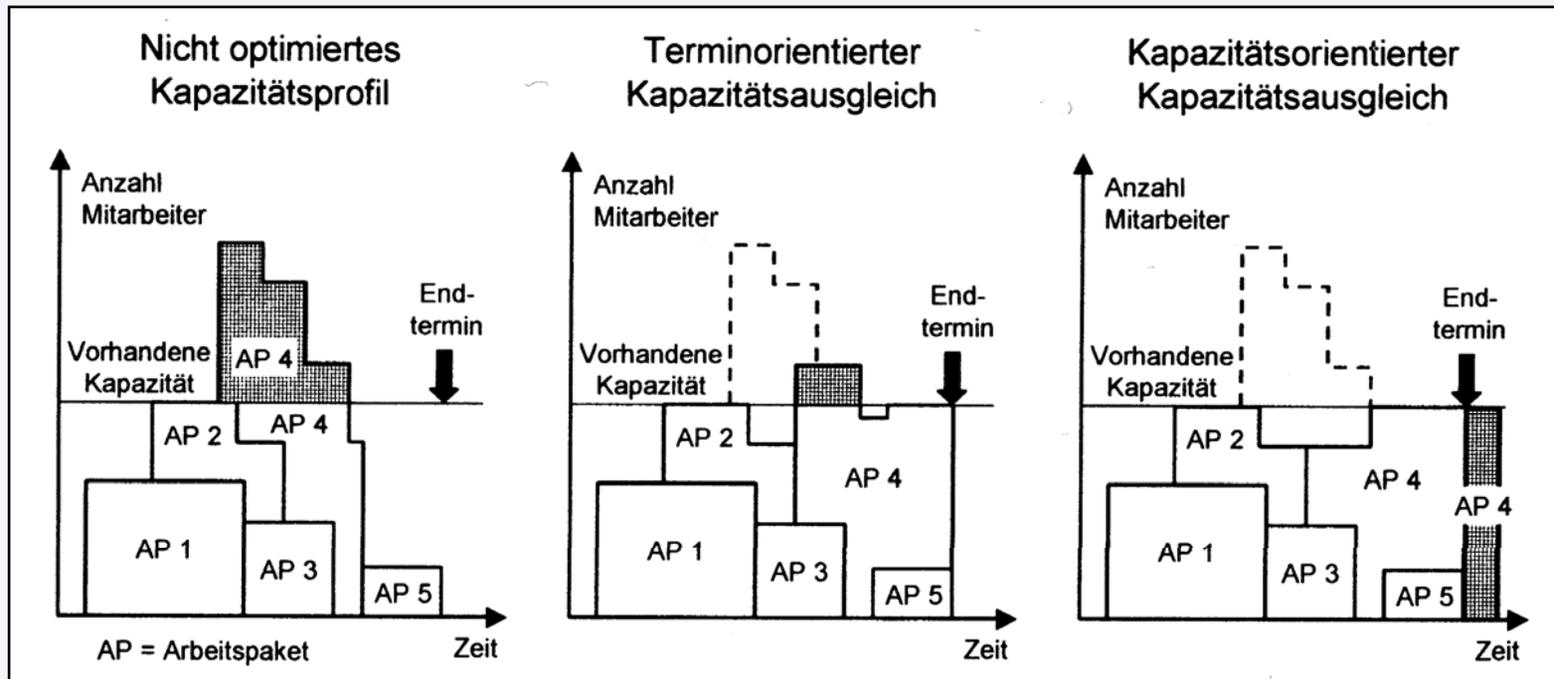
Jeder Arbeitsschritt eines Auftrags belastet die Kapazität der eingesetzten Maschinen / Arbeitskräfte



Kapazitätsplanung

Je nach Wichtigkeit eines Auftrags können Kapazitätsüberlastungen unterschiedlich ausgeglichen werden.

- **Terminorientierter Kapazitätsausgleich** [hohe Vertragsstrafen bei Nichteinhaltung des Termins]
- **Kapazitätsorientierter Kapazitätsausgleich** [betriebliche Gründe erlauben keine Zusatzschichten]



Quelle: Seibert, Technisches Management

Produktionslayout und Zuliefererstrukturen



Beispiel SMART / smartville



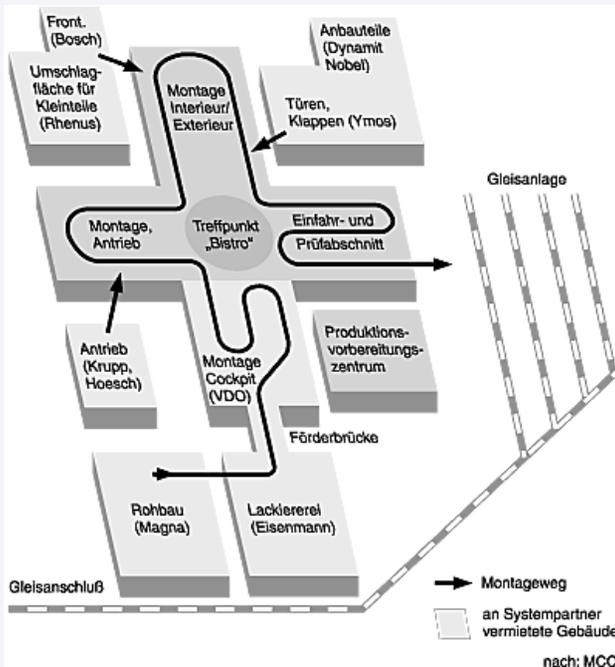
Produktionslayout und Zuliefererstrukturen



Beispiel SMART / smartville



„Im lothringischen Hambach wurde für die Produktion des smart ein vollständig neues Fertigungskonzept realisiert. Rund um die Kernfertigung des smart, die plusförmig im Zentrum des Werksgeländes abläuft, wurden die Systempartner angesiedelt und in die Prozesse integriert. Der so entstandene Industriepark smartville wurde am 27.10.1997 eröffnet.“
(Quelle: SMART)



- **logistikorientierte Fertigung, orientiert am modularen Aufbau des Fahrzeugs**
 - **verringertes Transportaufwand und geringere Lagerhaltung: Entfernung zwischen Anlieferstelle eines Bauteils und Montageband maximal zehn Meter**
 - **Produktionsdurchlauf: smart city-coupé:**
 - 140 Montagestationen
 - Durchlauf: viereinhalb Stunden
- ➔ **Anforderungen der Produktion müssen bereits in der Entwicklung berücksichtigt werden**
- ➔ **Einbindung unternehmensexterner Partner (Zulieferer)**

Zuliefereranbindung: Logistik

Weiterentwicklung
des Just in time



Bild: BMW Group

- **Just in time (JIT)**

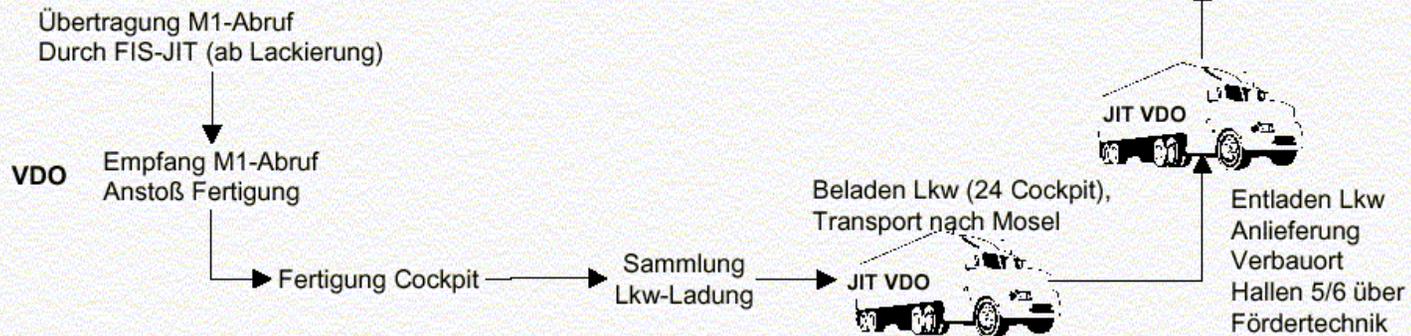
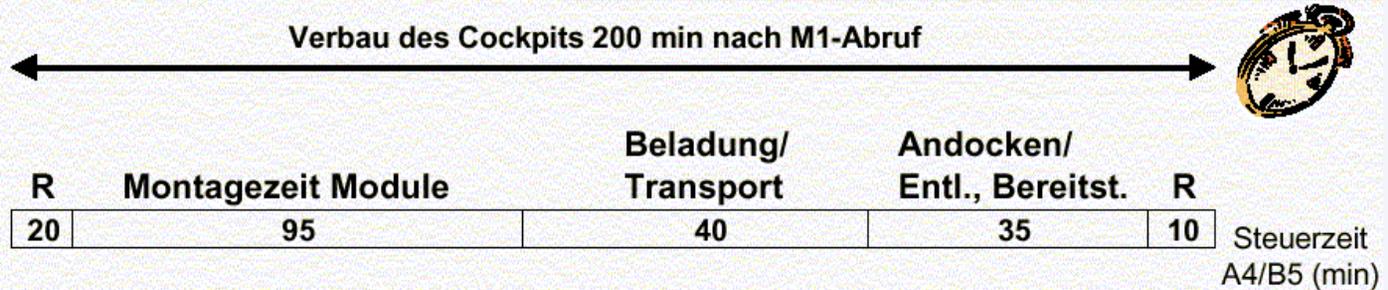
- ➔ stark synchronisierte Abläufe, bei denen Teile zum Einbauzeitpunkt an einem Montageplatz / -band bereitgestellt werden müssen
- ➔ Supply Chain-Management
- ➔ Bestände werden deutlich reduziert (möglichst geringer Puffer)
- ➔ geringere Losgrößen
- ➔ informationstechnische Abstimmung erforderlich (Teileanforderung, Bedarfsmeldung, Teileverfolgung, Lieferbestätigung, Abrechnung etc.)

- **Just in sequence (JIS)**

- ➔ stark synchronisierte Abläufe, bei denen Teile zum Einbauzeitpunkt an einem Montageplatz / -band bereitgestellt werden müssen; Material wird zum benötigten Zeitpunkt in der richtigen Reihenfolge geliefert
- ➔ Supply Chain-Management
- ➔ Bestände werden deutlich reduziert

Zuliefereranbindung: JIT bei Volkswagen

JIT-Abwicklung VDO-Cockpit B5/A4



Quelle: Dr. Olle, Volkswagen Sachsen GmbH

20

Virtuelle Realität als Planungshilfe



Bilder: Delmia, Rücker

Virtual Prototyping: Simulation der Prozesskette



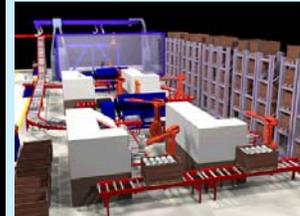
Quelle: Prosolvia Systems

Virtual Processing

[PS-Engine]®

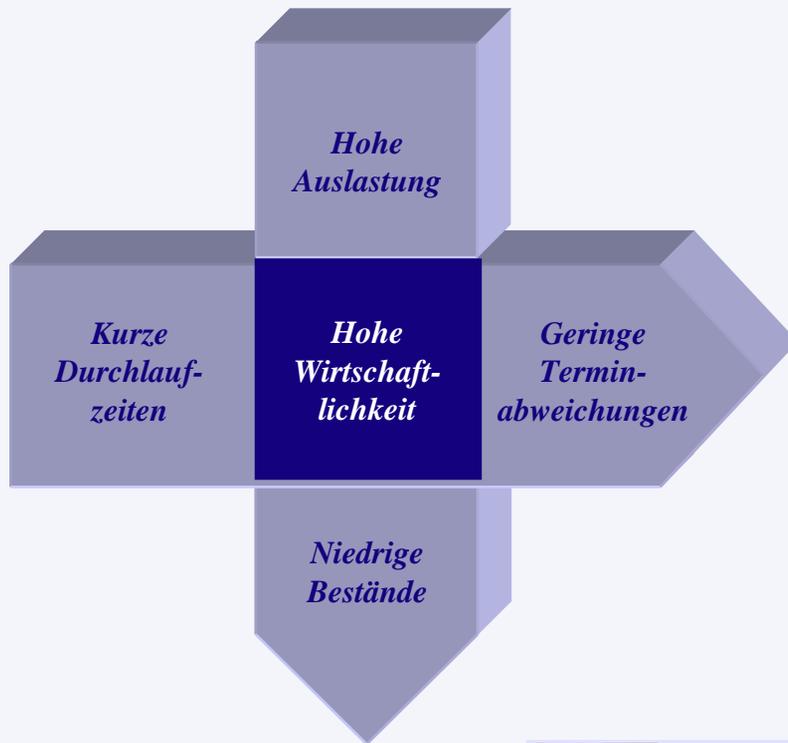
- Industriesimulation
- Fertigungsprozesse und Anlagen
- Einbindung in CAD- und PPS-Umfeld

Simulation einer Industrieanlage



Quelle: Prosolvia Systems

Simulation von Fertigungsprozessen



*Betriebsziele /
Produktionsziele*

Marktziele

➔ *Begrenzte Ressourcen eines Unternehmens; dadurch teilweiser Konflikt zwischen den Zielen der Produktion und des Marktes !*

Beispiel:

Anforderung „kurze Durchlaufzeiten“ und gleichzeitig „niedrige Bestände“ lassen sich in der Regel nicht zusammen realisieren

Praxis:

Häufig einseitiges Reagieren auf das „Hauptproblem“ (z.B. zu große Lagerbestände).



**Vorlesung „Production Management“
(Prof. Bergers)**

Vertrieb



Kundenkategorien:

- **Stammkunden**

Kunden, die Produkte ausschliesslich bei einem Lieferanten beziehen

- **Durchschnittskunden**

Kunden, die Produkte hauptsächlich bei einem Lieferanten beziehen

- **Gelegenheitskunden**

Kunden, die regelmäßig (je nach Preis oder Qualität) Produkte beziehen (verschiedene Lieferanten)

- **Kumentouristen**

Kunden, die praktisch keinen festen Lieferanten haben, häufiger Wechsel zwischen verschiedenen Lieferanten

Ziel ist die Verringerung von Kumentouristen bzw. deren Gewinnung als Stammkunden!

Die richtige Betreuung der Kunden hat einen großen Einfluss auf die wirtschaftliche Entwicklung eines Unternehmens:

- *ca. 65% des Geschäftes werden mit Stammkunden gemacht*
 - ➔ *Konzentration auf das Stammkundengeschäft*
- *Die Neugewinnung eines Kunden kostet das 5-fache der Altkundenpflege*
 - ➔ *Vorrangige Betreuung der bestehenden Kundenkontakte*
- *91% der unzufriedenen Kunden wenden sich vom Unternehmen ab und kommunizieren Ihre Unzufriedenheit mit weiteren 9 Kunden*
 - ➔ *Einfluss auf den Marktanteil des Unternehmens*

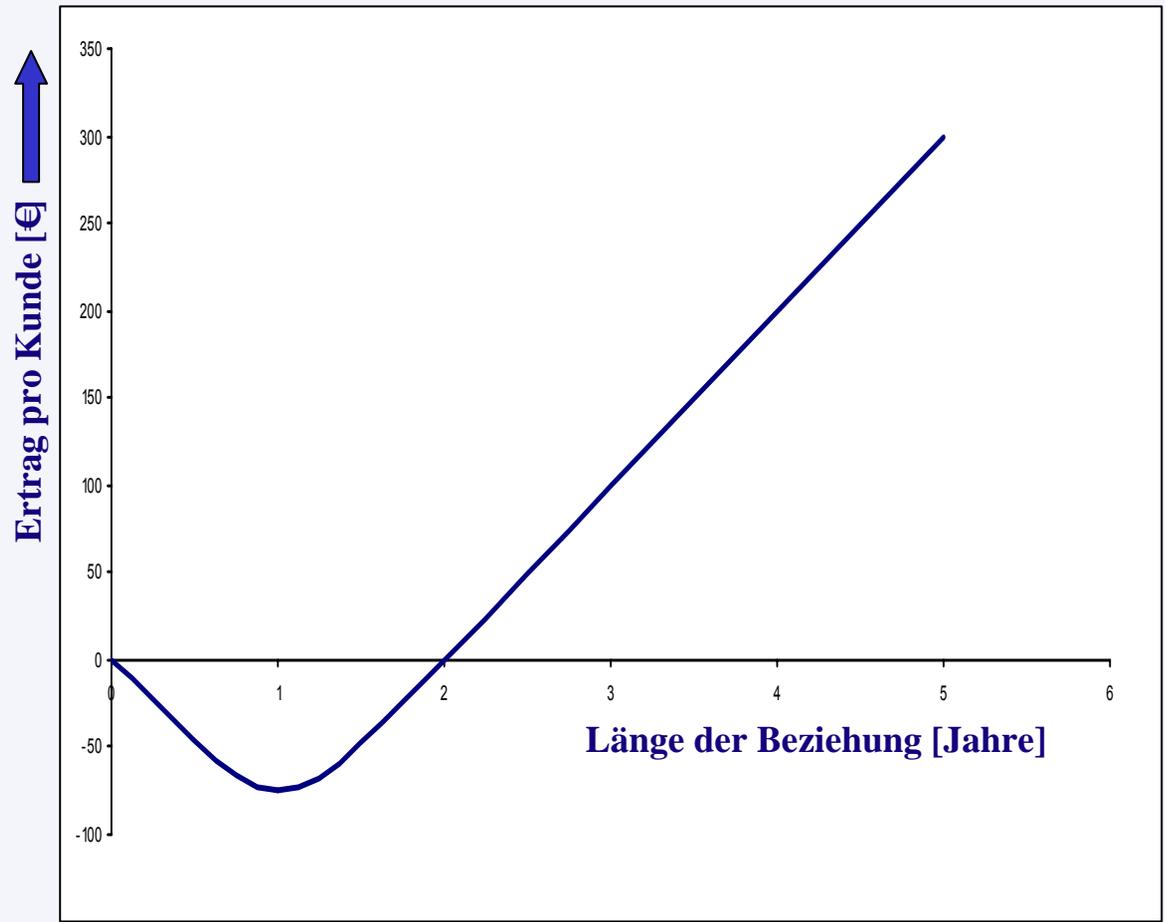
Kundenbindungsdauer

Die Akquisition von Neukunden führt zu in der ersten Zeit zu einem negativen Ertrag.

→ Kosten aufgrund von Preisnachlässen

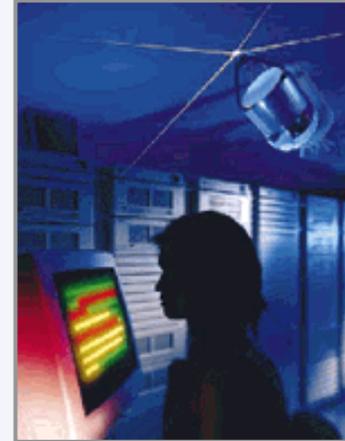
Mit fortschreitender Dauer der Kundenbeziehung steigt der Ertrag

→ Größere Erträge aufgrund von höheren Absatzmengen



Quelle: The Boston Consulting Group

Beispiel SAP AG



Optimierung des Kundennutzens der SAP- Software durch Consulting Services:

- **On-Site-Consulting**

Anpassung der Software durch SAP-Spezialisten beim Kunden vor Ort.

- **Remote Consulting**

*Lösungshilfe bei kurzfristig anfallendem Beratungsbedarf am Telefon.
SAP-Techniker haben die Möglichkeit sich in das jeweilige Kundensystem einzuwählen.*

Vertrieb



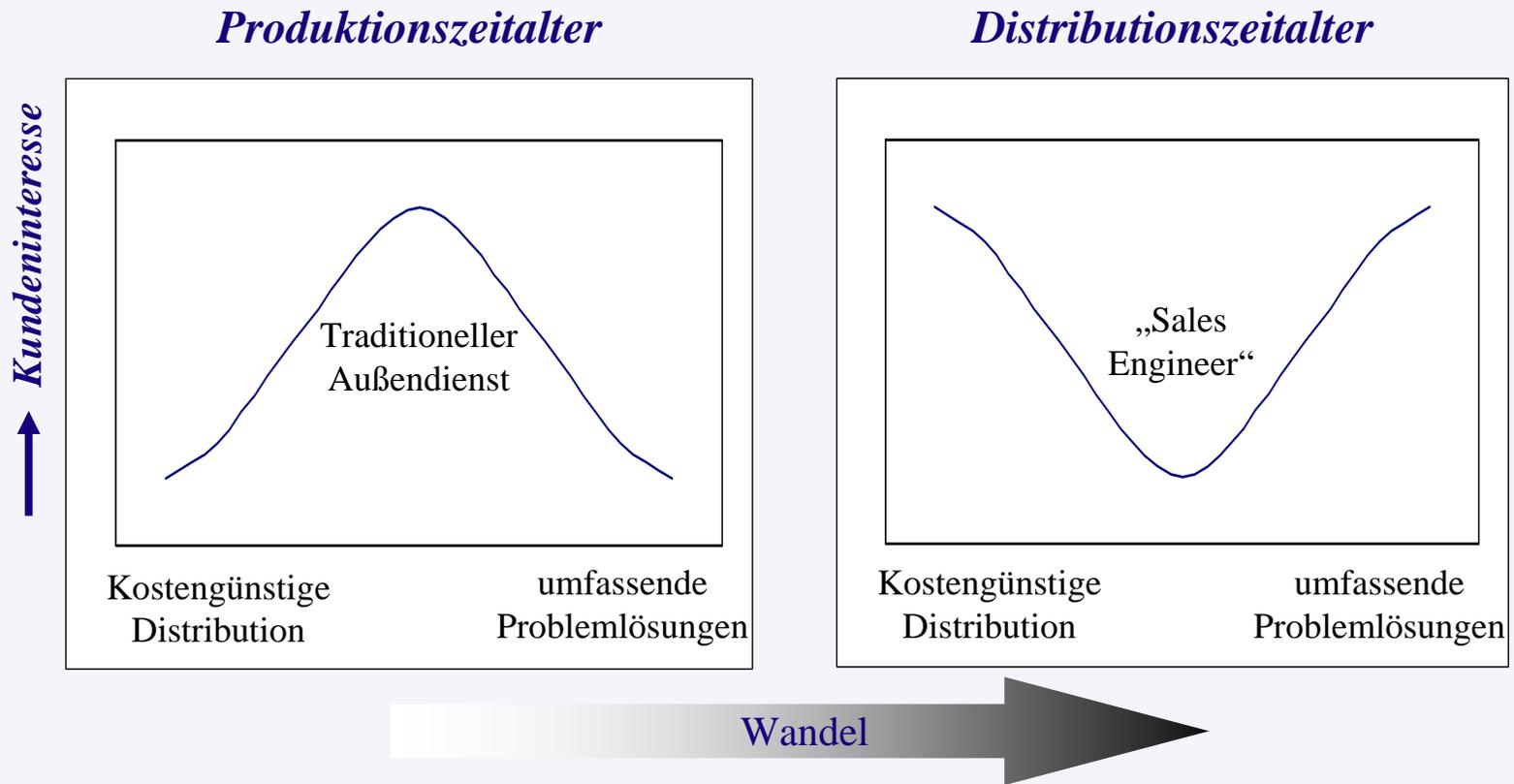
*Verkauf von Produkten bzw. Dienstleistungen
an Kunden und Betreuung während der
Auftragsbearbeitung.*

Herstellung des Kontaktes

Kunde - Unternehmen

- *Erstellen von Angeboten*
- *Vorstellen von Neuentwicklungen*
- *Akquisition von Neukunden*

Kundenanforderungen

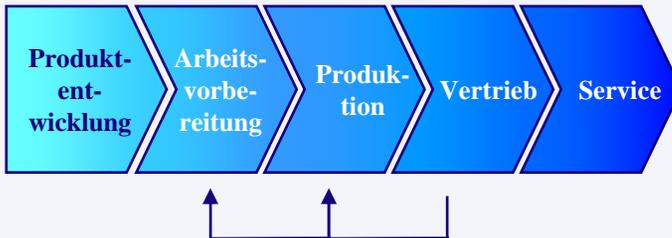


Der Vertriebsingenieur muss Kundenbedürfnisse und Kundenwünsche erkennen und mit technischem Sachverstand in sein Unternehmen einbringen!

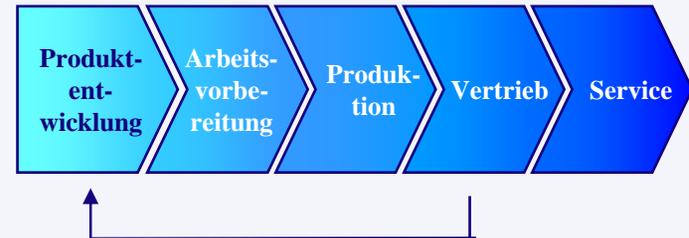
Nach: Slywotzky, Strategisches Business Design

Aufgaben des Vertriebs

Technischer Vertrieb



**Verkauf bestehender
Produkte**



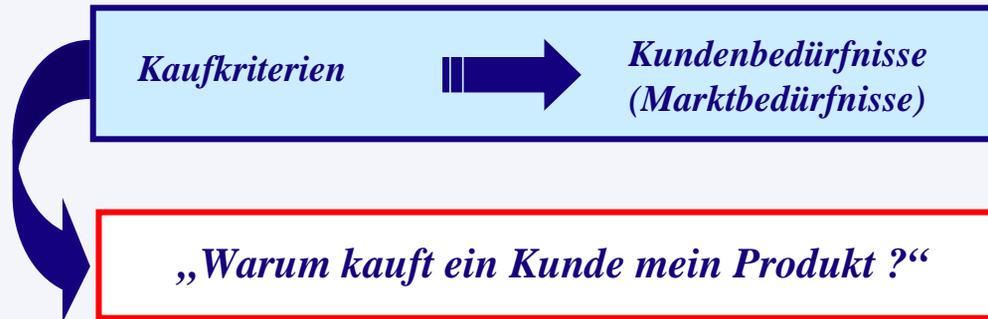
**Anregung für neue/veränderte
Produkte**

➔ **Informationsflüsse z.B. zwischen**

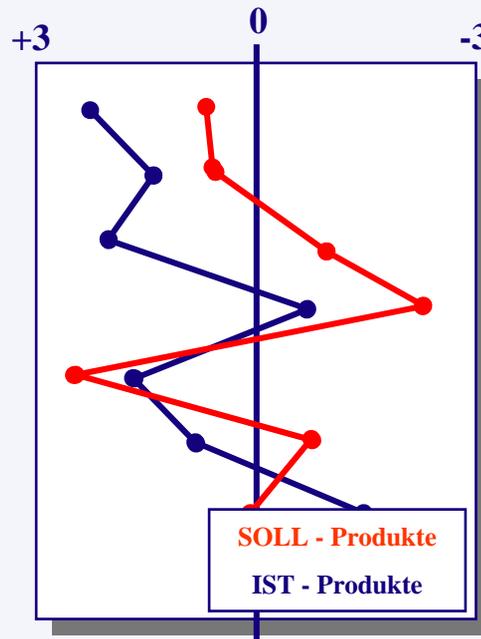
- **Vertrieb**
- **Produktentwicklung**
- **Arbeitsvorbereitung/Produktion**

➔ **parallele Vertriebsaktivitäten zu den Entwicklungs- und Produktionsaufgaben (auch in frühen Phasen eines Entwicklungsprojekts)**

Aufgaben des Vertriebs



- Preis
- Qualität
- Liefertreue
- Ausstattung
- Service
- Image
- Finanzierung
- ...



Daten / Einschätzungen zu den Kundenbedürfnissen über:

- Kundenbefragungen (auch Preisausschreiben)
- interne Einschätzungen
- Marktbeobachtung
- Markt-Trendanalyse
- ...

Technischer Vertrieb



**Verkauf bestehender
Produkte**



**Anregung für neue/veränderte
Produkte**

Beispiel KAUTEX Blasformanlagen

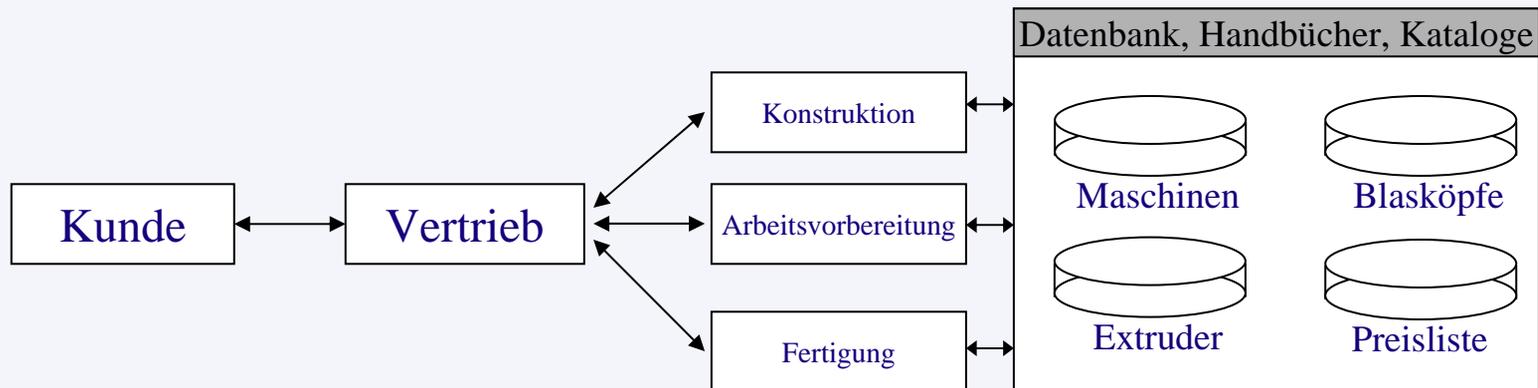
*Optimierung der Angebotserstellung
durch Einsatz einer rechnergestützten
Wissensbasis*



Minimierung der Bearbeitungszeit für die Angebotserstellung

Beispiel KAUTEX Blasformanlagen

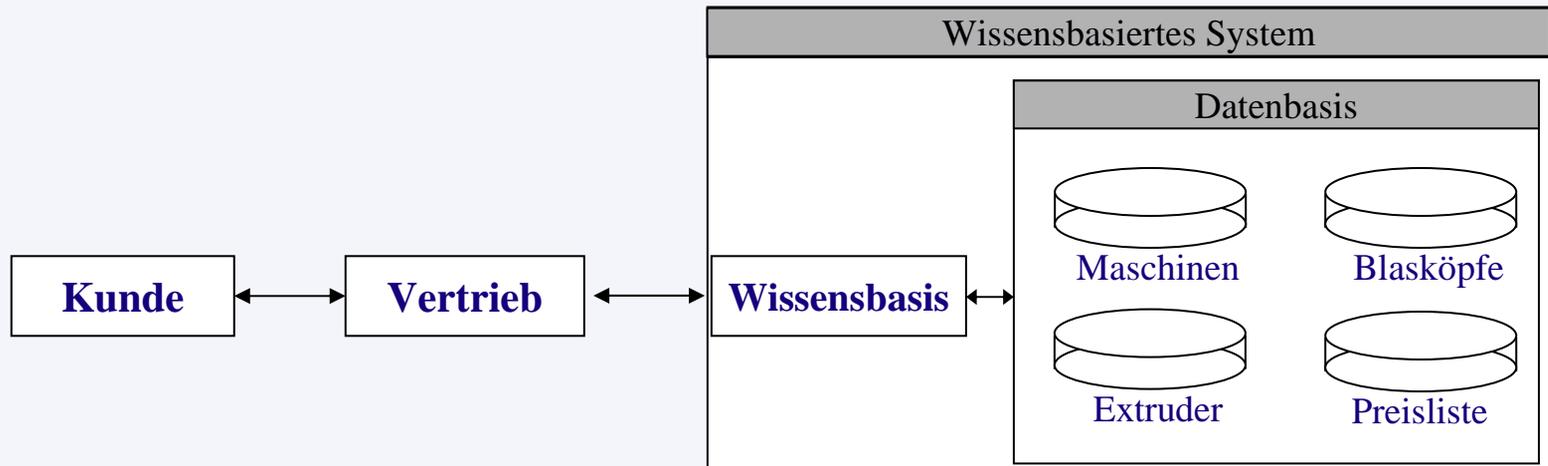
Herkömmliche Angebotsbearbeitung:



Angebotsbearbeitung 40 Std.

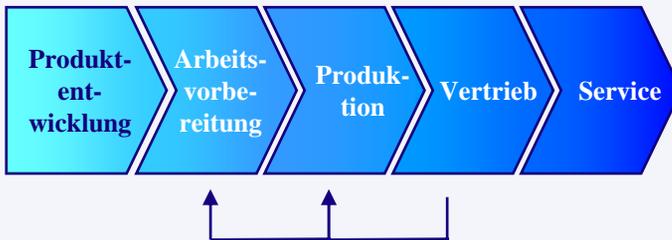
Beispiel KAUTEX Blasformanlagen

Angebotsbearbeitung heute:

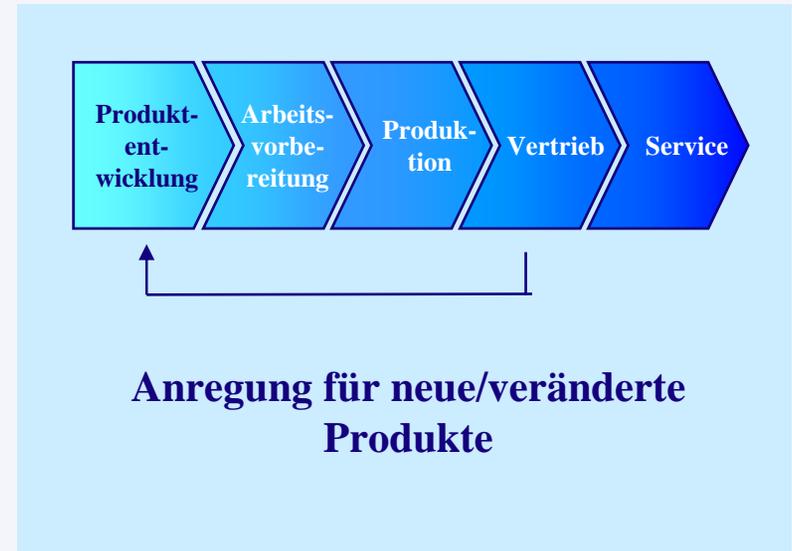


Angebotserstellung 2 Std.

Technischer Vertrieb



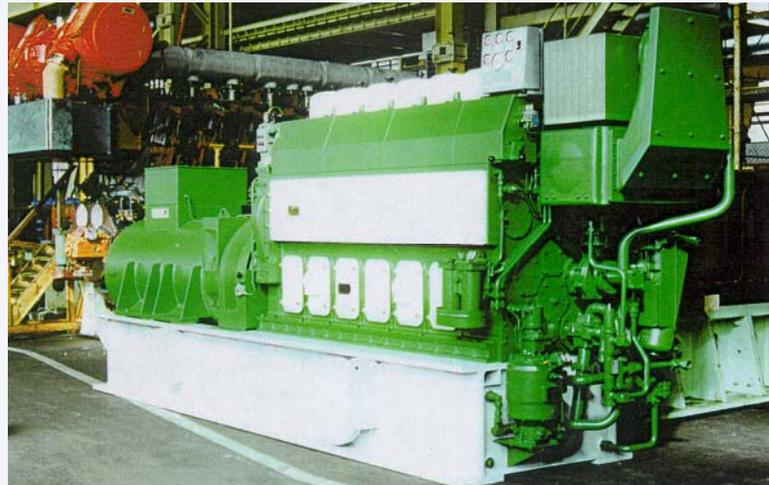
**Verkauf bestehender
Produkte**



**Anregung für neue/veränderte
Produkte**

Beispiel Schiffsdieselmotoren

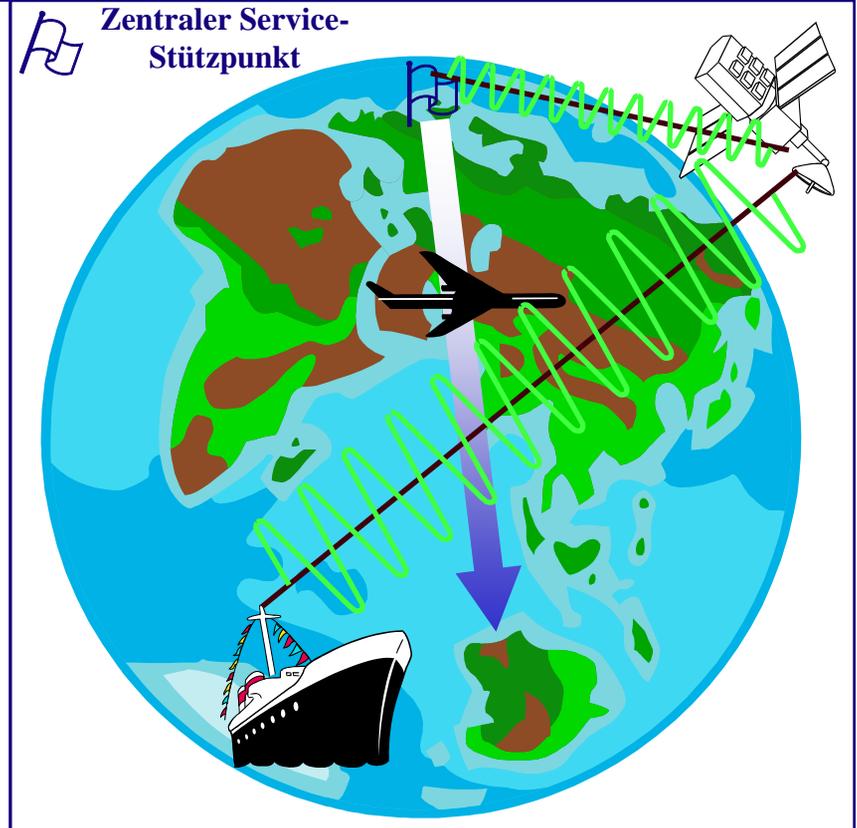
Optimierung des Services durch Einsatz intelligenter Diagnoseelektronik in Kombination mit Satellitenfunktechnik



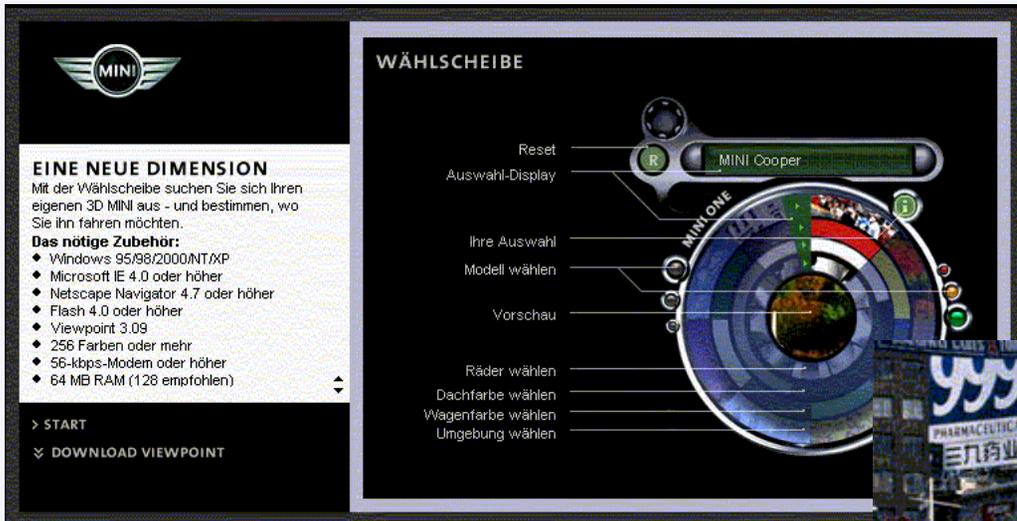
Vorteile:

- *Reduzierung der Anzahl an Service-Stützpunkten*
- *direkte Ersatzteildisposition aufgrund der Motordiagnose möglich.*

Beispiel Schiffsdieselmotoren

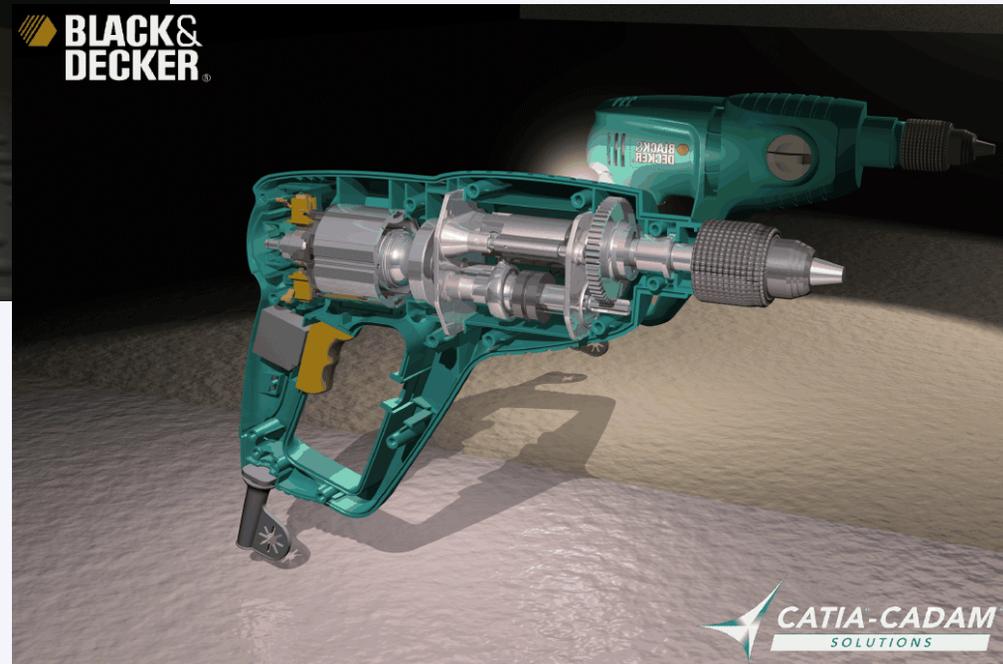
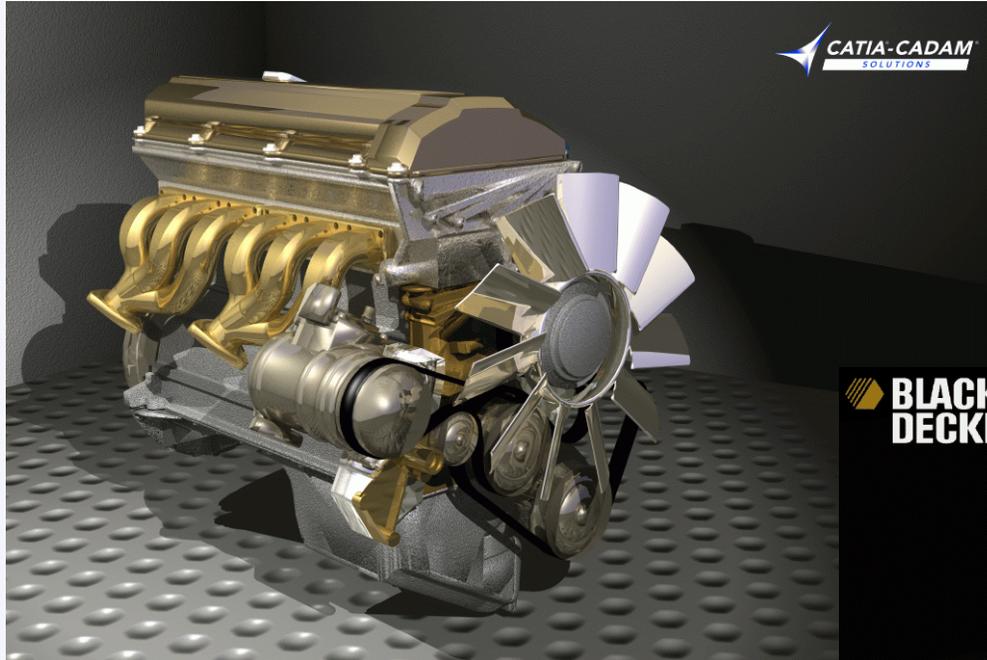


Beispiel Mini: Online-Konfigurator



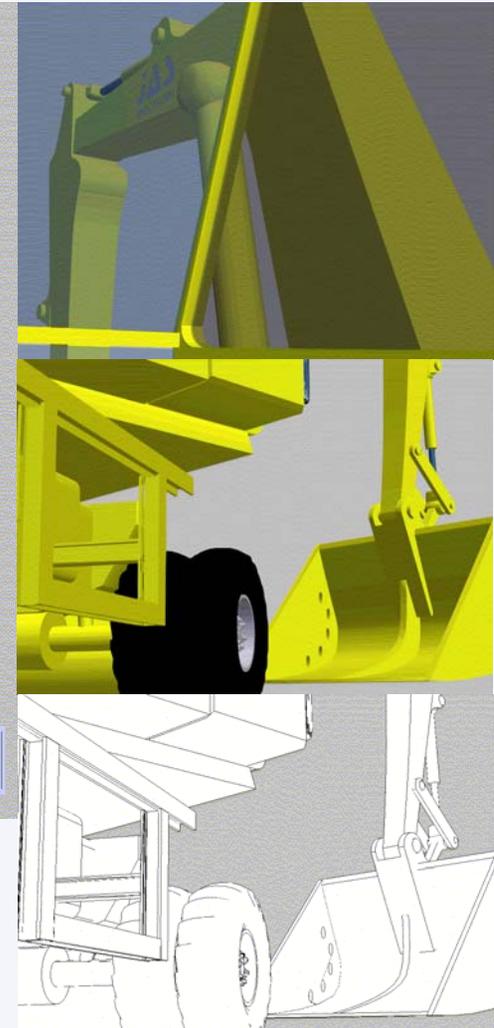
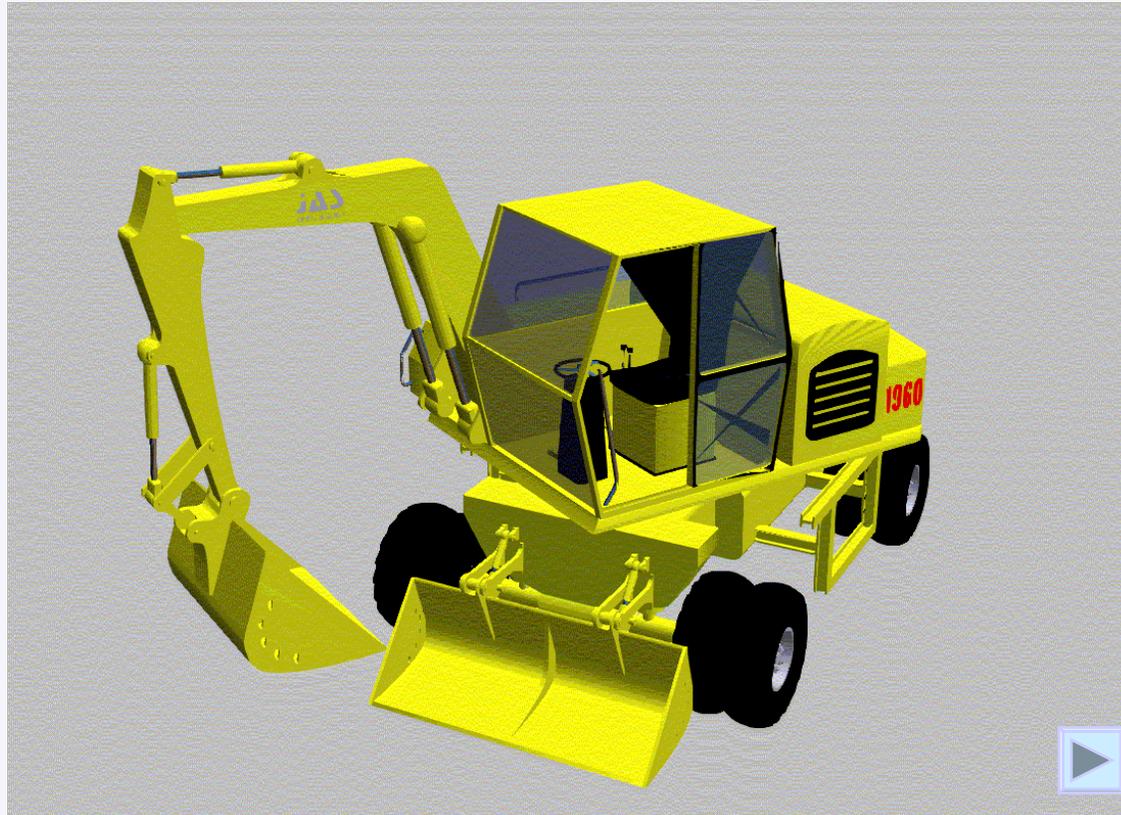
- ➔ **Produktpräsentation im WWW**
- ➔ **Interaktion (Auswahlmöglichkeiten)**
- ➔ **direkte Produktvorschau für den Kunden**
- ➔ **Produktdaten/-informationen erforderlich**

Technische Dokumentation



➔ Darstellung von z.B. Funktionen oder Aussehen eines Produkts auf Basis der Konstruktionsdaten

Produktpräsentationen



- ➔ Modell kann gedreht, gezoomt und durchwandert werden
- ➔ z.T. Animation möglich
- ➔ verschiedene Darstellungsarten

Produktschulung: Beispiel Forstmaschinensimulator



- ➔ VR-basierte Simulationsumgebung zur Fahrerausbildung
- ➔ Steuerung virtueller Baumaschinen mit realem Bedienpult

Ernte



Transport



Quelle: IRF

Produktschulung: Beispiel Forstmaschinensimulator

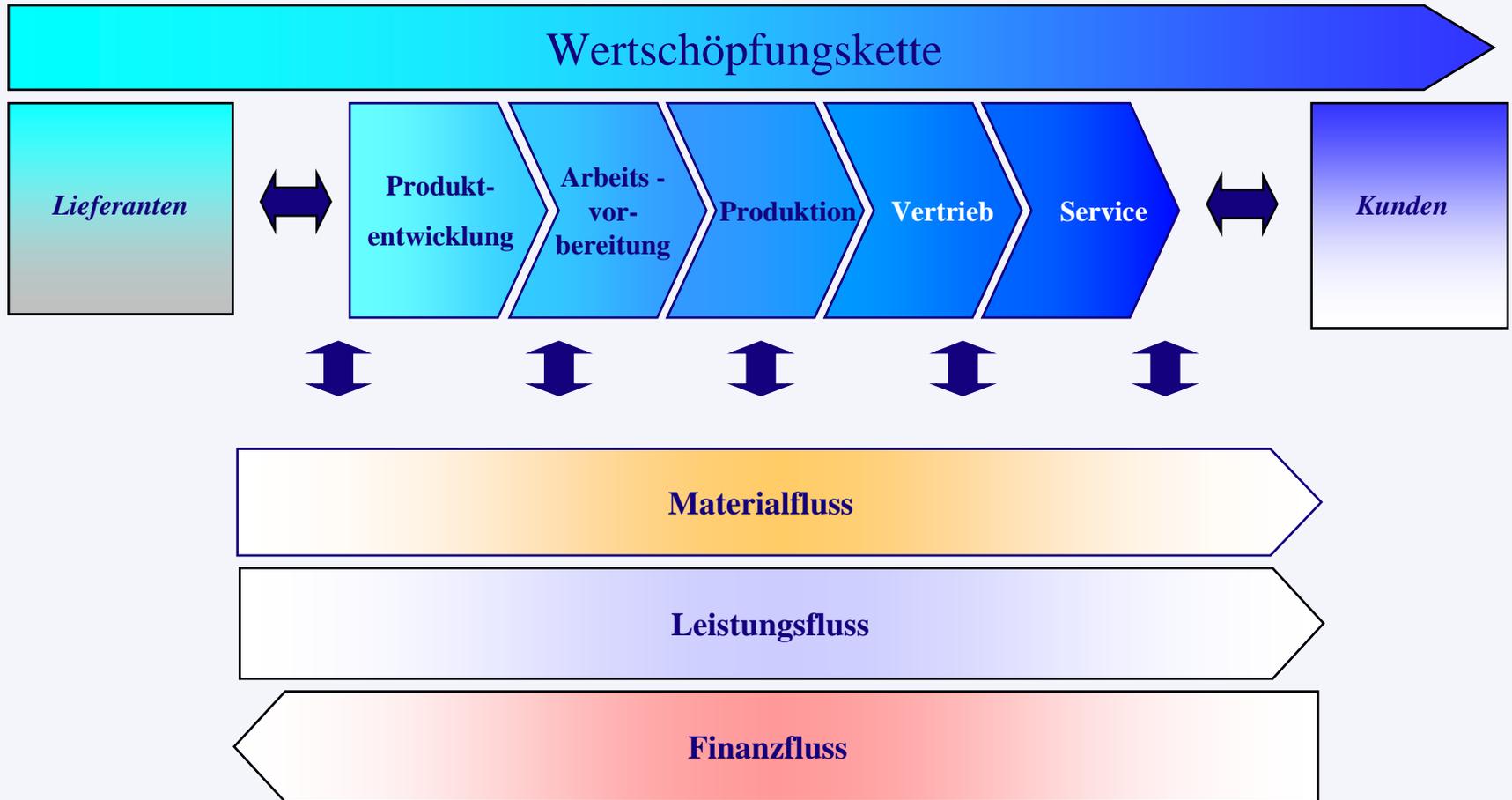


Simulation Harvester (Animation)



Simulation Rückezug (Animation)

Die Wertschöpfungskette

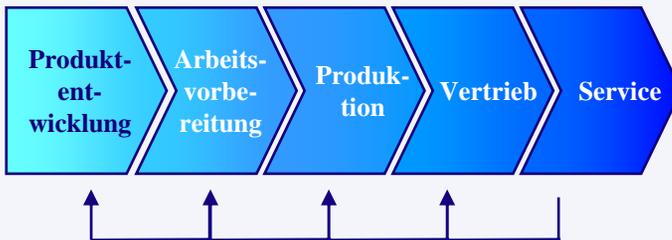


Service

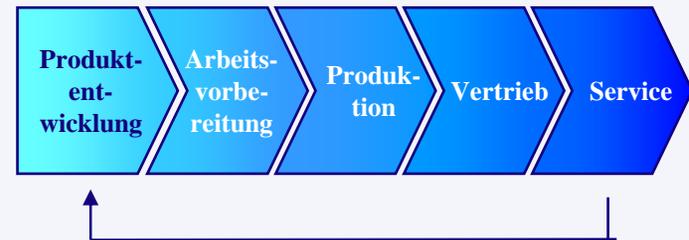


Aufgaben des Vertriebs

After-Sales-Service



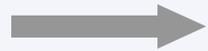
Hinweise für bestehende Produkte



Anregung für neue/veränderte Produkte

- ➔ Informationen aus dem Service wichtig z.B. für
 - Entwicklungsbereiche
 - Produktion
 - Vertrieb
- ➔ Service benötigt selbst wieder Informationen aus den anderen Bereichen (z.B. Montageanleitungen, Wartungspläne, Zeichnungen, ...)

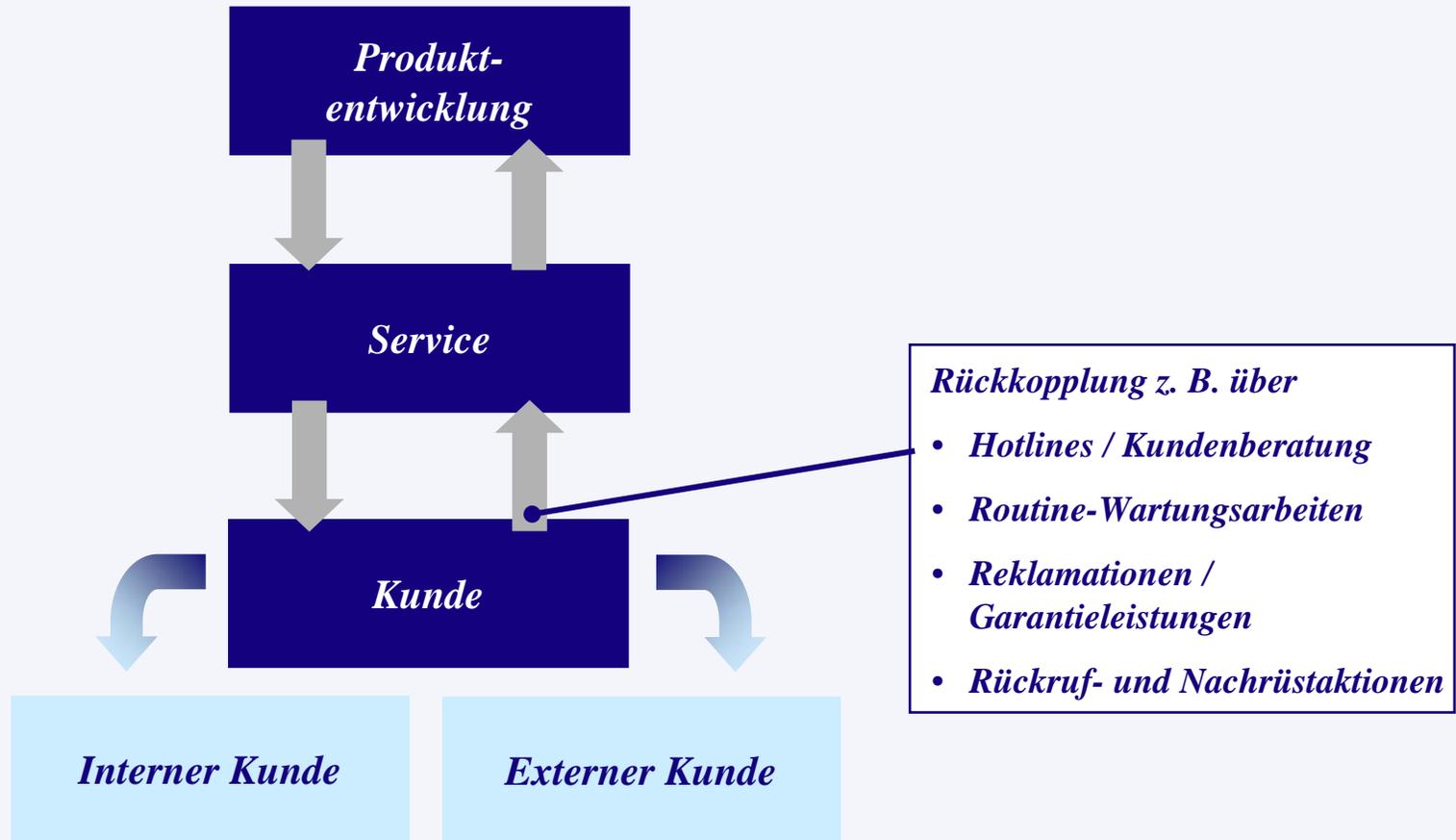
Zum Service gehört die Betreuung der Produkte bzw. Dienstleistungen und Kunden nach Auftragsabschluss:



Herstellen und Aufrechterhalten der Kundenzufriedenheit

- ***Unterstützung bei Troubleshooting***
z.B. schnelle Hilfe und Ersatzteilbeschaffung bei Produktionsausfällen
- ***Rabatte bei Produkterneuerungen***
z.B. günstige Möglichkeiten des System-Updates (Softwarebranche)
- ***gesellschaftliche Vorteile***
z.B. Einladungen zu Sport- oder kulturellen Veranstaltungen

Rückkopplung Service / Produktentwicklung



Pre- und After-Sales-Services: Beispiel Werkzeugmaschinen



Bild: Gildemeister AG

Pre-Sales

- *Vorführungen*
- *Tests anbieten / Probewerkstücke herstellen*
- *Bedienung schulen*

komplementäre Dienstleistungen

- *Maschine anwendungsspezifisch qualifizieren (Nachweis der Anwendbarkeit für einen gegebenen Anwendungsfall)*
- *Produktion von Werkstücken (als Dienstleistung anstelle eines Kaufs)*

After-Sales

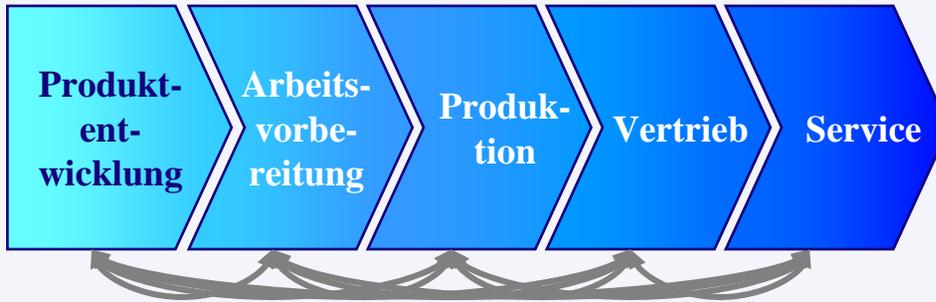
- *Inbetriebnahme*
- *Wartung / Reparatur / Ersatzteilversorgung*
- *Hotline / Techn. Support*
- *Softwareupdates*
- *Aushelfen bei Kapazitätsengpässen*
- *Rückkauf bei Ersatzinvestition*

nach Berggreen

Wechselwirkungen und Vorgehensweisen



Wertschöpfungskette

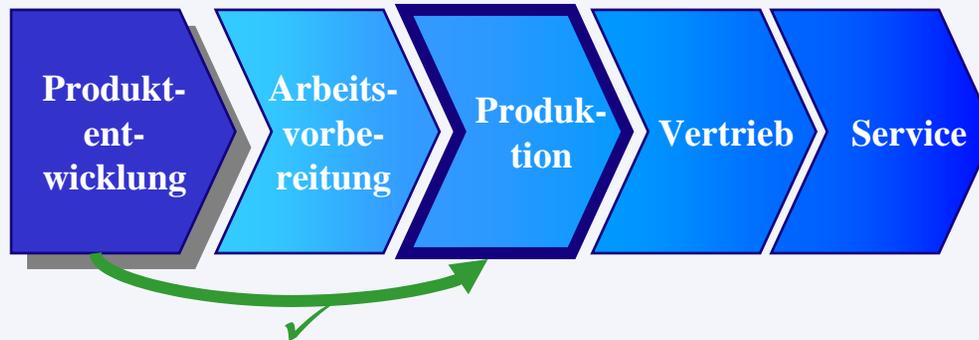


Die Prozessstufen innerhalb der Wertschöpfungskette zeigen starke Wechselwirkungen:

„vorwärts“: Jede Prozessstufe beeinflusst alle nachfolgenden Prozessstufen

„rückwärts“: Die nachfolgenden Prozessstufen können (positiv und negativ) rückkoppeln

Positive Auswirkungen von Wechselwirkungen

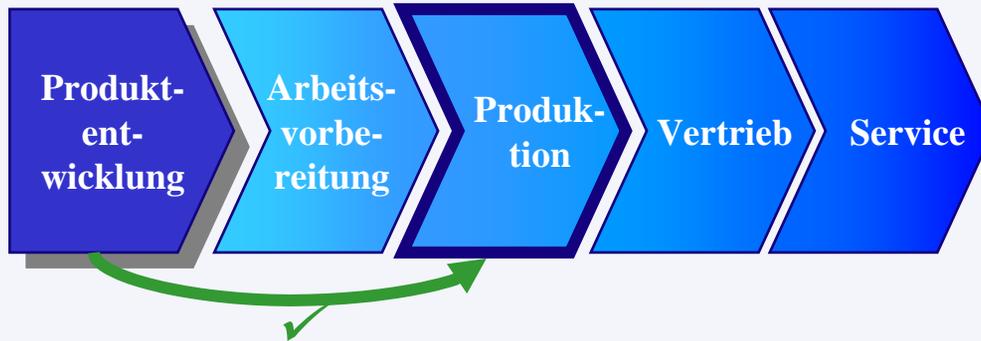


Nutzung „positiver Wechselwirkungen“:

Wechselwirkungen der Bereiche innerhalb der Wertschöpfungskette lassen eine frühzeitige Berücksichtigung der spezifischen Anforderungen zu.

Beispiel: Frühzeitige Sicherstellung (und Test) der Herstellbarkeit bereits in der Entwicklung

Positive Auswirkungen von Wechselwirkungen



Bilder: BMW

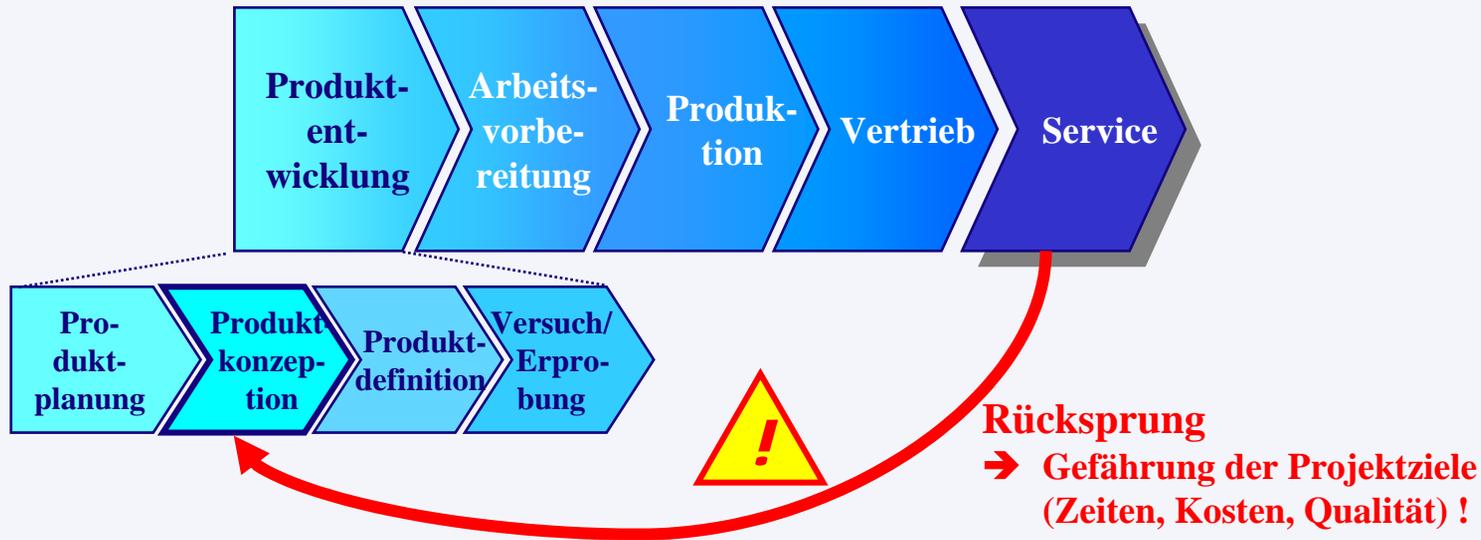
Praxisbeispiel: virtuelle Prozesswoche bei BMW

- ▶ zu festgelegten Zeitpunkten im Entwicklungsprojekt erfolgt eine Überprüfung des Entwicklungsstandes der Fahrzeuge bezüglich Montagefähigkeit und Verbaureihenfolge an virtuellen Modellen
- ▶ Entwicklung 7er / 5er:
 - Simulation von 1.200 Montageprozessen eines Komplettfahrzeugs
 - 2.000 einzelne CAD-Modelle
 - Berücksichtigung der einzusetzenden Fertigungsmittel
- ▶ Vorteile / Nutzen:
 - frühe Bewertung von Montagevorgängen durch Werksspezialisten und Projektingenieure
 - virtuelle Absicherung von Vorgängen in Roboterzellen und -anlagen
 - Transparenz bei den Entscheidungsträgern

Quelle: AI Automobil Industrie 2003

http://www.automobilindustrie.de/fachartikel/ai_fachartikel_unterseite_485064.html

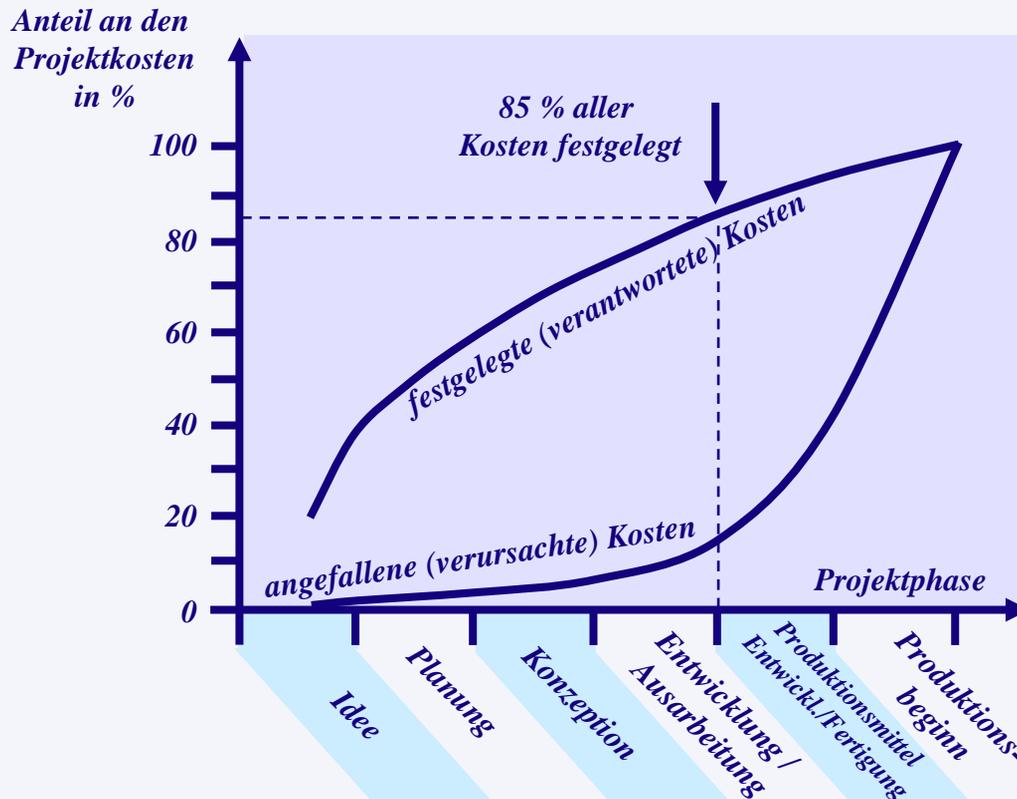
Negative Auswirkungen von Wechselwirkungen



Beispiel negativer Wechselwirkungen:

- z.B. bei nicht servicegerechter Produktauslegung oder Verwendung falscher Materialien kann ein Rücksprung bis in die Konzeptionsphase hinein erforderlich werden
- derartige gravierende Änderungen sollten in späten Projektphasen unbedingt vermieden werden
- **Forderung:** frühere Berücksichtigung der Anforderungen, entsprechende Tests

Festgelegte und verantwortete Kosten im Verlauf einer Produktentwicklung



➔ Je spätere Projektphase desto

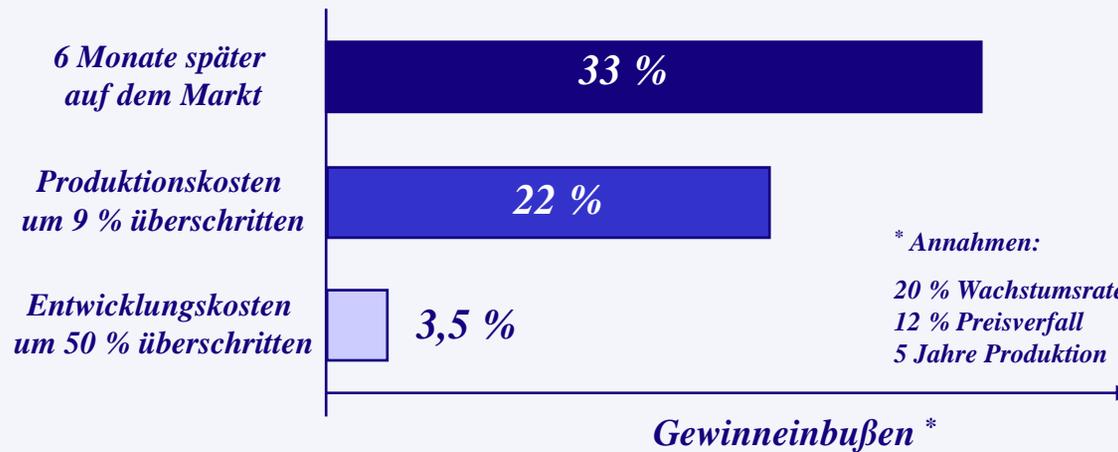
- geringere Möglichkeit der Eigenschaftsbeeinflussung
 - geringere Möglichkeit der Kostenbeeinflussung
 - höherer Bearbeitungsaufwand (z. B. beim Konstruieren)
 - höhere Änderungskosten
- aber
- bessere Möglichkeit der Kostenbeurteilung
 - bessere Möglichkeit der Eigenschaftsabschätzung

- ➔ frühzeitige Berücksichtigung der nachgelagerten Anteile der Wertschöpfungskette
- ➔ Kooperation und Information
- ➔ Beeinflussung der Wirtschaftlichkeit

Auswirkungen einer verzögerten Markteinführung



Zeit von der Entscheidung zur Herstellung eines Produktes bis zu dessen Plazierung auf dem Markt



Länge der „time to market“ besitzt den größten Einfluß aller Faktoren auf den erzielbaren Gewinn

Quelle: Gebhardt,
Rapid Prototyping

▶ **Nach Untersuchung der Abläufe: Umsetzung der Erkenntnisse**

▶ **Möglichkeiten: organisatorisch oder operativ / Werkzeuge**



**„organisatorisch“
(Methoden)**

*z.B. Simultaneous Engineering,
wie etwa frühzeitige begleitende
Marketingaktivitäten bereits
während der Entwicklungsarbeit*

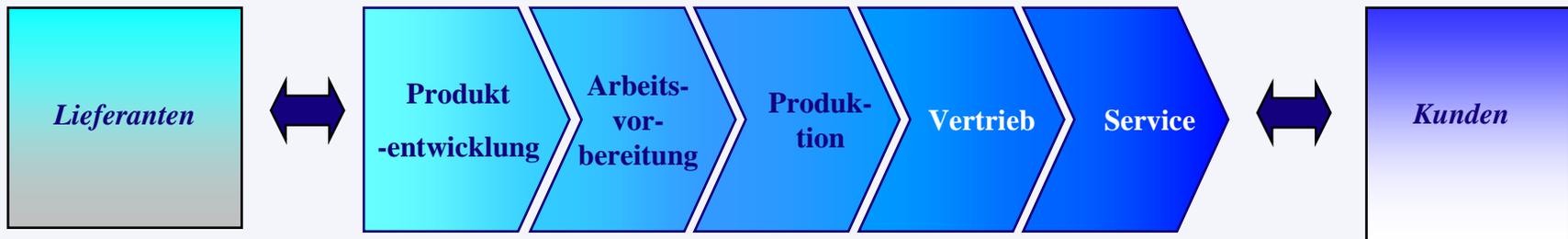
Operativ / Werkzeuge

z.B. Rapid und Virtual Prototyping

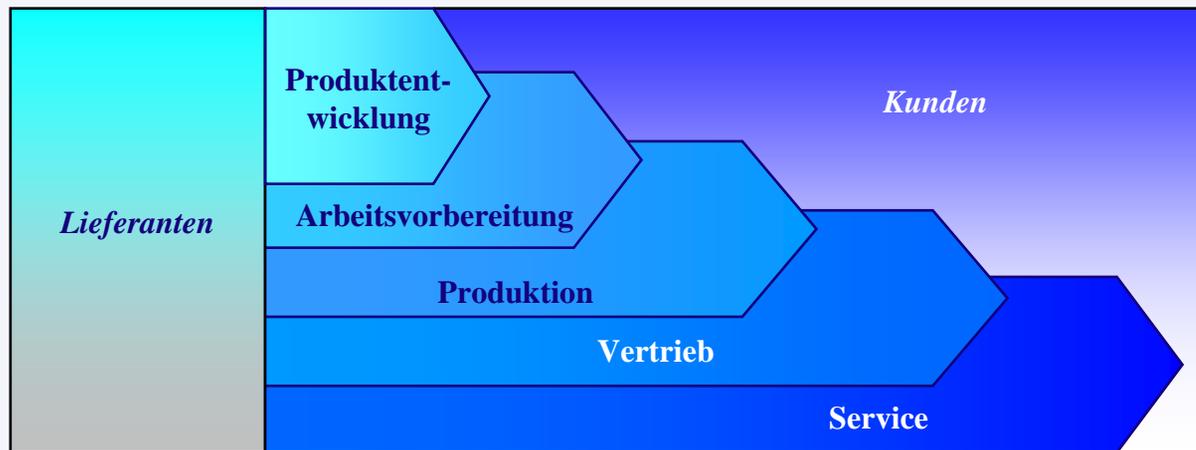
Methoden im Produkt Engineering: Simultaneous Engineering

Produkt Engineering = Prozessorientiertes Denken

Von sequentiell.....



...zu integral

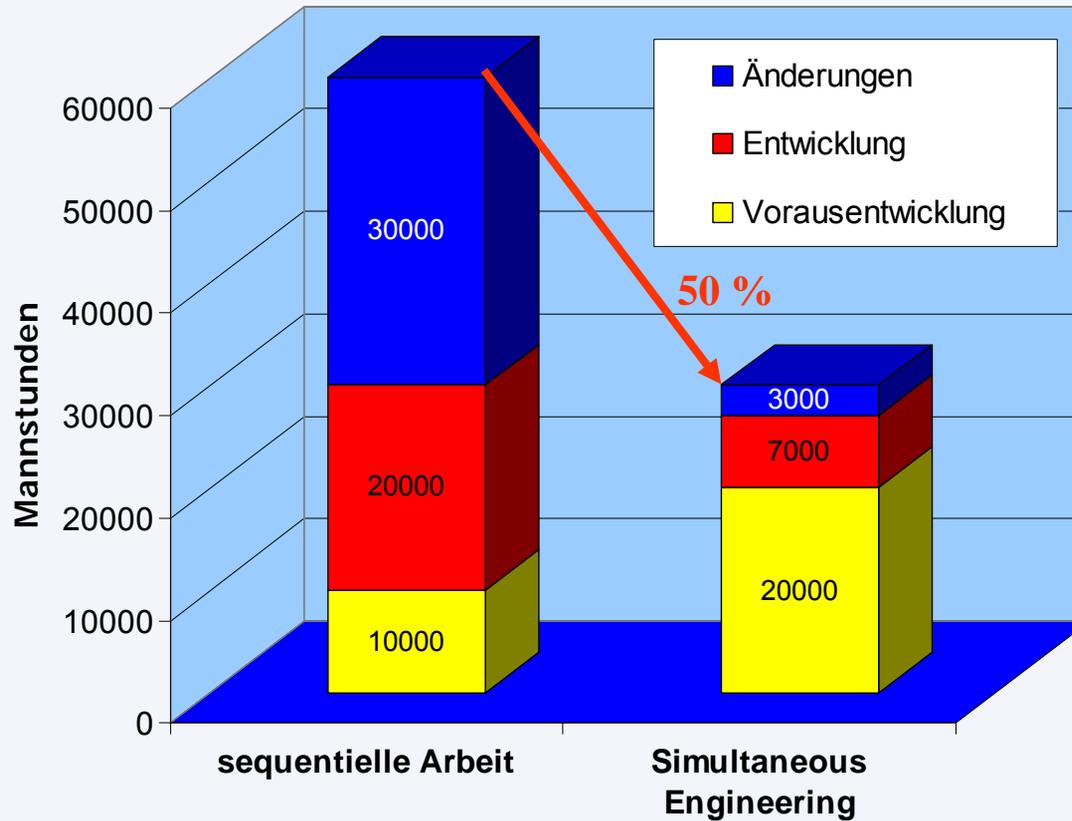


➔ Grundidee „integrale Arbeitsweise“ ist nur durchführbar wenn:

- Kooperation
- Rückgriff auf einheitliche Datenbasis
- Design to X

Methoden im Produkt Engineering: Simultaneous Engineering

Personalbedarf



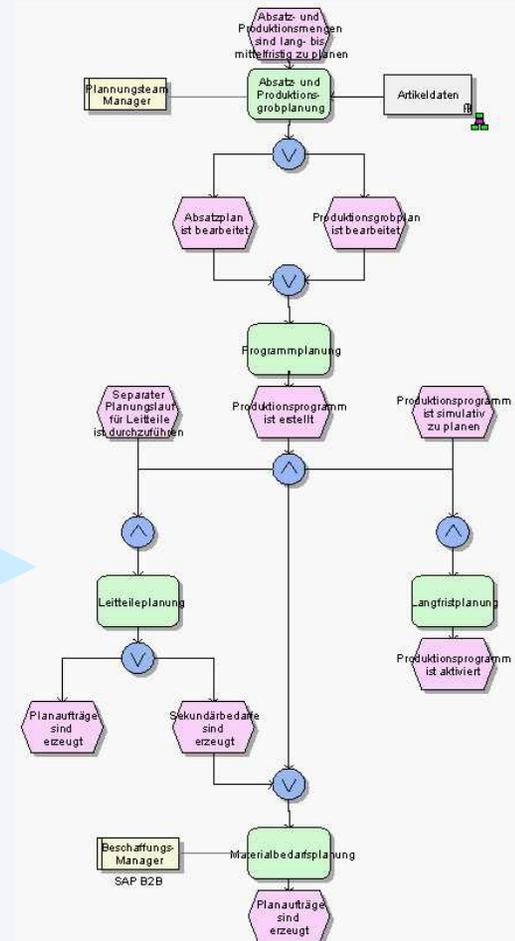
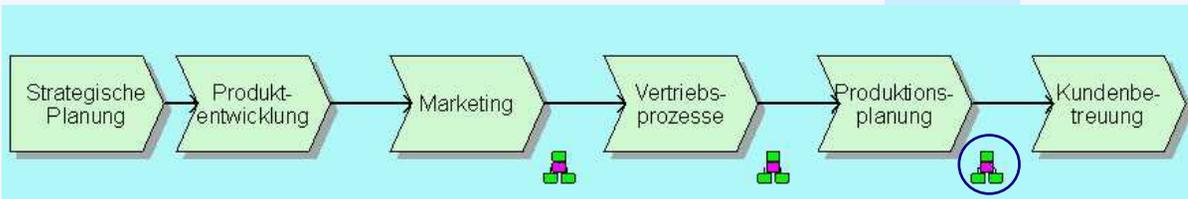
Nach Hartley, Simultaneous Engineering

Abbildung und Untersuchung von Geschäftsprozessen

- ▶ **Abhängigkeiten zwingen dazu, sich stärker mit den Abläufen im Unternehmen auseinanderzusetzen → Geschäftsprozesse**

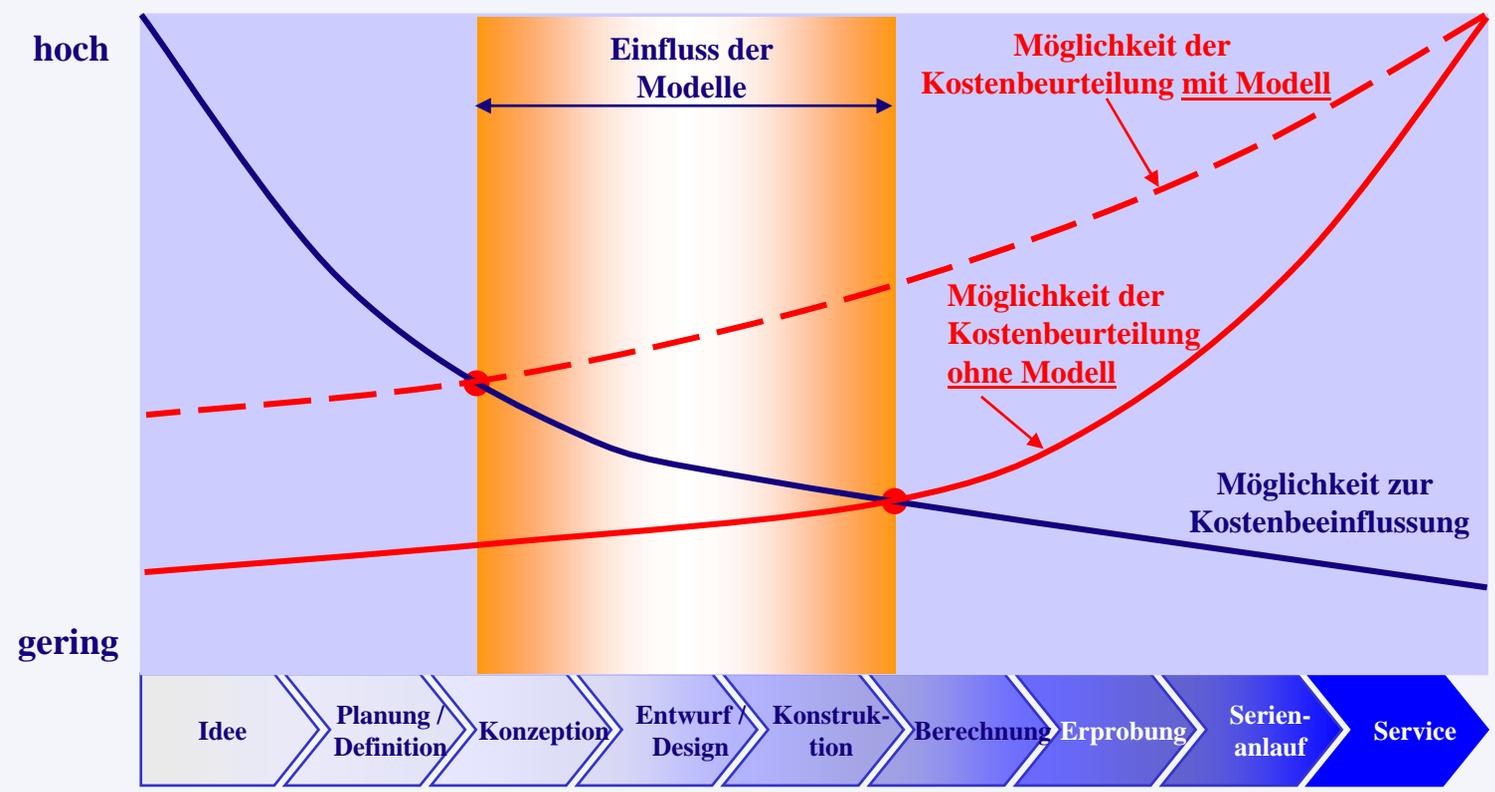
*Definition „Geschäftsprozess“ (nach Scheer)
„Eine zusammengehörende Abfolge von Unternehmens-
verrichtungen zum Zweck einer Leistungserstellung.“*

- ▶ **Leistung:**
 - **interner oder externer Abnehmer (=Bedarf existiert)**
 - **Sach- oder Dienstleistung**
 - **in der Regel schrittweise Erstellung der Leistung**
- ▶ **Heute: softwareunterstützte Untersuchung der Abläufe in komplexen Firmenstrukturen möglich:**



Bedeutung der Kooperation in der Produktentwicklung: Beispiel Kosten

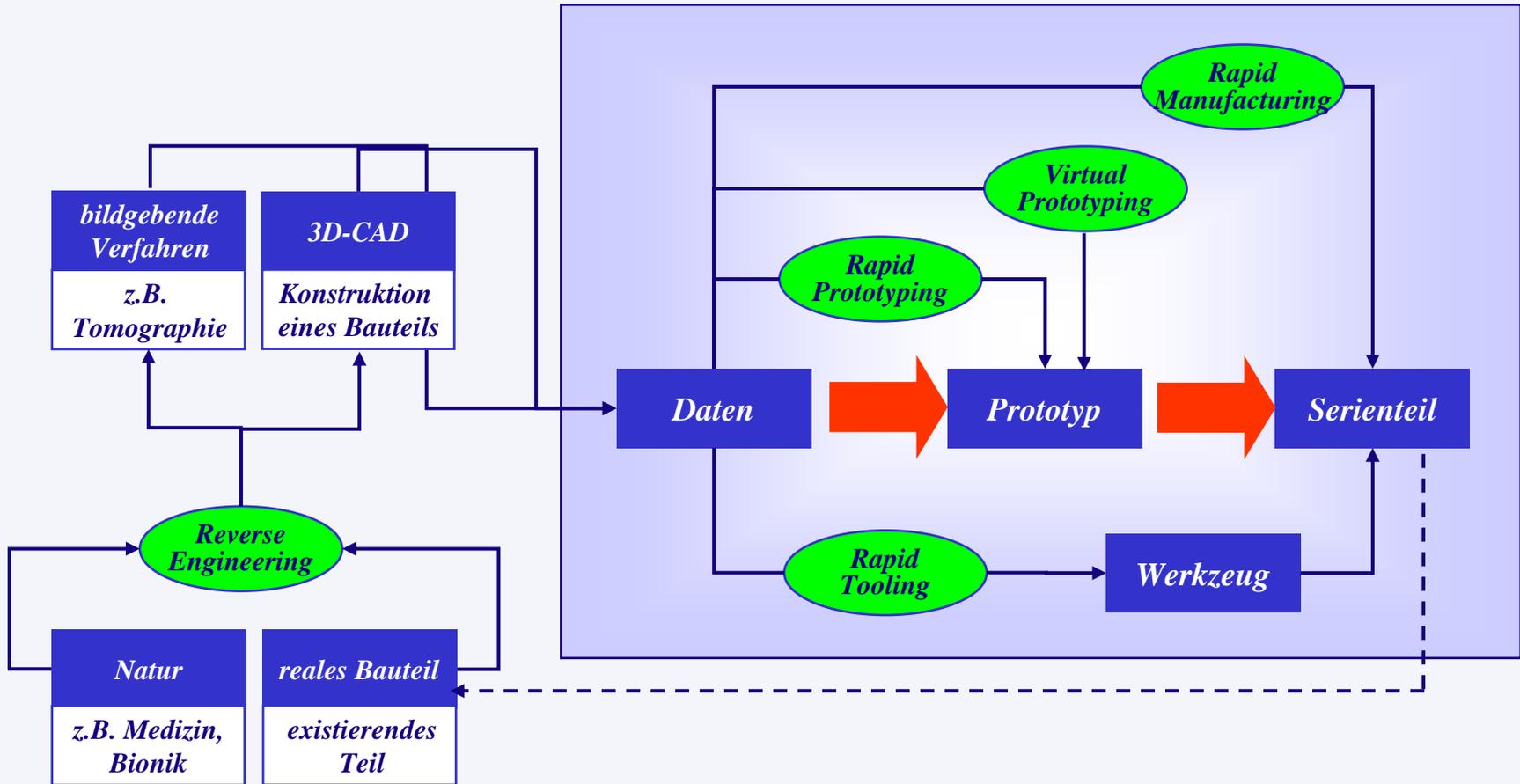
Verbesserte Kostenbeurteilung über Modelle im Produktentwicklungsprozess



nach Gebhardt, Rapid Prototyping

Werkzeuge des Produkt Engineering: Beispiel Prototyping

Informations- und Datenflüsse



- ➔ Kooperation und Information erfordern abgestimmte Datenflüsse und Verfügbarkeit von Informationen
- ➔ Informationslogistik

Werkzeuge des Produkt Engineering: Beispiel Prototyping



Quelle: FhG-ILT

Rapid Prototyping

computergesteuerte, automatische Modellbauverfahren (Prototypen von Produkten und Werkzeugen)



Bild: Valeo

Climate Control (Pkw)

Bild: Jaguar



Design von
Gebrauchs-
gegenständen

Modelle für
Strömungsanalysen



Bild: Johnson Controls

Haushaltsgeräte



Bild: AEG/Robert Hoffman
Modellbau GmbH

Beispiel: Kfz-Entwicklung



Bild: dSpace

DMU (Digital Mock-up)



Bilder: DaimlerChrysler, Opel

Virtuelles Fahrzeug



Bilder: EDAG, Opel

Ergonomie und Beladung

Stereoprojektion



Vorlesung „Rapid und Virtual Prototyping“
(Prof. Bergers)

Einleitung Konstruktionslehre

Einleitung

Im Gegensatz zur deutschen Bedeutung des Design-Begriffes, die eher im formal / künstlerischen liegt, umfasst das englische Wort „design“ auch den technisch-konstruktiven Aspekt.

Auszug aus der Studienordnung des Studiengangs ‚Industrial Design‘:

„Die Studenten sollen zur eigenverantwortlichen Analyse der gestellten Problem- und Anforderungsfelder sowie zur methodischen Planung und systematischen Umsetzung von Designideen in praxisrelevante Designergebnisse ausgebildet werden.“

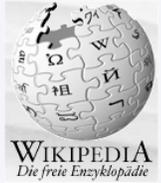
Das bedeutet, dass neben ästhetischer Sensibilität und gestalterischer Kompetenz ein Industriedesigner ebenfalls in der Lage sein muss die technische Umsetzung seiner Entwürfe zu gewährleisten.

Daher ist für Designer ein fundiertes Basiswissen über die Konstruktionslehre unerlässlich.

→ Vorlesung Konstruktionslehre I: Technische Darstellung

→ Vorlesung Konstruktionslehre I: Maschinenelemente

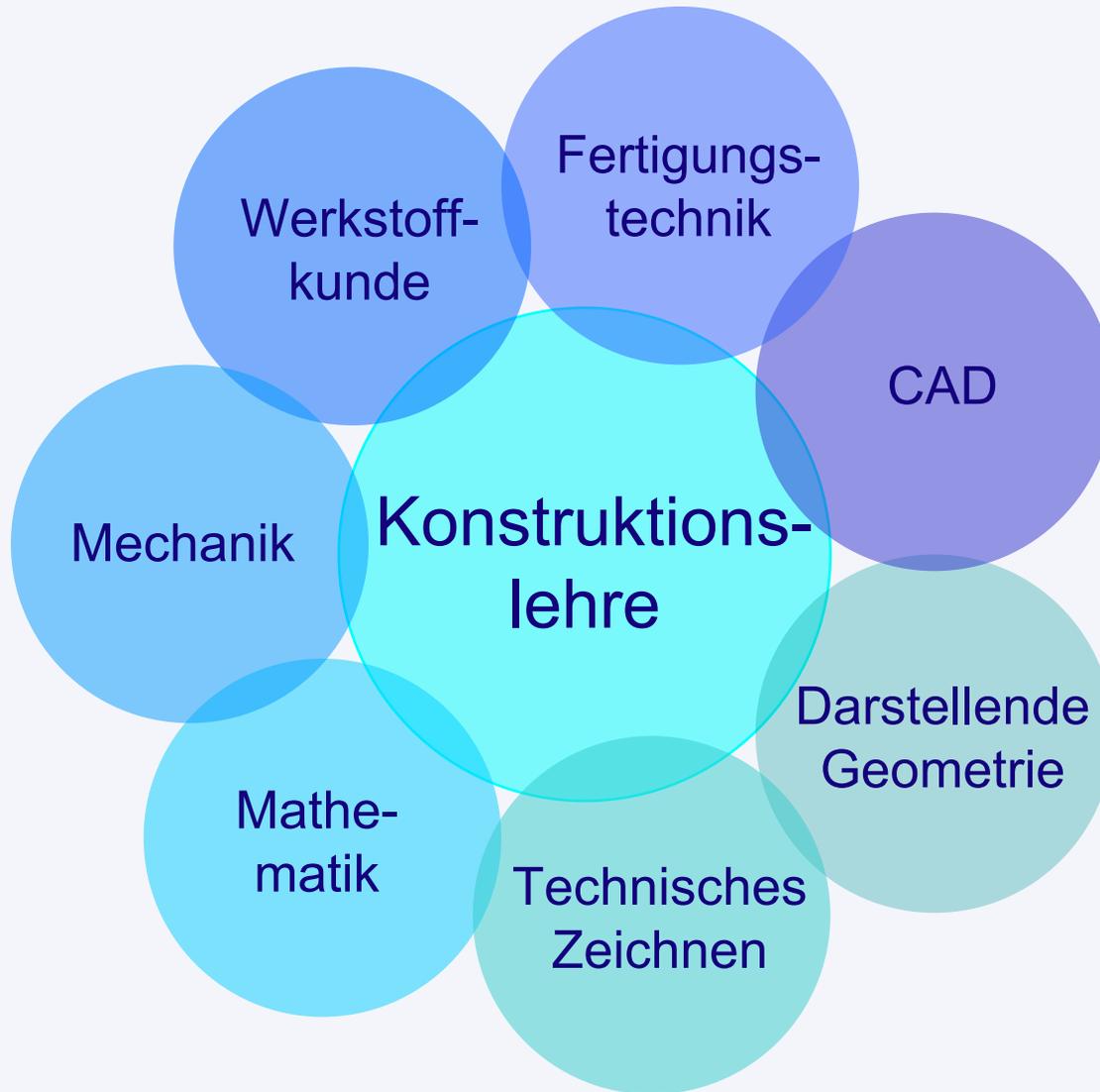
Unter Konstruieren versteht man die Summe aller Tätigkeiten, die zu einer Dokumentation führen, welche ein neues *technisches Produkt vollständig beschreibt* und so seine *Fertigung ermöglicht*.



Dazu gehören

- Überlegungen,
- Konzepte,
- Berechnungen,
- Entwürfe und schließlich
- Stücklisten und Zeichnungen mit Material-, Bearbeitungs-, Maß- und Toleranz-Angaben.

Schematische Übersicht der Konstruktionslehre



Konstruktionslehre I

Technische Darstellung

Teil I: Darstellende Geometrie

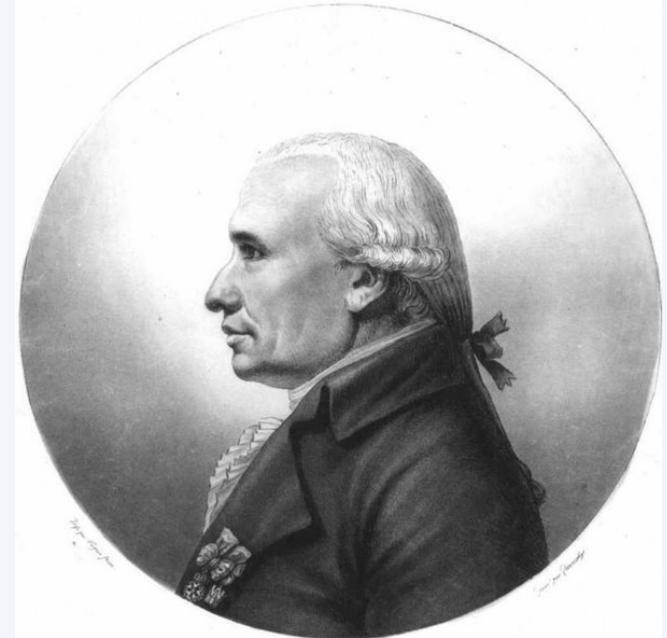
Teil II: Maschinenelemente

Teil I: Darstellende Geometrie

Die darstellende Geometrie ist die Grundlage des Projektionszeichnens.

Die darstellende Geometrie untersucht und lehrt, wie räumliche Gebilde mit geometrischen Methoden in einer zweidimensionalen Zeichenebene dargestellt werden können.

Als Begründer der darstellenden Geometrie gilt der französische Mathematiker Gaspard Monge.



Gaspard Monge (1746 bis 1818)

[Wikipedia Online Enzyklopädie]

Inhalt Teil I - Darstellende Geometrie

- 1. Projektionen*
- 2. Grundkörper und platonische Körper*
- 3. Schnitte*
- 4. Durchdringungen*
- 5. Schrauben*
- 6. Zykloide und Mehrecke*

1. Projektionen



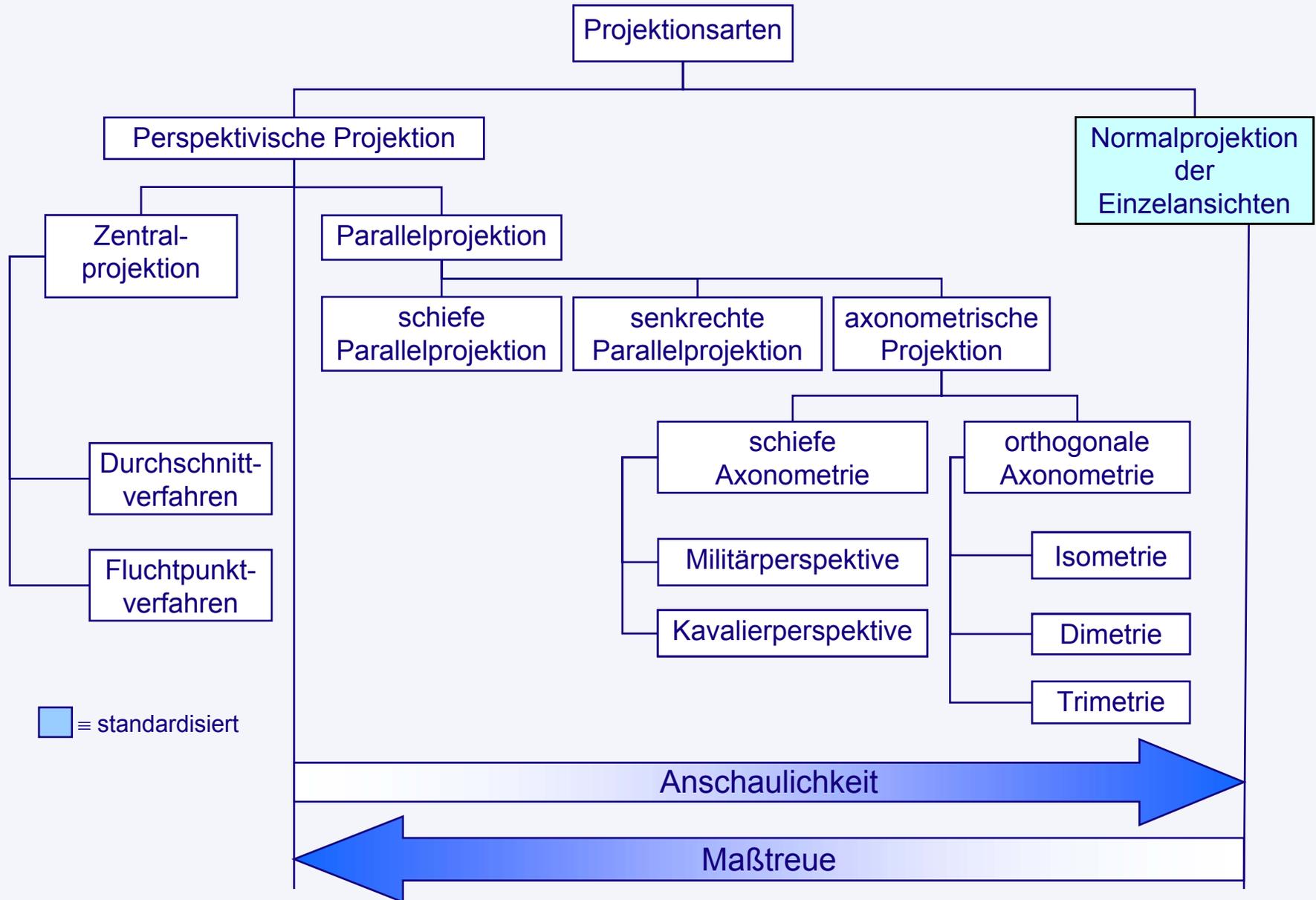
Definition Projektion

Eine geometrische Projektion ist die Abbildung eines zwei- oder dreidimensionalen Gegenstandes auf einer zweidimensionalen Fläche.

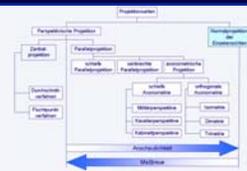
Durch Projektionen können volldefinierte, zweidimensionale Zeichnungen von dreidimensionalen Körpern angefertigt werden.

Es werden mehrere Arten von Projektionen unterschieden.

Projektionsarten und Abbildungsverfahren für technische Darstellungen



Normalprojektion der Einzelansichten



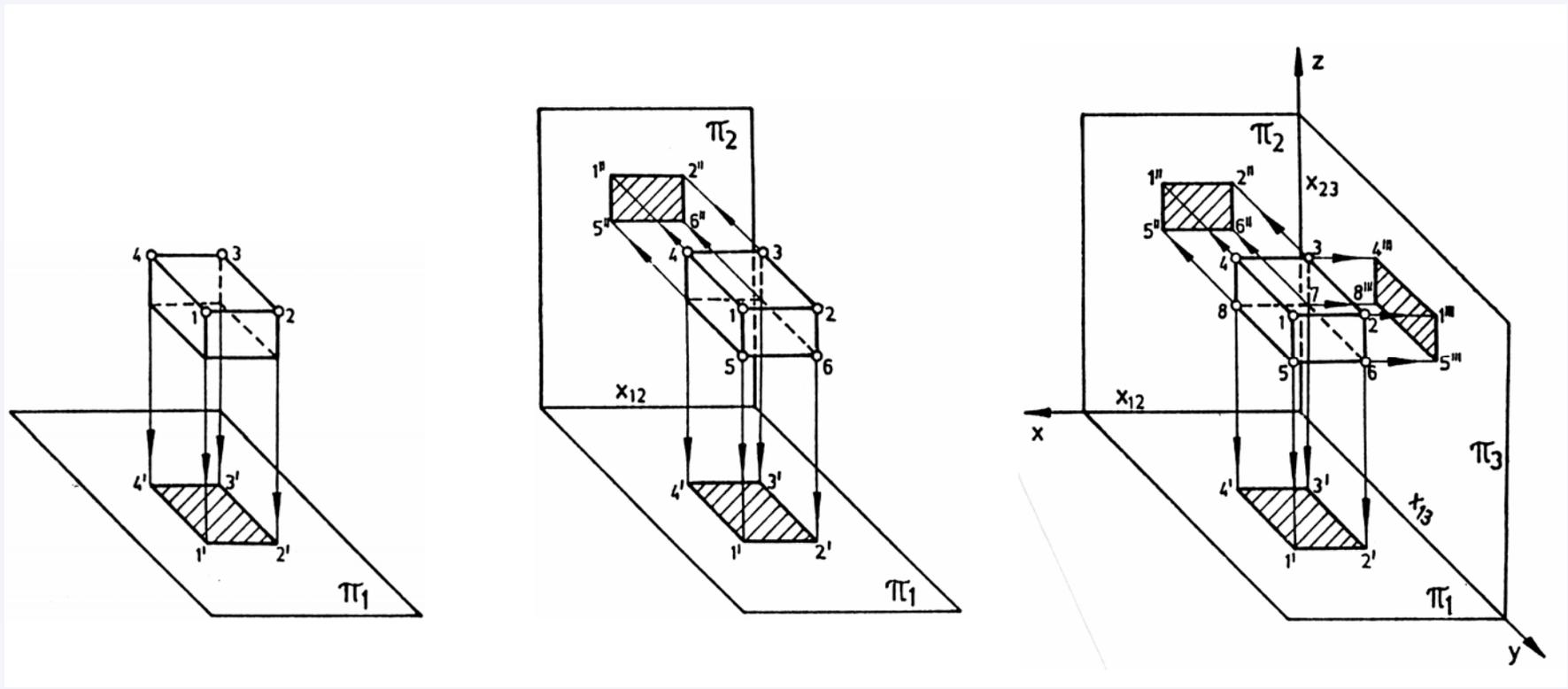
Normalprojektion der Einzelansichten

Mehrtafelprojektion

Eintafelprojektion

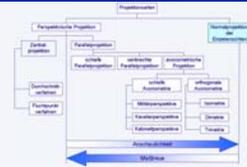
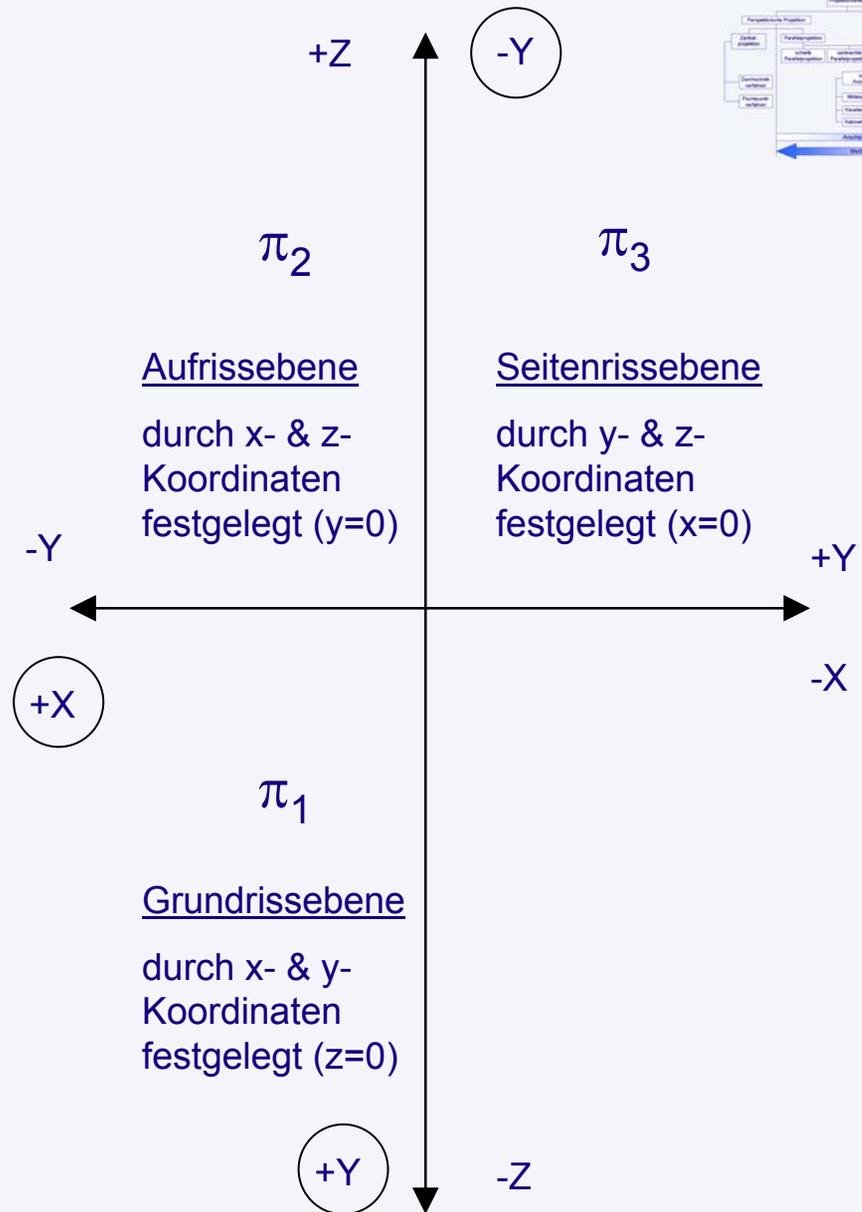
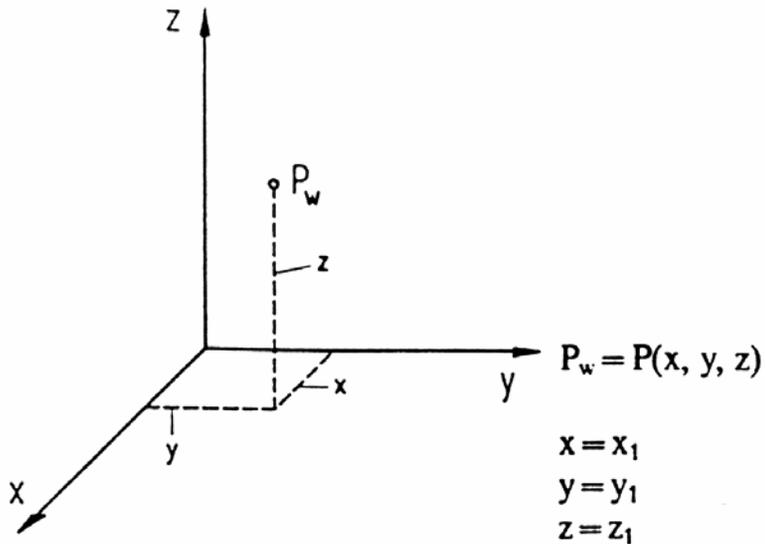
Zweitafelprojektion

Dreitafelprojektion

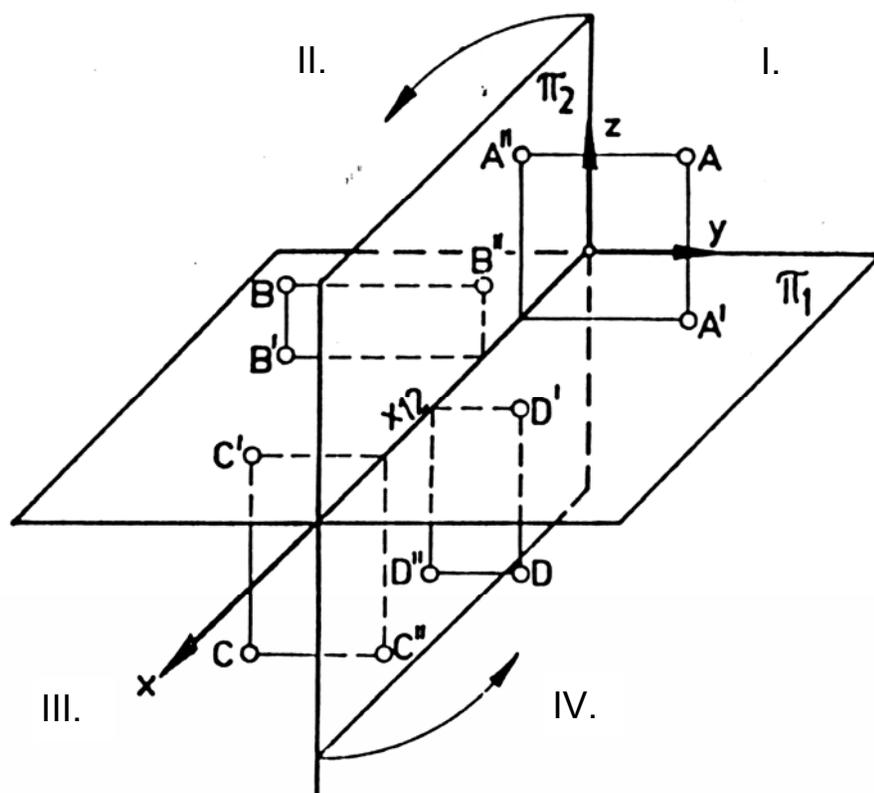
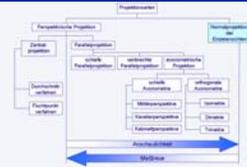


Rissebenen

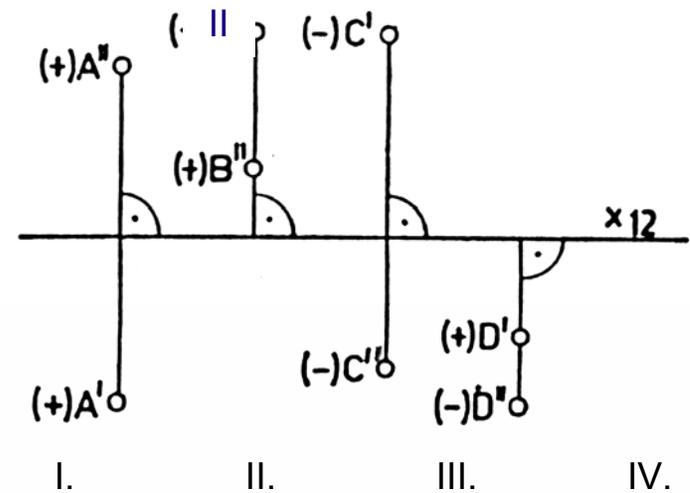
Die Rissebenen basieren auf dem kartesischen Koordinatensystem:



Punktlagen in vier Raumquadranten

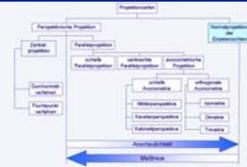


Raumskizze

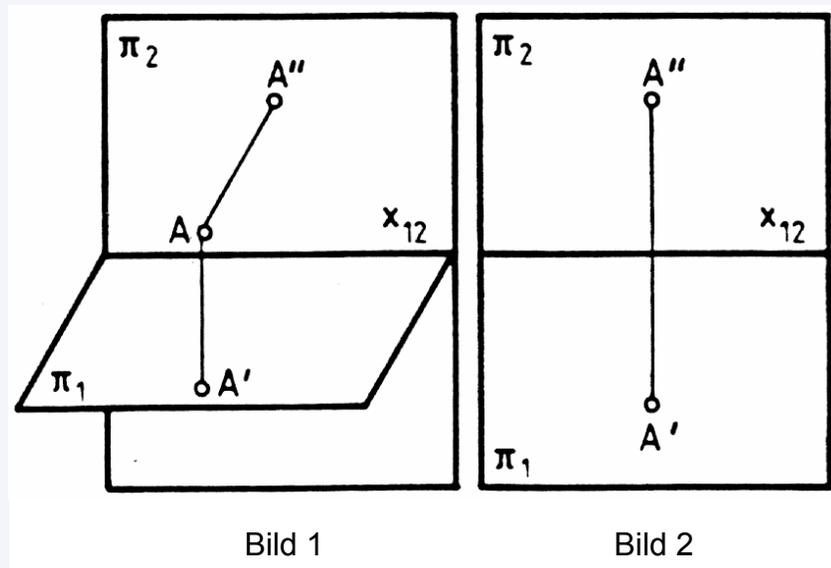


Normalrisse

Senkrechte Zweitafelprojektion

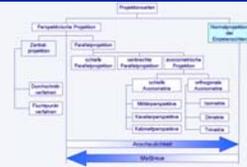


Bei der senkrechten Zweitafelprojektion werden zwei senkrecht stehende Projektionsebenen verwendet, und zwar die der **Draufsicht (Grundrissebene π_1)** und die der **Vorderansicht (Aufrissebene π_2)**. Die Gerade, in der sich beide Ebenen schneiden, ist die Projektionsachse oder Rissachse x_{12} . Diese trennt die erste und die zweite Projektionsebene voneinander. Bei der Zweitafelprojektion dreht man die Projektionsebene der Draufsicht so um die Projektionsachse, dass sie in die Ebene der Vorderansicht fällt.



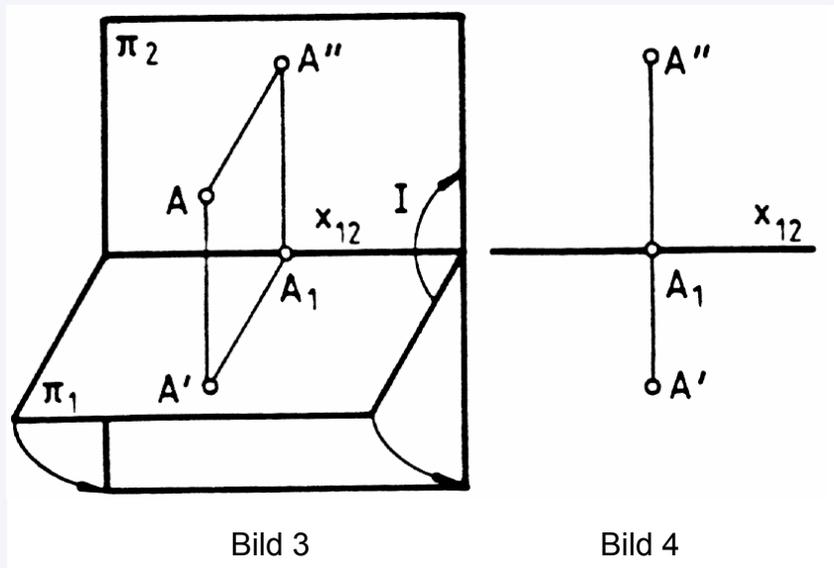
Projektion eines Punktes

Abbildungen von Raumpunkten auf die Projektionsebene werden neben den Buchstaben meist mit Strichen versehen, um sie den Projektionsebenen zuzuordnen



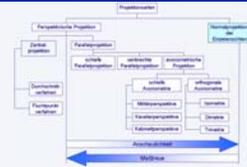
zu können. So erhält die Abbildung eines Raumpunktes in der Draufsicht einen Strich A' und in der Vorderansicht zwei Striche A'' .

Fällt man das Lot von A'' auf die Draufsicht, so erhält man den Punkt A_1 auf der Projektionsachse x_{12} (Bild 3). Um die Strecke A_1A' (Bild 4) liegt A vor der Ebene der Vorderansicht und um die Strecke $A''A_1$ über der Ebene der Draufsicht.



Projektion eines Punktes

Die Raumpunkte können auch hinter der Ebene der Vorderansicht oder unter der Ebene der Draufsicht liegen (Bild 5, 6, 9, 10). Ihre Lage lässt sich mit Hilfe der vier Raumquadrate I, II, III, IV ermitteln, in die die Draufsicht und der Vorderansicht geteilt wird (Bild 7 & 8).



Hierbei liegt der

- I. Quadrant über der Draufsicht und vor der Vorderansicht
- II. Quadrant über der Draufsicht und hinter der Vorderansicht
- III. Quadrant unter der Draufsicht und hinter der Vorderansicht
- IV. Quadrant unter der Draufsicht und vor der Vorderansicht

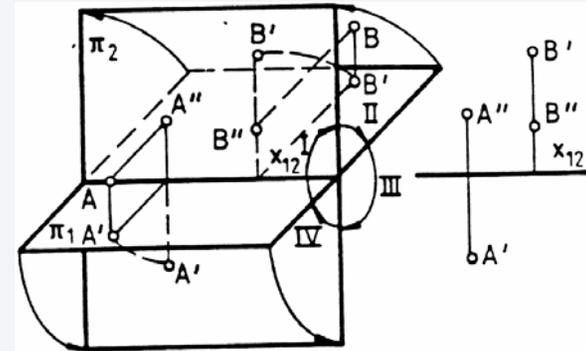


Bild 5
und
Bild 6

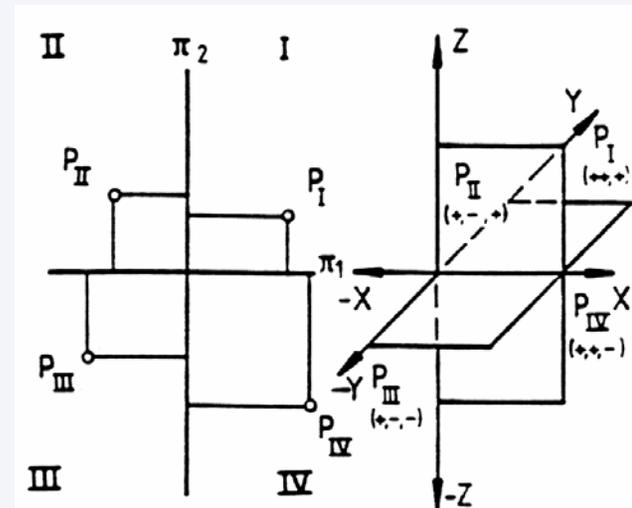
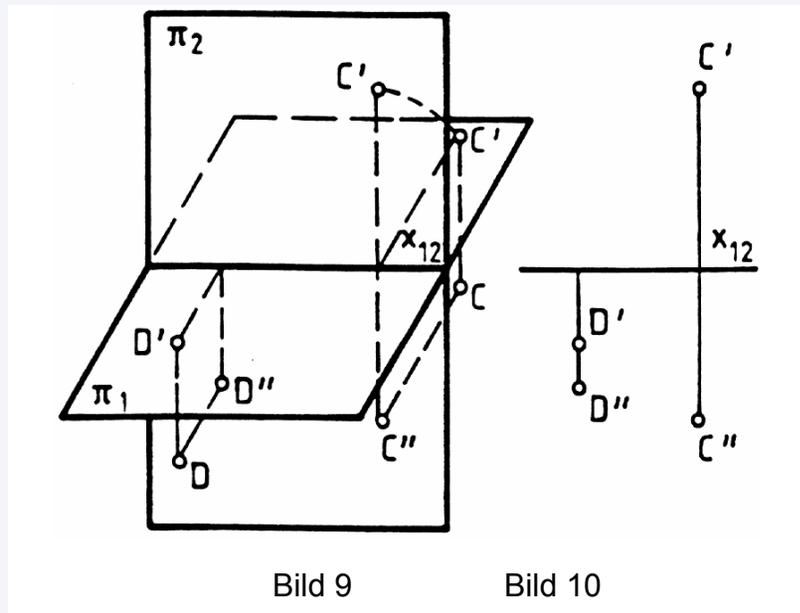
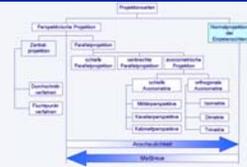


Bild 7
und
Bild 8

Projektion eines Punktes

Die Lage der Raumpunkte kann eindeutig mit einem räumlichen x, y, z -Koordinatensystem festgelegt werden. Dann haben die Koordinaten x, y, z der Raumpunkte in den vier Quadranten folgende Vorzeichen:

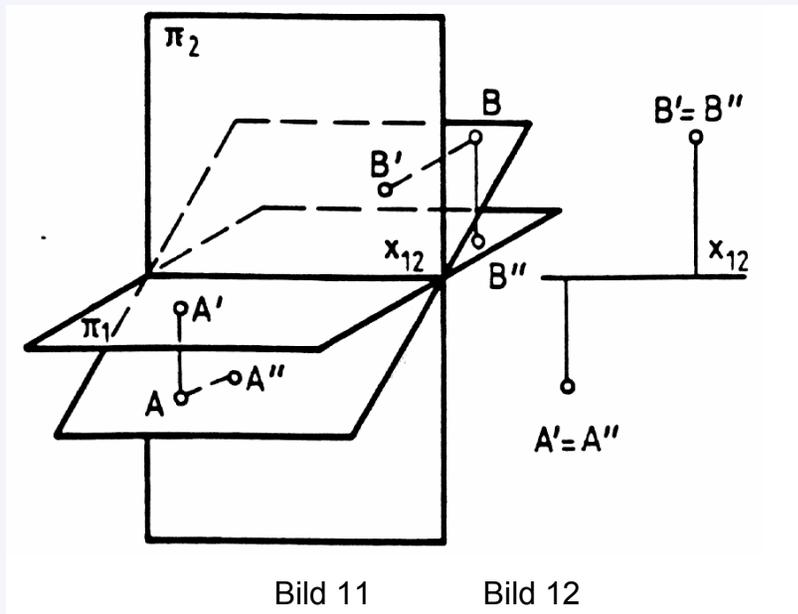
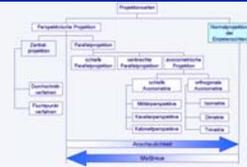
P_I :	I. Raumquadrant:	$+, +, +$
P_{II} :	II. Raumquadrant:	$+, -, +$
P_{III} :	III. Raumquadrant:	$+, -, -$
P_{IV} :	IV. Raumquadrant:	$-, -, -$



Projektion eines Punktes

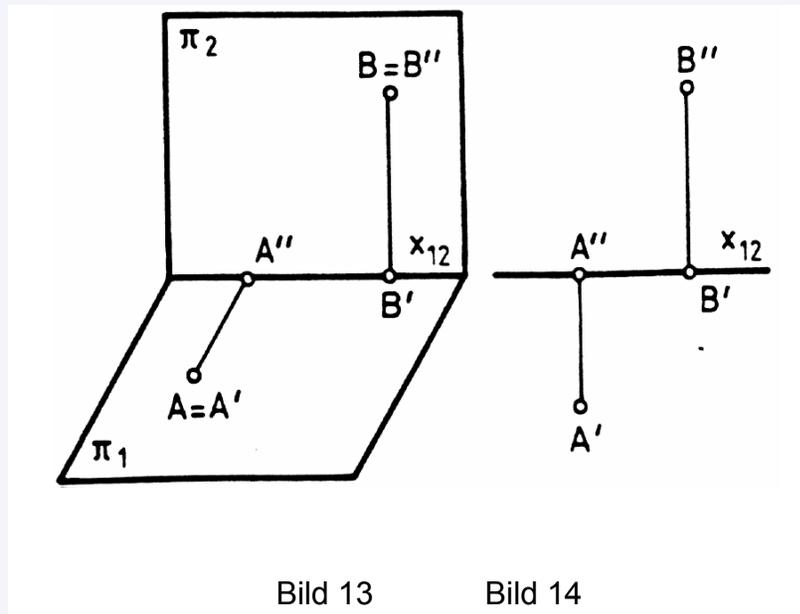
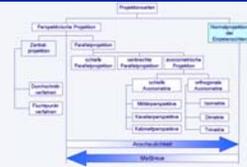
Liegt ein Punkt auf einer Ebene, die den II. und IV. Quadranten halbiert, dann fallen seine Projektionen zusammen, z.B. A' und A'' sowie B' und B'' in Bild 11 und Bild 12. Diese Ebene wird **Koinzidenzebene** (koinzidieren = lat. zusammenfallen) genannt.

Liegt ein Punkt auf der Ebene, die den I. und III. Quadranten halbiert, dann liegen seine Projektionen symmetrisch zur Rissachse.



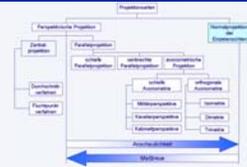
Projektion eines Punktes

Falls Punkte in einer Bildebene liegen, dann ist $A = A'$ und $B = B'$, wobei A'' und B'' auf der Projektionsachse x_{12} liegen (Bild 13 & 14).



Definitionen zur Geraden

1. Eine Gerade ist in ihrer Lage durch zwei ihrer Punkte eindeutig bestimmt.
2. Die Gerade gibt in der Projektion wieder eine Gerade.
(Sonderfall: Projektion in Richtung der Geraden ergibt Punkt!)
3. Ein Punkt, den eine Gerade mit einer Ebene gemeinsam hat, nennt man Durchstoßpunkt.
4. Den Durchstoßpunkt einer Geraden mit der Bildebene nennt man Spurpunkt.
5. Der geometrische Ort aller Durchstoßpunkte der Geraden einer Raumebene mit einer Bildebene heißt Spurgerade. Das ist der geometrische Ort aller Punkte, die sowohl auf der Raumebene als auch auf der Bildebene liegen.
6. Die Projektion eines Spurpunktes liegt auf der Bildachse.
7. Der Durchstoßpunkt einer Geraden durch die Grundrissebene ist ein Punkt mit der Höhe Null (d. h. $z = 0$).
8. Der Durchstoßpunkt einer Geraden durch die Aufrissebene ist ein Punkt mit dem Abstand Null von dieser Ebene (d. h. $y = 0$).
9. Der Durchstoßpunkt einer Geraden durch die Seitenrissebene ist ein Punkt mit dem Abstand Null von dieser Ebene (d. h. $x = 0$).
10. Durch Schnitte parallel zur Grundrissebene erhält man Höhenlinien.
11. Durch Schnitte parallel zur Aufrissebene erhält man Frontlinien.



Projektion einer Geraden

Eine Strecke wird im Raum durch zwei Punkte z. B. A und B bestimmt. Verlängert man diese Strecke über ihre beide Endpunkte hinaus, so erhält man eine Raumgerade g . Durch die Projektionen A' und B' ist g' in der Draufsicht und durch A'' und B'' ist g'' in der Vorderansicht festgelegt (Bild 15 & 16).

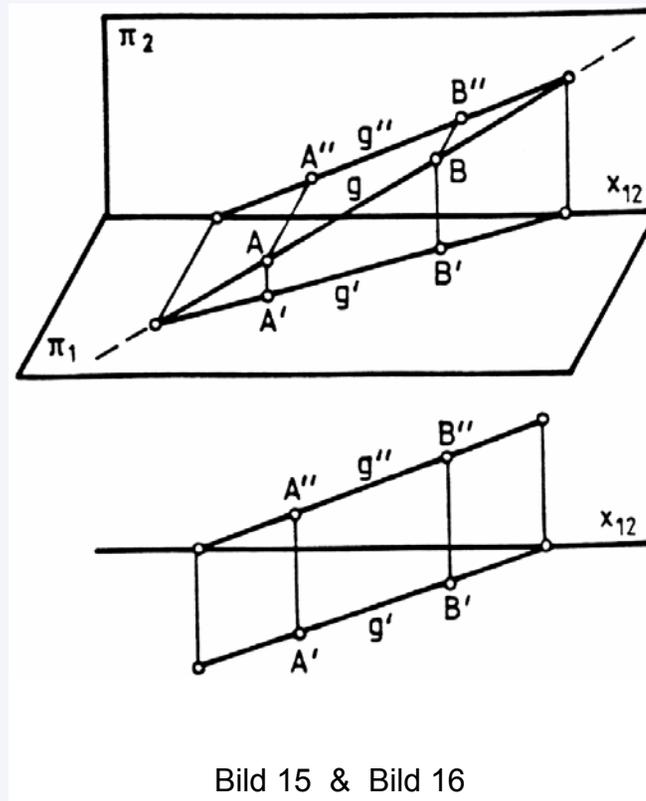
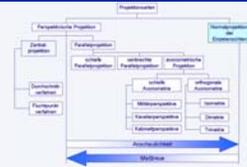
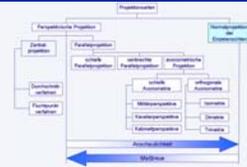


Bild 15 & Bild 16

Verschiedene Lagen einer Geraden

Die Projektionen einer Geraden sind im allgemeinen wieder Geraden, wobei die Ausnahmen Bild 17 und 18 zeigen.



Steht die Raumgerade g senkrecht auf der Ebene der Draufsicht, dann ist die Projektion g' ein Punkt und g'' eine Gerade, die senkrecht auf der Projektionsachse x_{12} steht.

Steht die Raumgerade g senkrecht auf der Ebene der Vorderansicht, dann ist die Projektion g' eine Gerade, die senkrecht auf der Projektionsachse x_{12} steht und g'' ein Punkt.

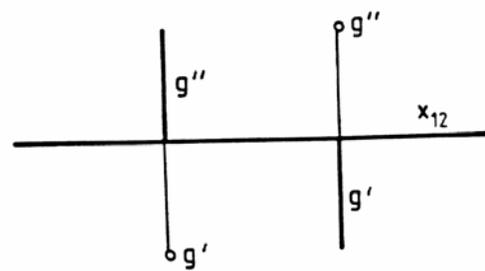
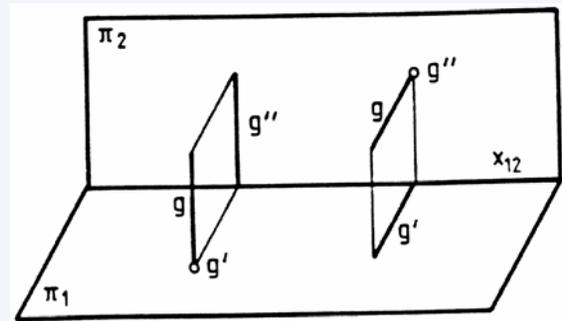


Bild 17 & Bild 18

Verschiedene Lagen einer Geraden

Verläuft eine Raumgerade g parallel zur Ebene der Draufsicht, so wird sie als Höhenlinie bezeichnet (Bild 19). Liegt die Raumgerade g parallel zur Vorderansicht, so wird sie als Frontlinie bezeichnet (Bild 20). Höhen- und Frontlinien werden auch Hauptlinien genannt.

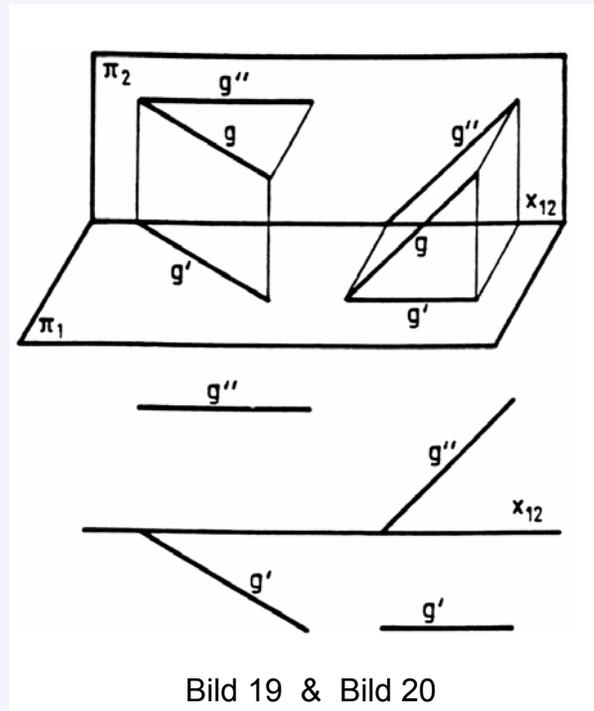
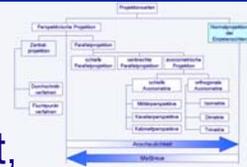


Bild 19 & Bild 20

Verschiedene Lagen einer Geraden

Verläuft eine Raumgerade g parallel zur Ebene der Draufsicht und der Vorderansicht, dann liegen ihre Projektionen g' und g'' parallel zur Bildachse x_{12} .

In diesem Falle ist die Raumgerade g zugleich Höhen- und Frontlinie (Bild 21).

Verläuft eine Raumgerade g parallel zur Ebene der Seitenansicht, die senkrecht auf der Ebene der Draufsicht und Vorderansicht steht, dann stehen die Projektionen g' und g'' senkrecht auf der Projektionsachse x_{12} (Bild 22).

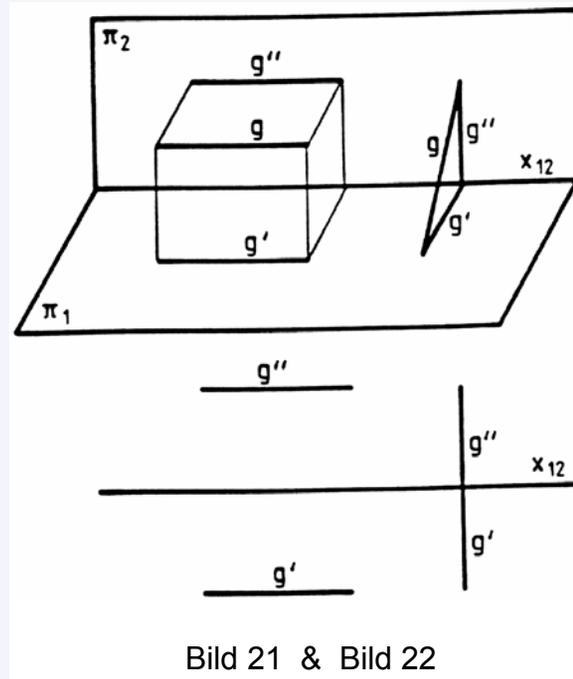
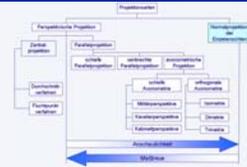
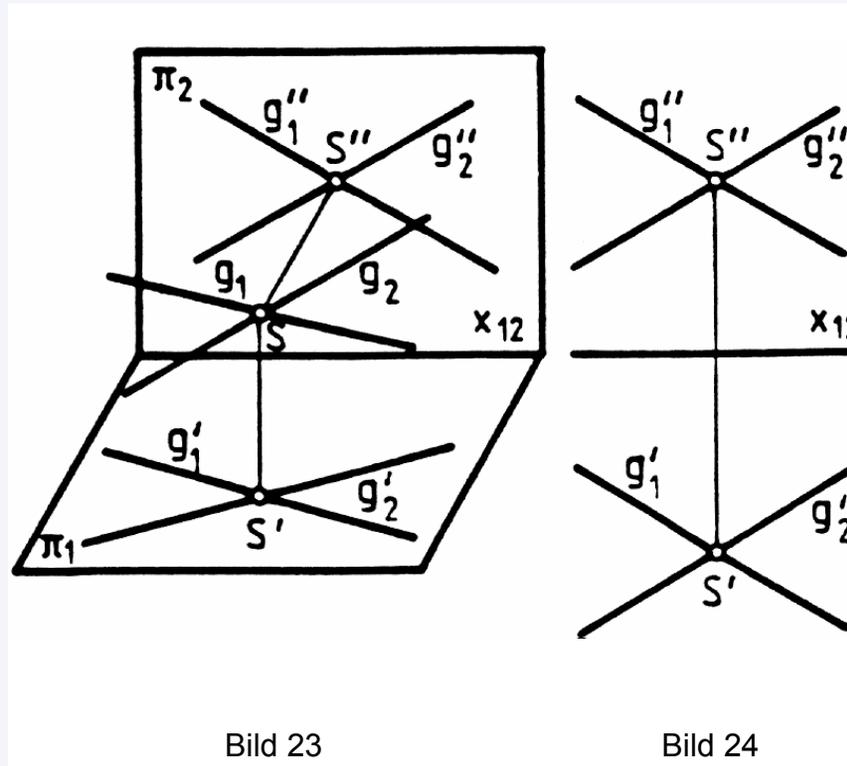
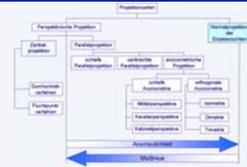


Bild 21 & Bild 22

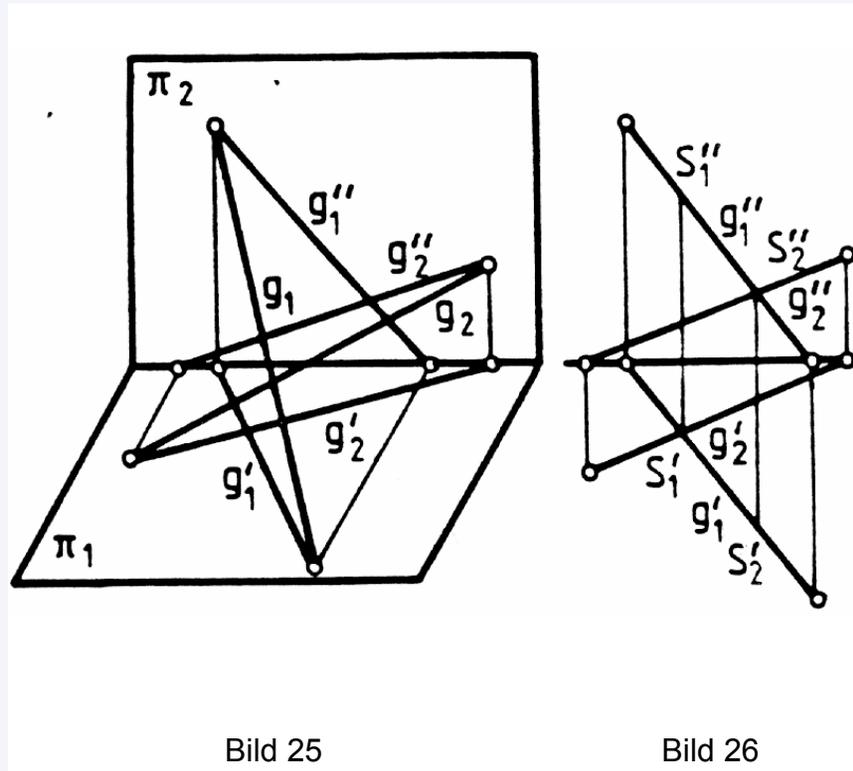
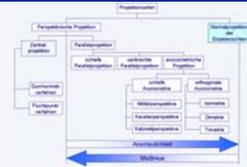
Lage zweier Geraden zueinander

Zwei Raumgeraden, die nicht zusammenfallen, können entweder sich schneiden, sich kreuzen, windschief sein oder parallel zueinander sein. Zwei Raumgeraden g_1 und g_2 schneiden sich, wenn auch ihre Projektionen g_1' und g_2' sich schneiden und die Schnittpunkte ihrer Projektionen S' und S'' auf einer Senkrechten zur Projektionsachse x_{12} , einer Ordnungs-linie, liegen (Bild 23 & 24).



Lage zweier Geraden zueinander

Zwei Raumgeraden g_1 und g_2 kreuzen sich, wenn die Schnittpunkte ihrer Projektionen in Draufsicht S' und Vorderansicht S'' nicht auf der gleichen Ordnungslinie liegen (Bild 25 & 26).



Lage zweier Geraden zueinander

Zwei Raumgeraden g_1 und g_2 sind parallel zueinander, wenn die Projektionen der Geraden in Draufsicht und Vorderansicht auch parallel sind (Bild 27 & 28).

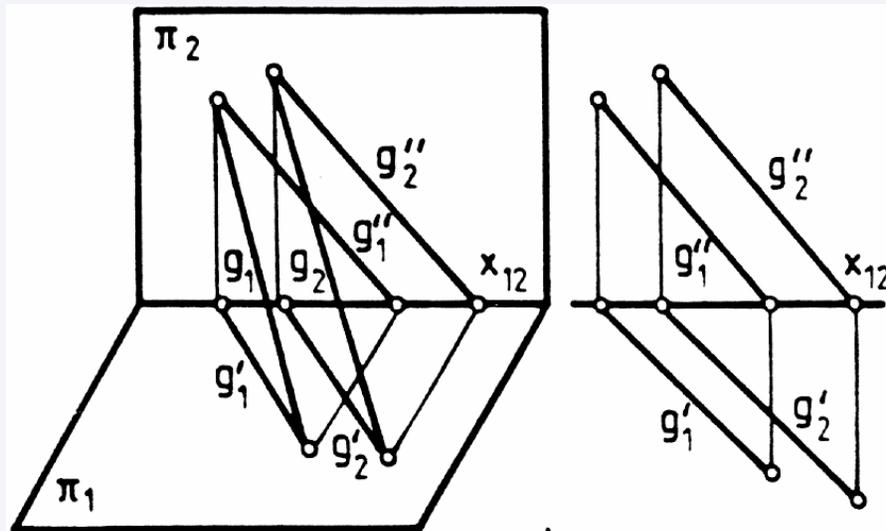
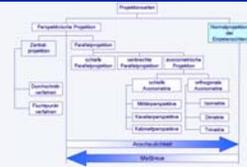


Bild 27

Bild 28

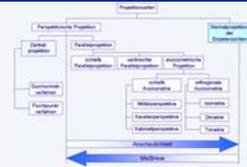
Wahre Größe

Bei Projektionen werden die abgebildeten Körper zwangsläufig verzerrt dargestellt. Dadurch entsprechen die dargestellten Längen nicht den tatsächlichen Abmessungen.

Es existieren eine Reihe von Verfahren, mit denen aus projizierten Ansichten die tatsächlichen Abmessungen, die sogenannte „wahre Größe“, ermittelt werden kann (z.B. die Mongesche Drehkonstruktion oder das Klappverfahren).

Aufgrund der Komplexität dieser Verfahren wird im Rahmen dieser Vorlesung diese Thematik allerdings nicht weiter vertieft.

Definitionen zur Ebene



1. Eine Raumebene ist festgelegt durch drei Punkte (nicht auf einer Geraden liegend).
2. Eine Raumebene ist festgelegt durch einen Punkt und eine Gerade (Punkt nicht auf der Geraden liegend).
3. Eine Raumebene ist festgelegt durch zwei sich schneidende Geraden.
4. Eine Raumebene ist festgelegt durch zwei parallele Geraden.

Daraus folgt auch: Eine Raumebene ist festgelegt durch zwei ihrer Spurgeraden.

Details zu Spurgeraden:

- a) Die Spurgeraden e_1 (Grundrissspur) und e_2 (Aufrissspur) schneiden sich auf der x-Achse.
- b) Die Spurgeraden e_2 und e_3 (Seitenrissspur) schneiden sich auf der z-Achse.
- c) Die Spurgeraden e_1 und e_3 schneiden sich auf der y-Achse.

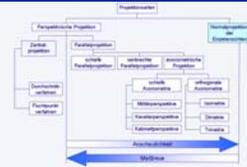
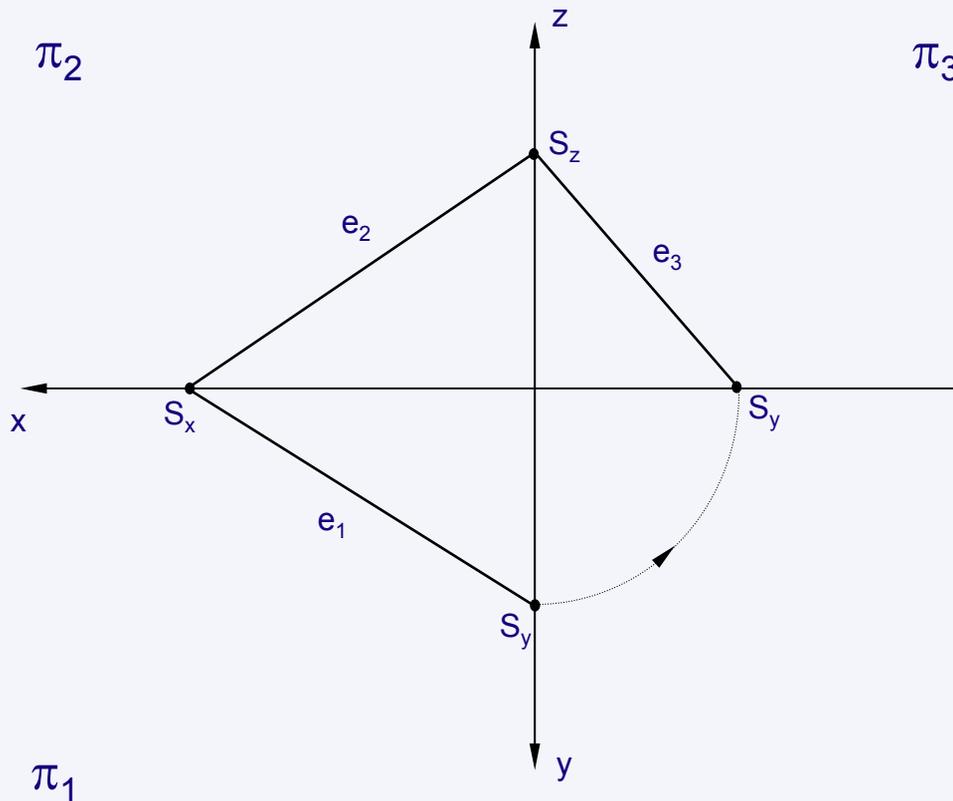
Definitionen zur Ebene

Folgerung:

Wenn e_1 und e_2 bekannt sind, kann e_3 gezeichnet werden:

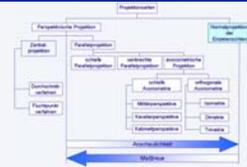
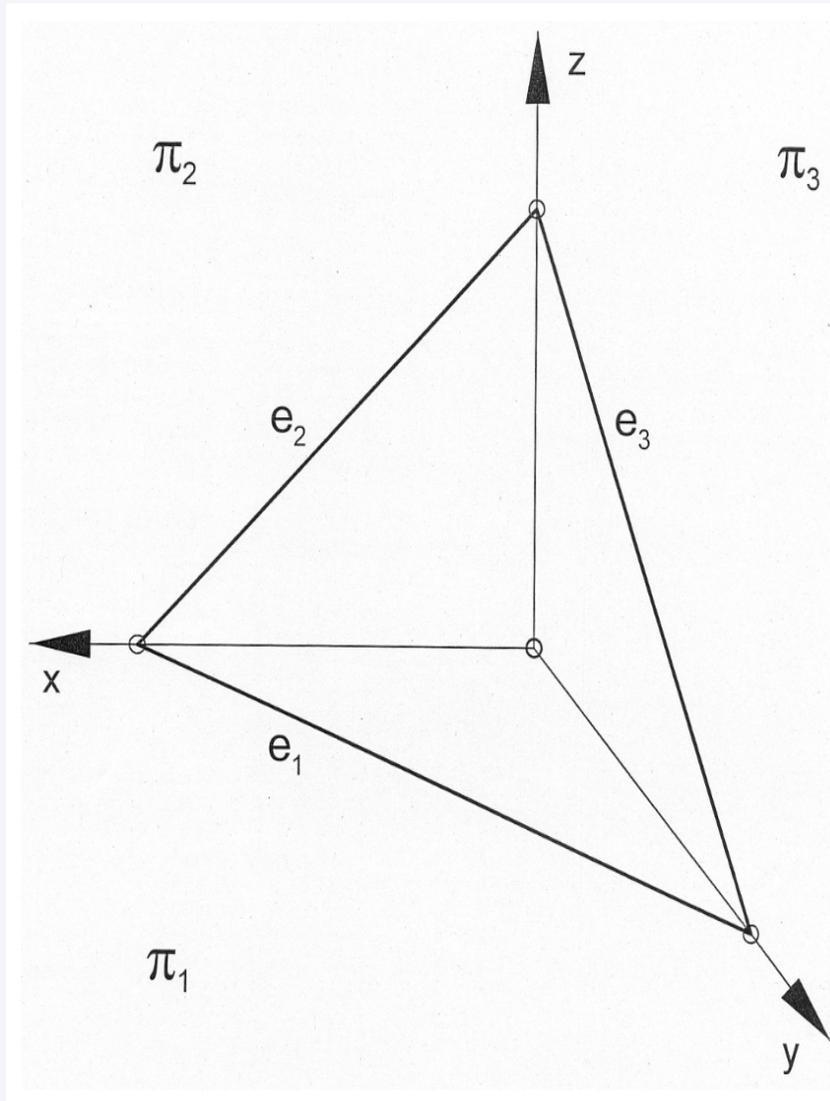
e_2 -Durchgang durch z-Achse

e_1 -Durchgang durch y-Achse

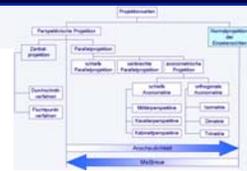


Perspektivische Darstellung

Ebene ε in allgemeiner Lage im Raum



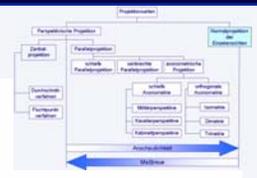
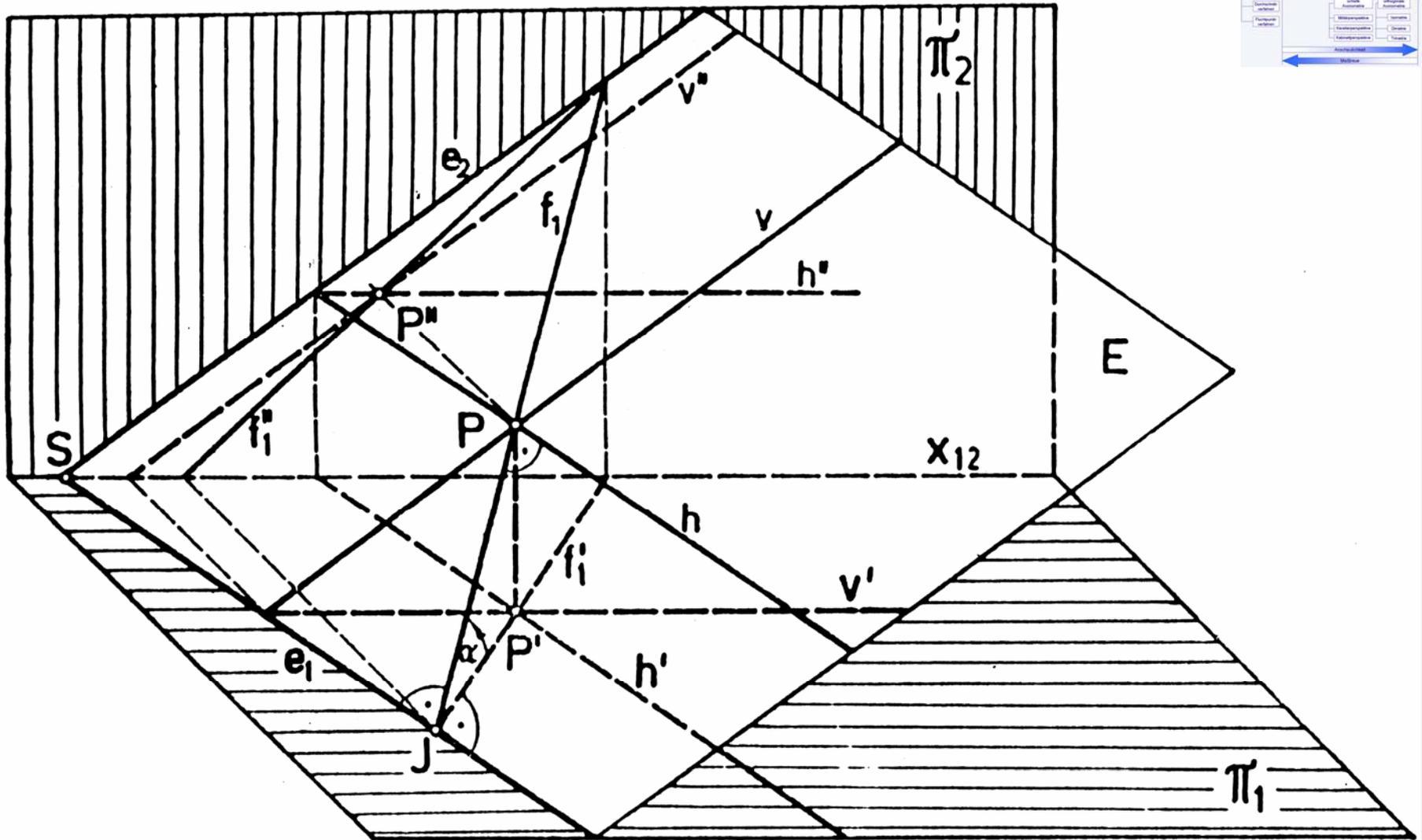
Mögliche räumliche Lagen einer Ebene und ihre Spurgeraden



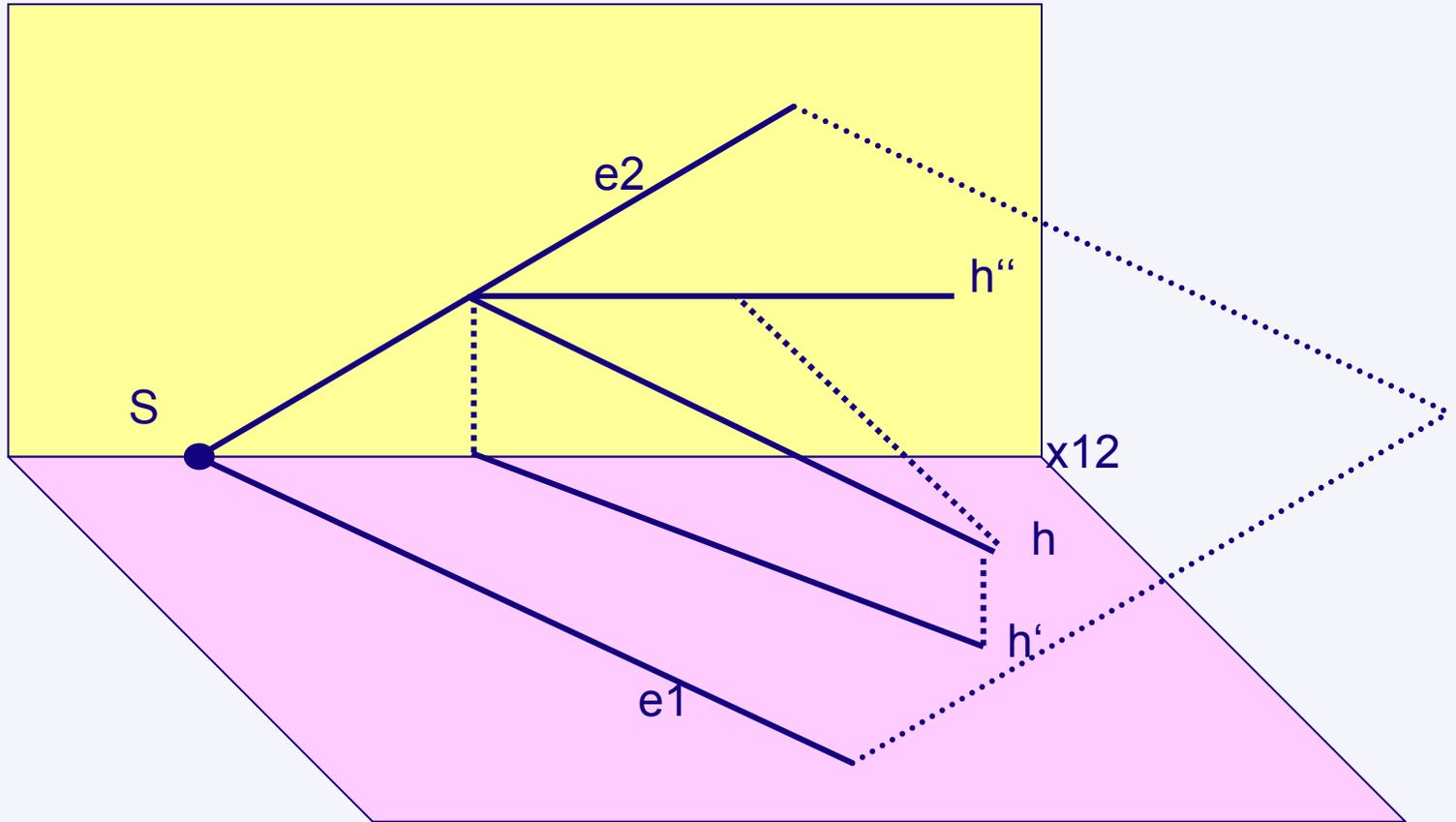
Nr.	Stellung der Ebene zur	Räumliche Darstellung	Lage der Spurgeraden
1	Grundrißebene senkrecht		
2	Aufrißebene senkrecht		
3	Grundrißebene parallel		
4	Aufrißebene parallel		

5	Rißachse x_{12} parallel		
6	Rißachse x_{12} senkrecht		
7	Grund- und Aufrißebene geneigt (schief im Raum)		

Ebenen mit ihren Hauptlinien h , v und f_1 im räumlichen Zweitafelsystem

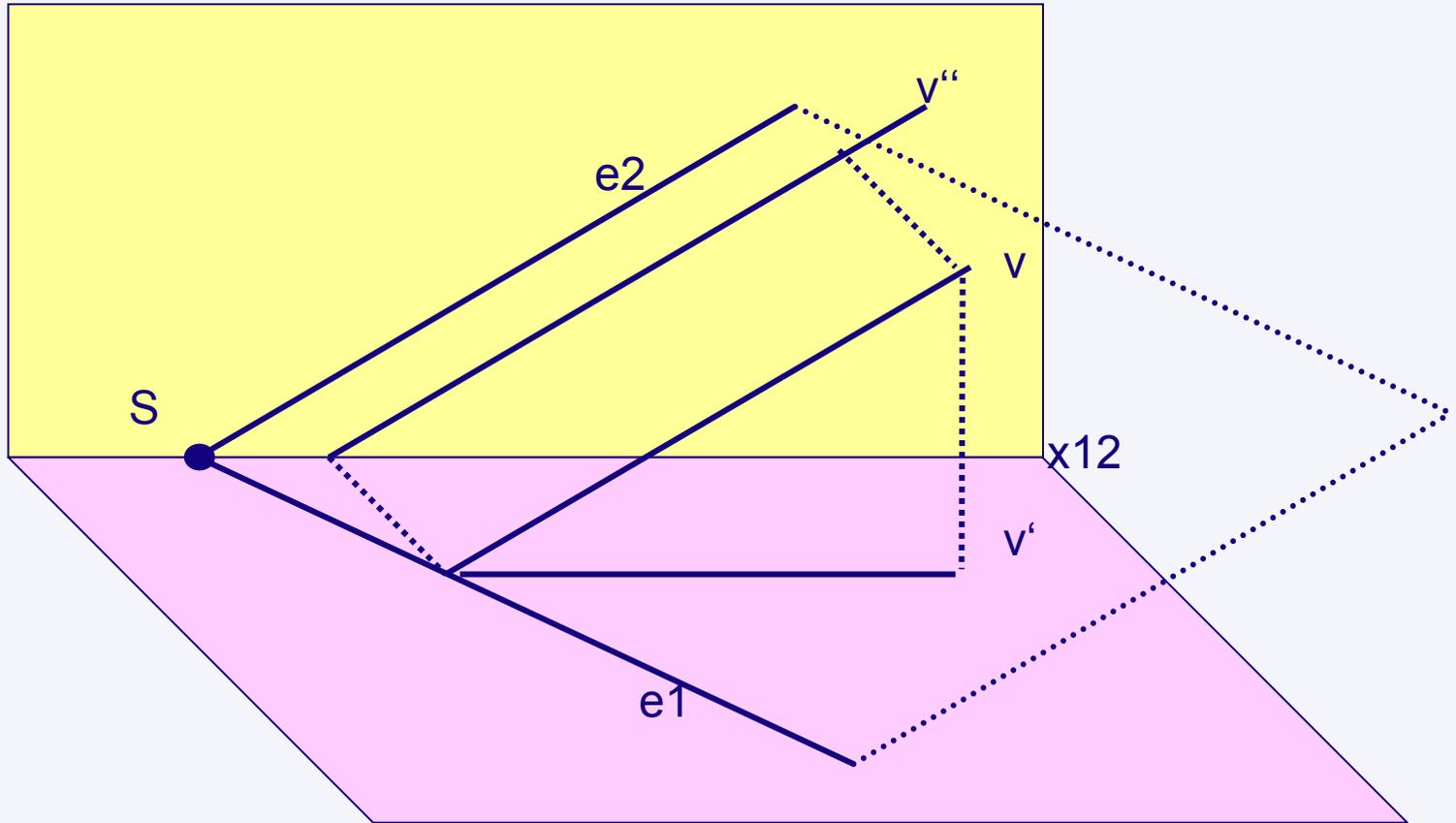


PI 2



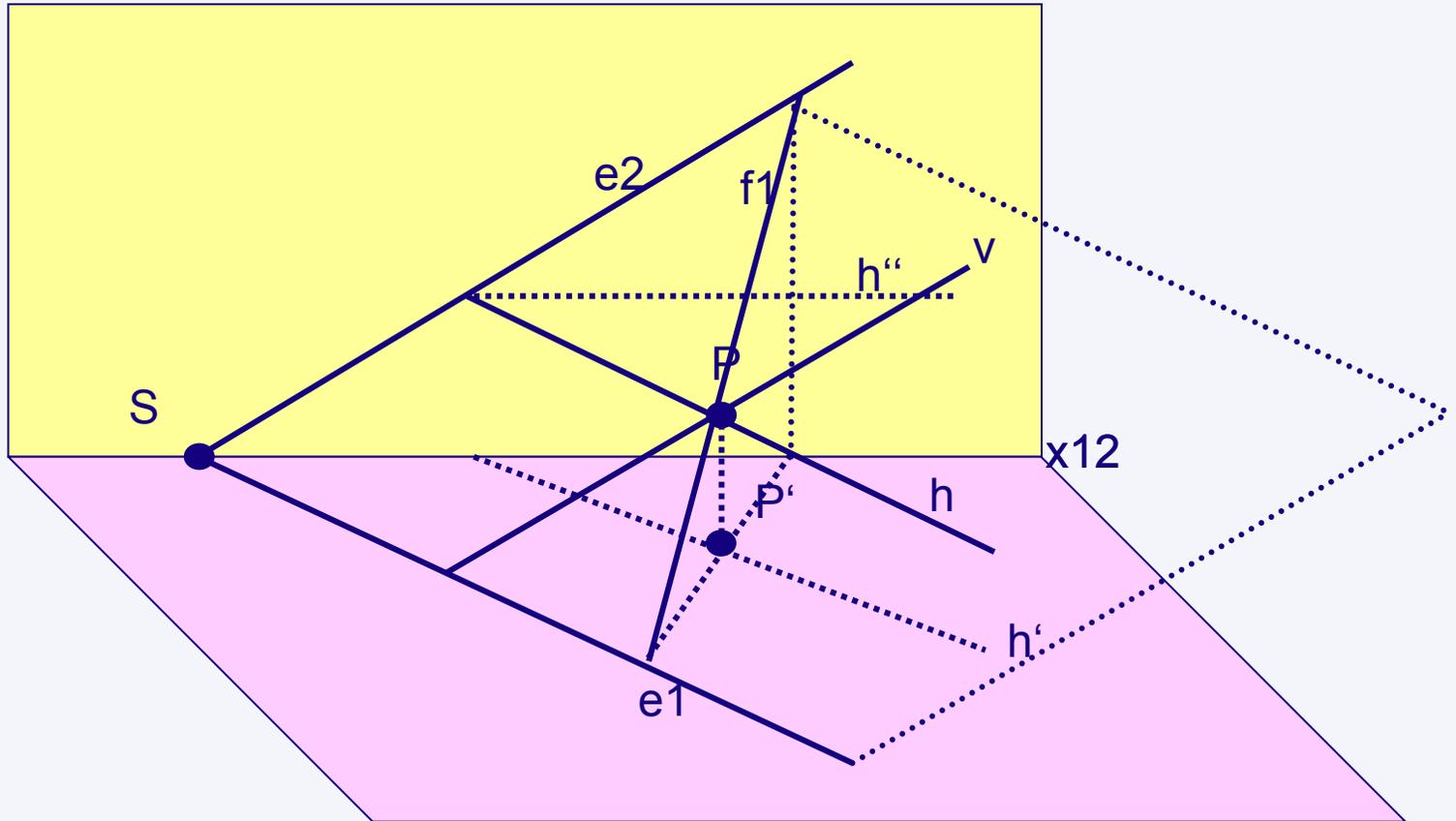
PI 1

PI 2



PI 1

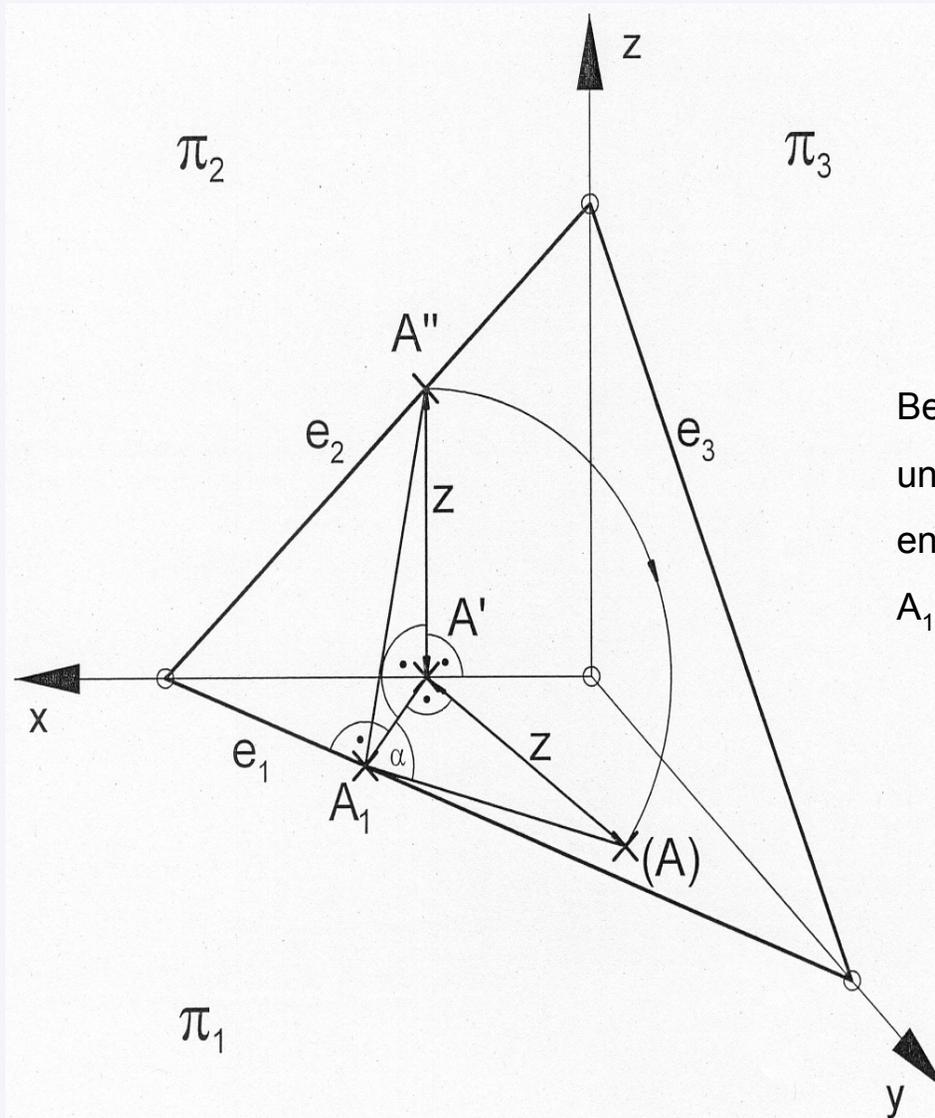
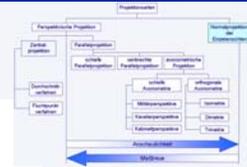
PI 2



PI 1

Perspektivische Darstellung

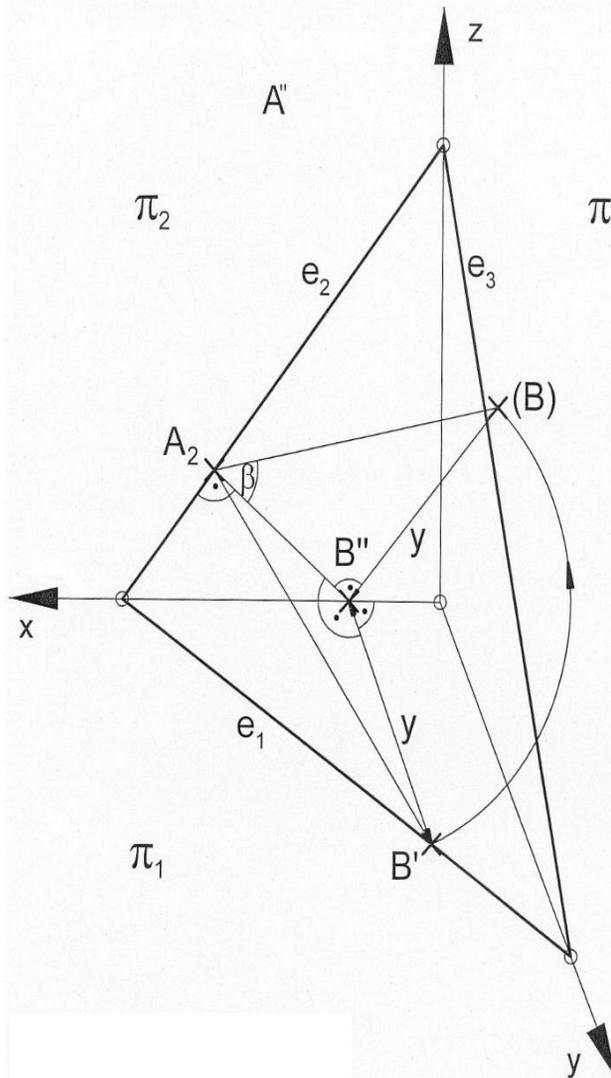
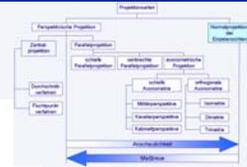
Bestimmung von Neigungswinkel α zwischen Raumebene e_1 und Grundrissebene Π_1



Beim Schnitt senkrecht zu e_1
und senkrecht auf Π_1
entsteht das Stützdreieck
 $A_1 A' (A)$

Perspektivische Darstellung

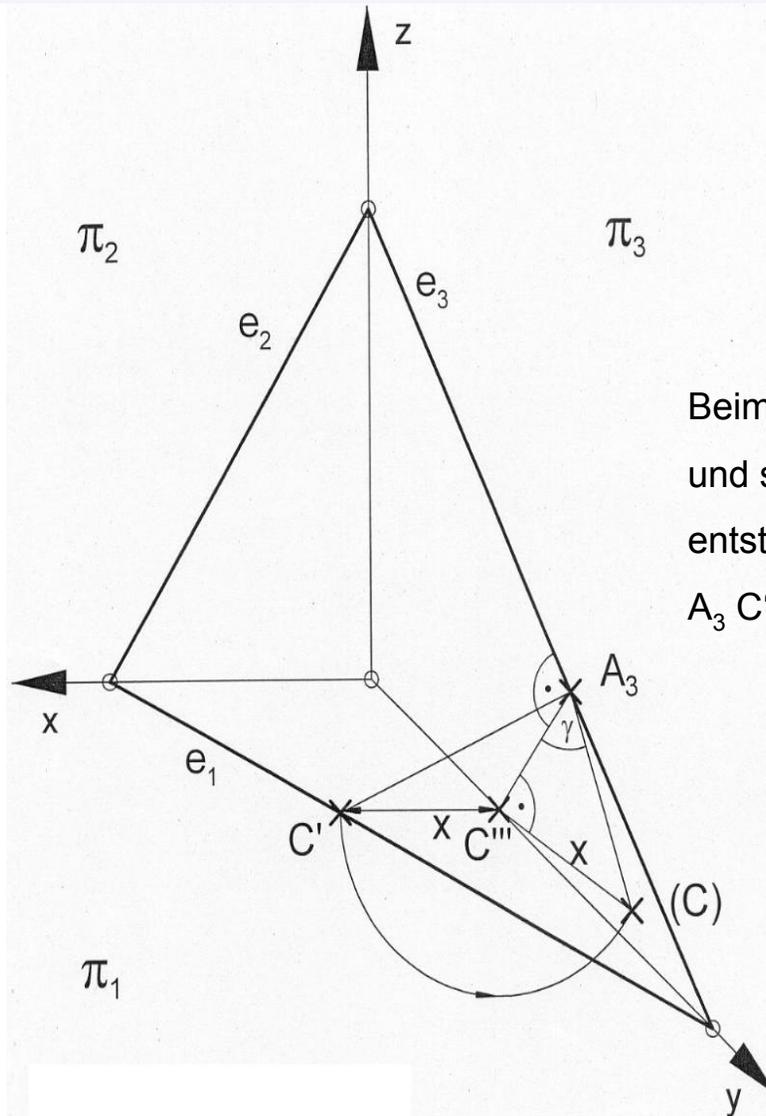
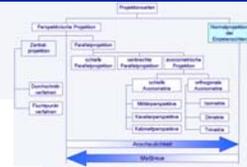
Bestimmung von Neigungswinkel β zwischen Raumebene e_2 und Grundrissebene Π_2



Beim Schnitt senkrecht zu e_2
und senkrecht auf Π_2
entsteht das Stützdreieck
 $A_2 B'' (B)$

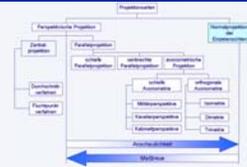
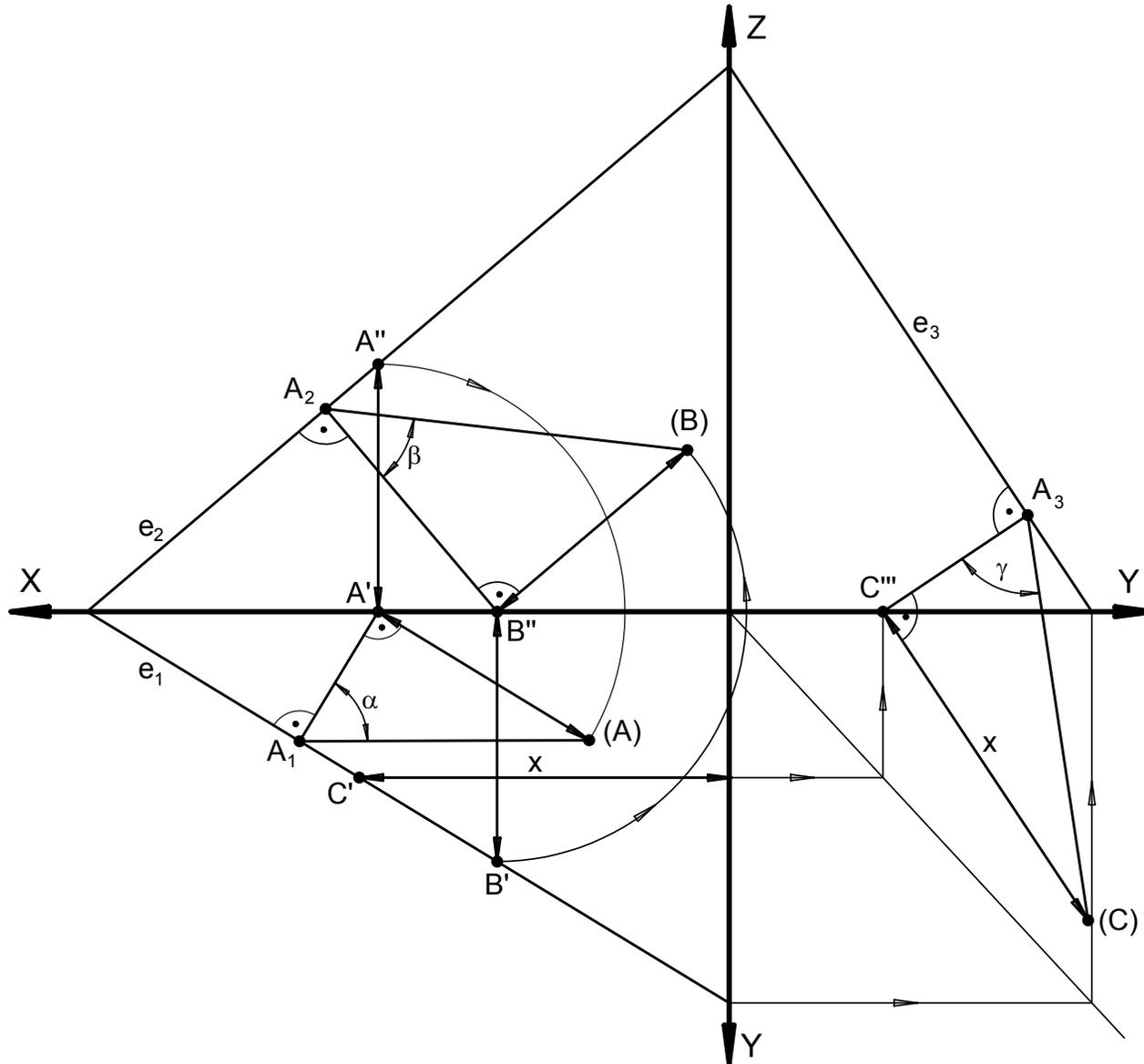
Perspektivische Darstellung

Bestimmung von Neigungswinkel γ zwischen Raumebene e_3 und Grundrissebene Π_3

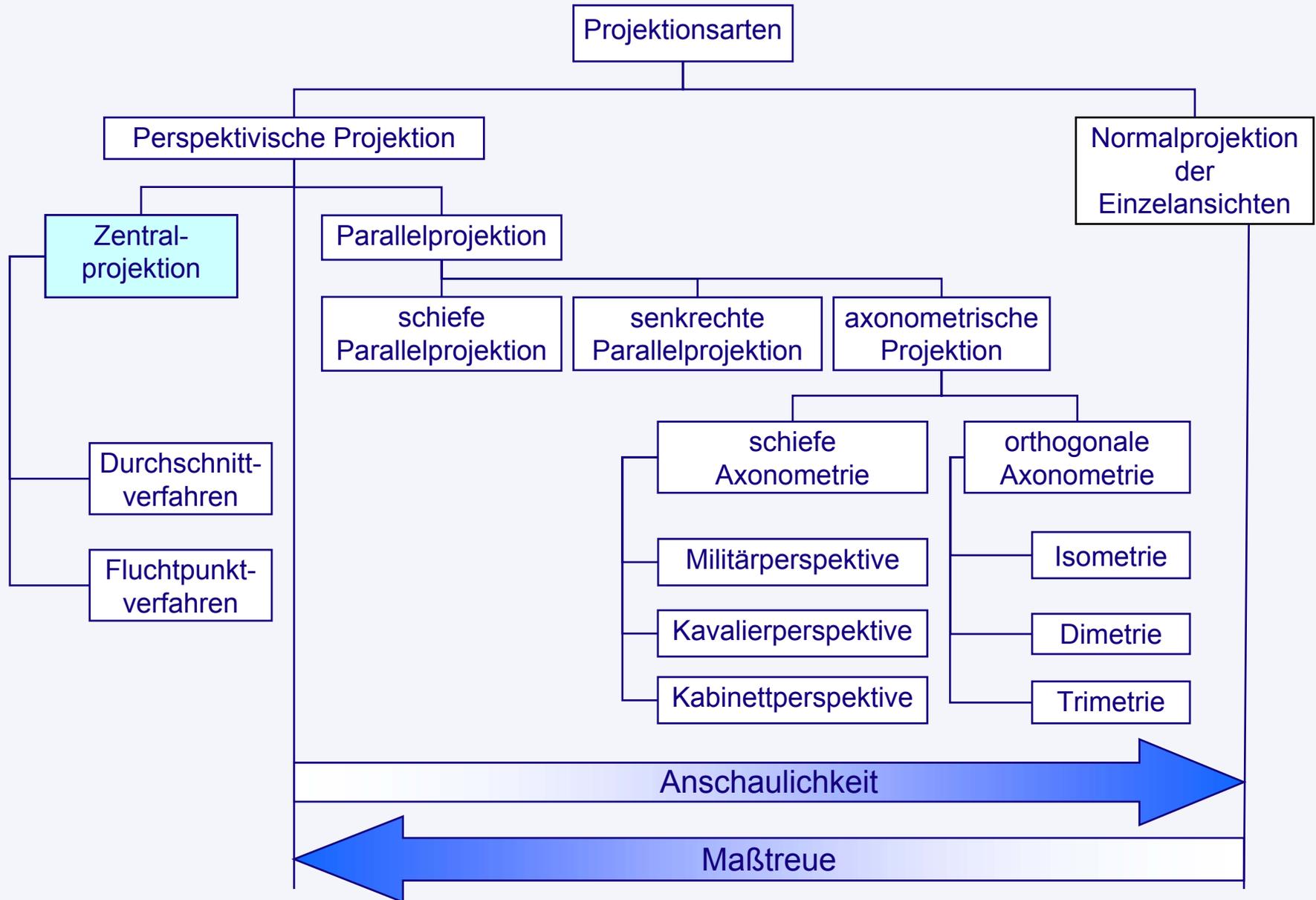


Beim Schnitt senkrecht zu e_3
und senkrecht auf Π_3
entsteht das Stützdreieck
 $A_3 C'' (C)$

Stützdreieck und Neigungswinkel einer Ebene

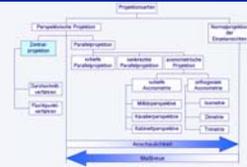


Projektionsarten und Abbildungsverfahren für technische Darstellungen



Zentralprojektion (Frontperspektive)

Bei der Frontperspektive bleiben alle waagerechten Körperkanten waagerecht und alle senkrechten Körperkanten senkrecht.



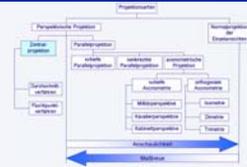
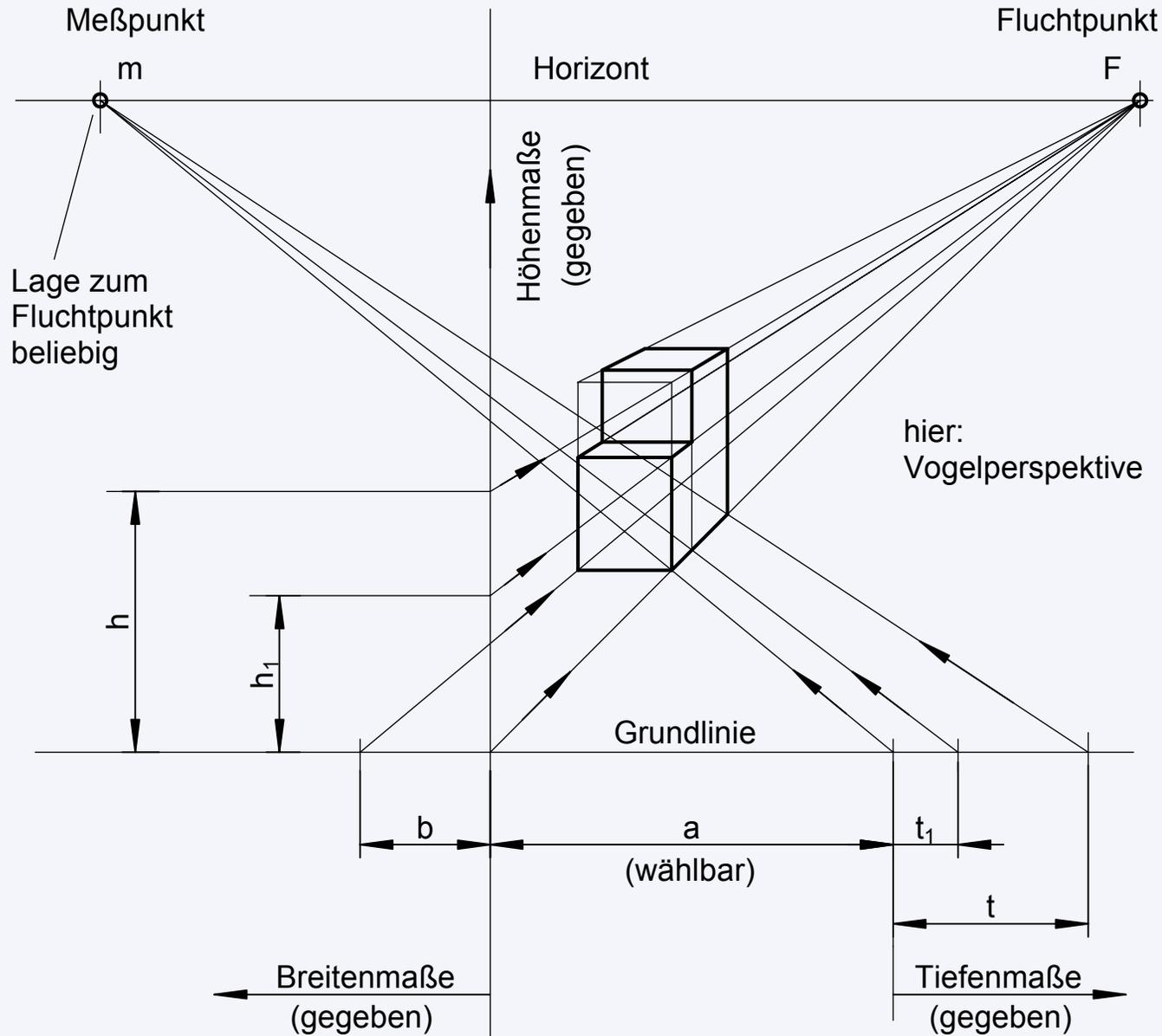
Die schräg in die Tiefe des Raumes verlaufenden Kanten treffen sich im Fluchtpunkt. Fluchtpunkte liegen bei Zentralprojektionen stets auf der Horizontlinie. Die Horizontlinie liegt bei Abbildung von großen Gegenständen in Augenhöhe (Augenhöhe und Werkstückgröße werden im gleichen Maßstab verkleinert).

Liegt der Horizont weit über dem dargestellten Werkstück, so spricht man von **Vogelperspektive**, liegt er weit darunter, von **Froschperspektive**.

Auf dem Horizont liegt ferner der Messpunkt (Distanzpunkt). Er bestimmt die Verkürzung der zum Fluchtpunkt verlaufenden Kanten. Der Abstand Messpunkt - Fluchtpunkt ist beliebig, er sollte jedoch nicht kleiner als das Doppelte der größten Werkstückausdehnung gewählt werden.

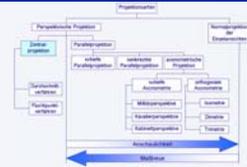
Das Maß „a“ zwischen Breiten- und Tiefenmaßen legt den Abstand des Raumbildes von der Grundlinie fest.

Zentralprojektion (Frontperspektive)



Zentralprojektion (Eckperspektive)

Zur Konstruktion der Eckperspektive wird die Draufsicht des abzubildenden Gegenstandes in beliebiger Schräglage benötigt. Der Standpunkt soll unterhalb der Mitte der breiteren Draufsichtkante angeordnet werden.

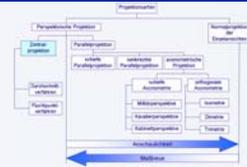
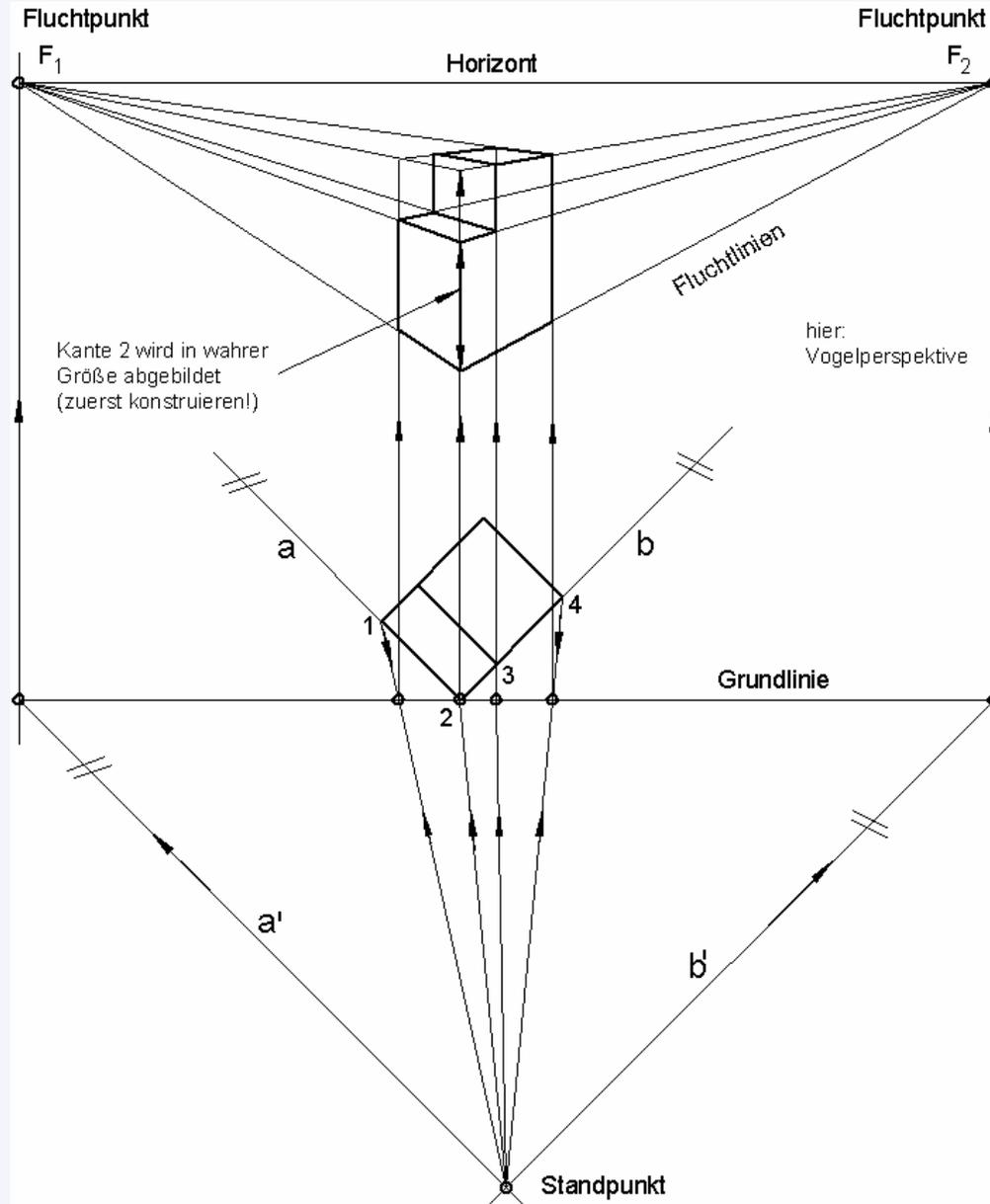


Legt man die Grundlinie durch einen Eckpunkt (2) der Draufsicht, so bildet sich die zugehörige Kante in der Zentralprojektion in wahrer Größe ab. Die Fluchtpunkte werden ermittelt, indem man Linien parallel zu den beiden Draufsichtkanten (a und b) zeichnet, die durch den Standpunkt verlaufen (a' und b').

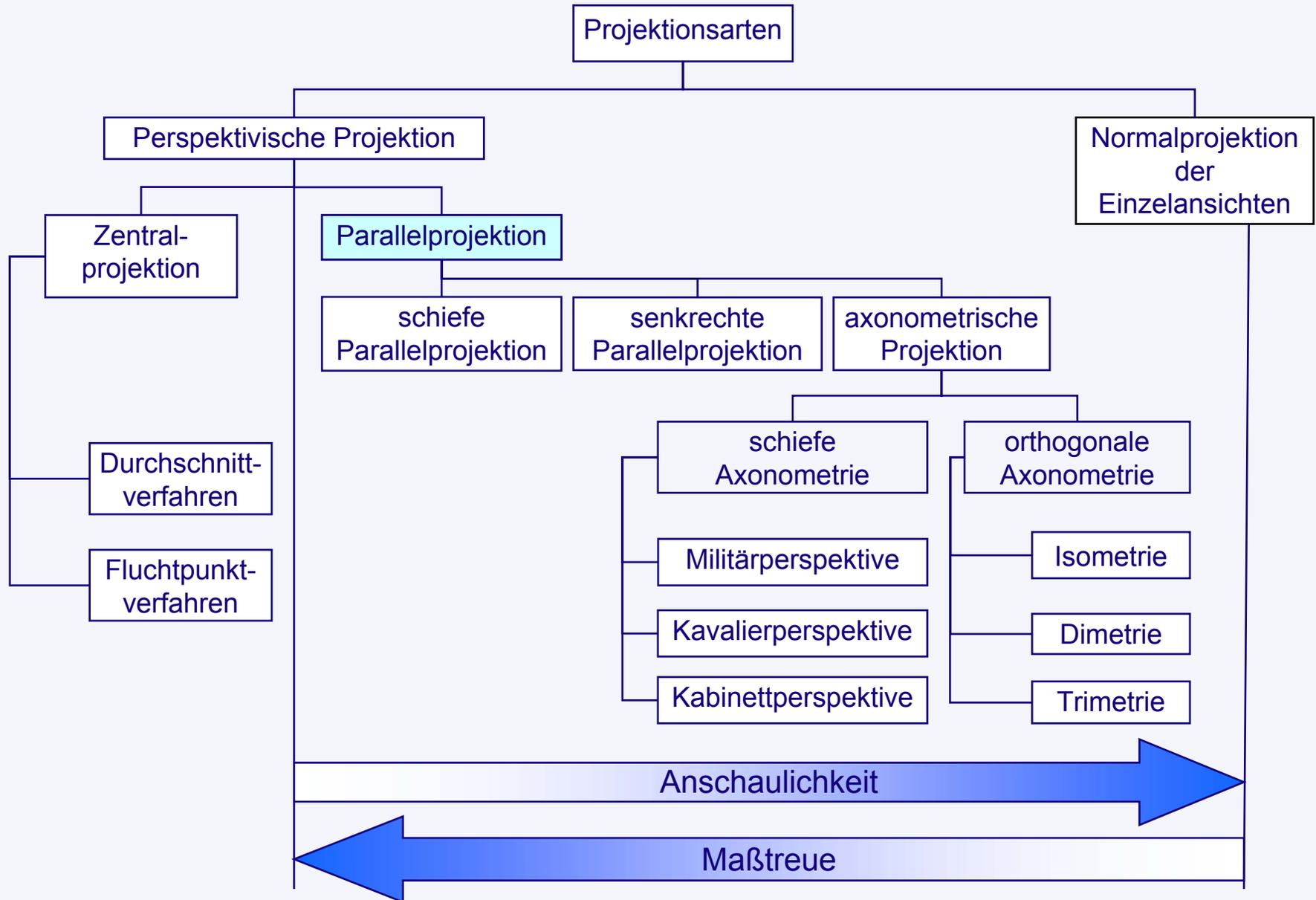
Ihre Schnittpunkte mit der Grundlinie werden rechtwinklig auf die Horizontlinie projiziert und ergeben dort die gesuchten Fluchtpunkte.

Die Längen der in der Eckperspektive verkürzt dargestellten Körperkanten erhält man, wenn man die Ecken der Draufsicht (1 bis 4) mit dem Standpunkt verbindet und die Schnittpunkte dieser Linien mit der Grundlinie rechtwinklig auf die Fluchtlinien projiziert.

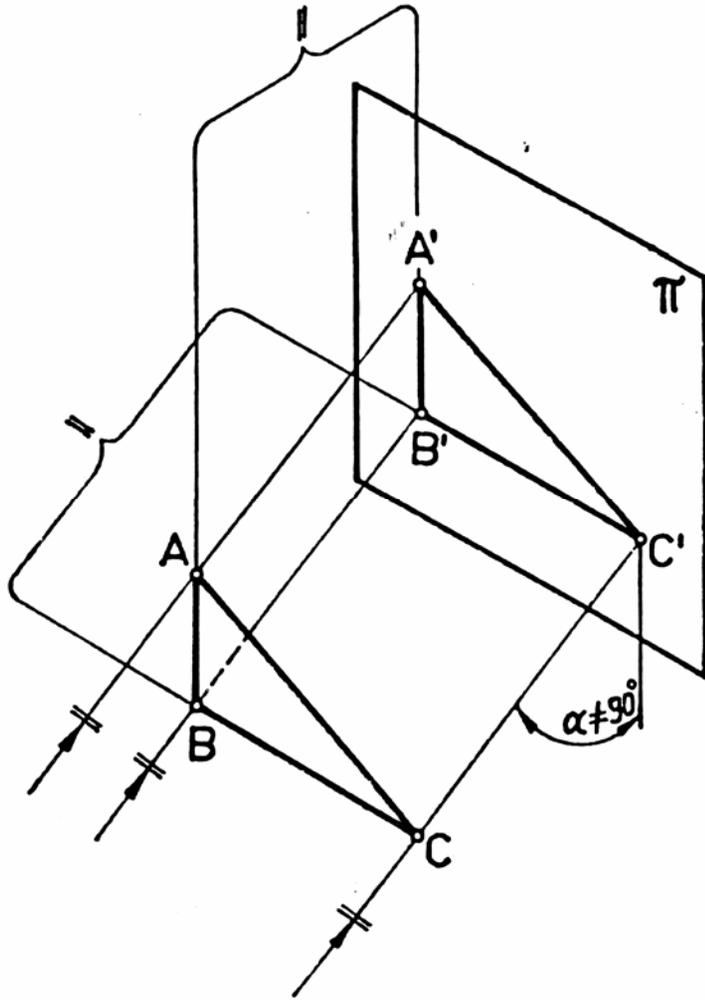
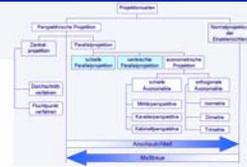
Zentralprojektion (Eckperspektive)



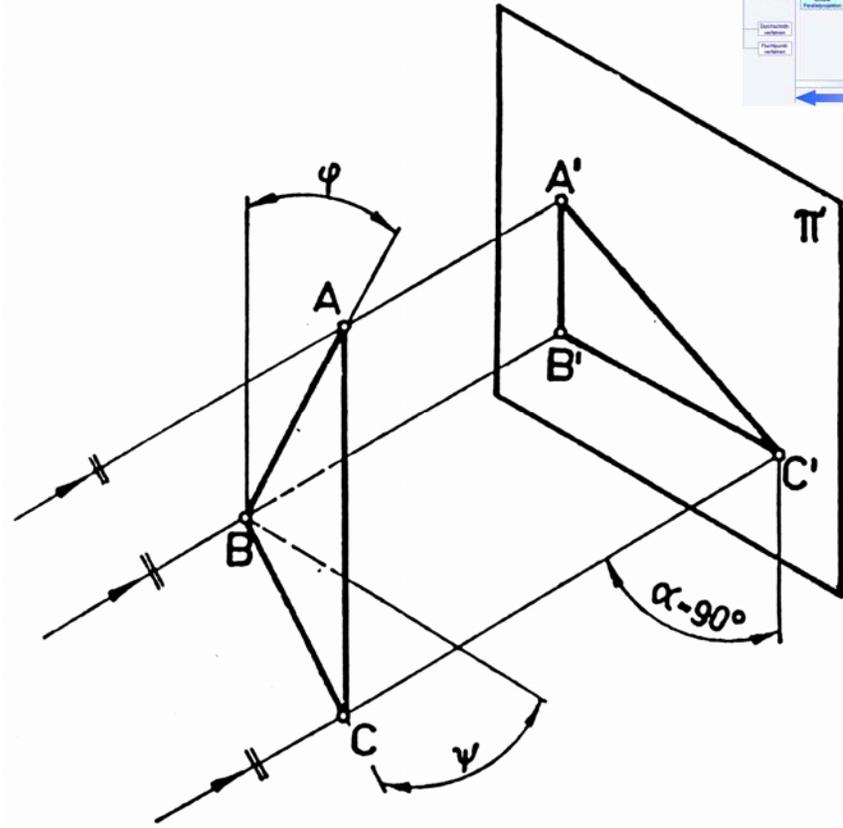
Projektionsarten und Abbildungsverfahren für technische Darstellungen



Schiefe und Senkrechte Parallelprojektion



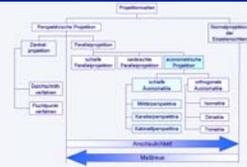
Schiefe Parallelprojektion



Senkrechte Parallelprojektion

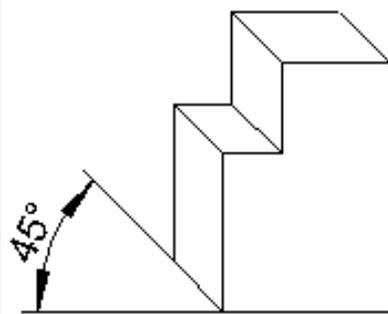
Schiefe axonometrische Projektion (DIN 5)

Axonometrische Projektionen sind parallelperspektivische Darstellungen.



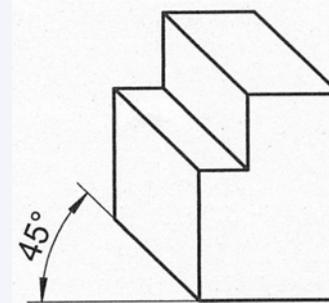
Kabinettperspektive

Seitenverhältnis 1 : 2 : 0.5



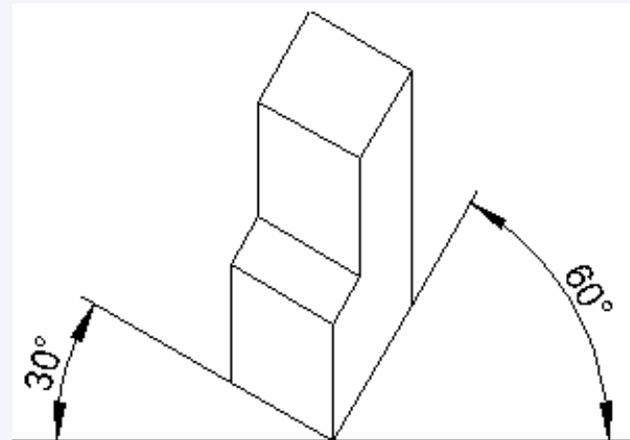
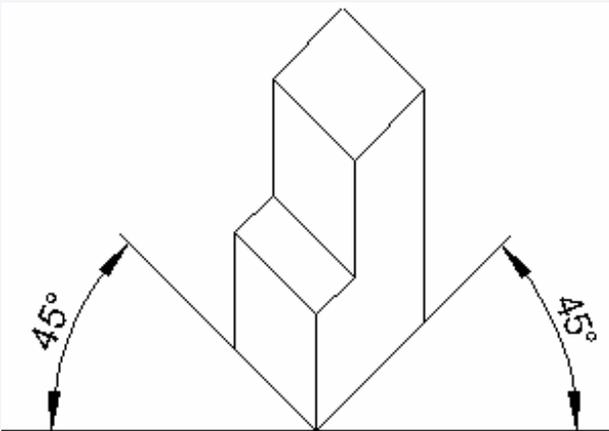
Kavalierperspektive

Seitenverhältnis 1 : 1 : 1

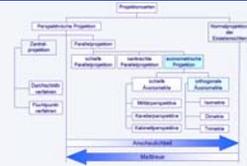


Militärperspektive

Seitenverhältnis 1 : 1 : 1



Orthogonale axonometrische Projektion (DIN 5)

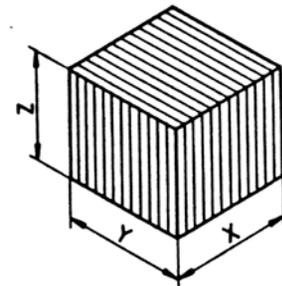
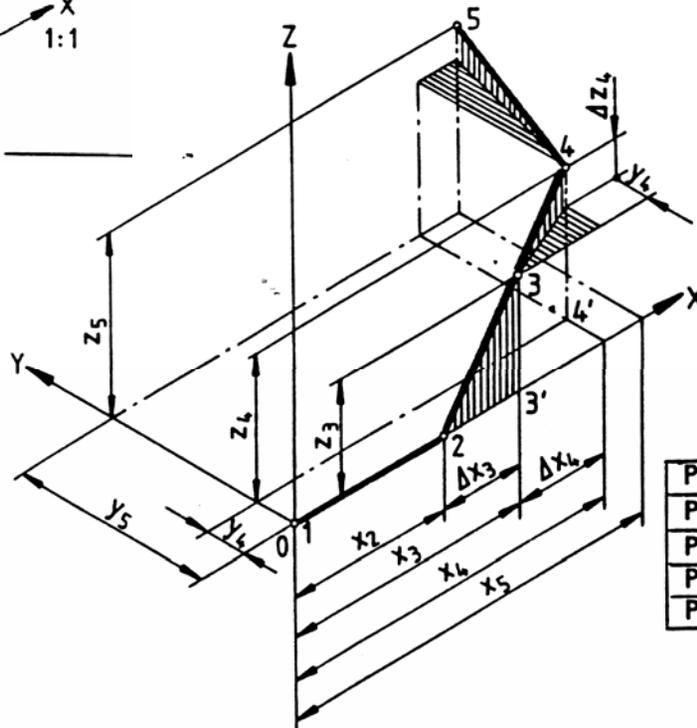
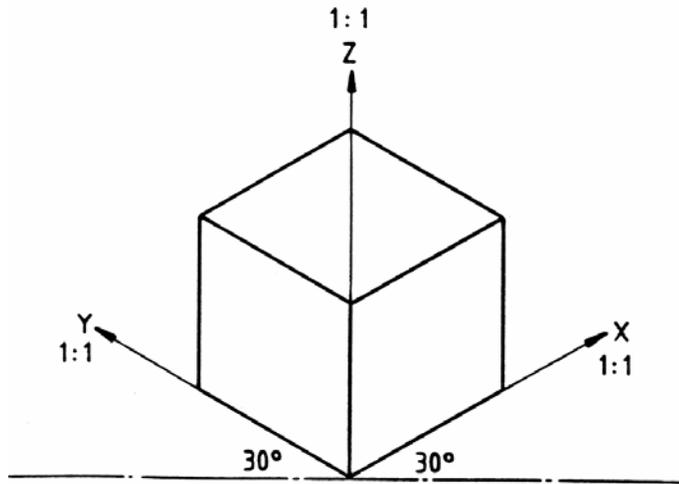
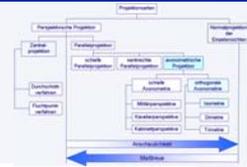


Zu den orthogonalen axonometrischen Projektionen zählen die isometrische und die dimetrische Darstellung.

Im Rohrleitungsbau sind diese Darstellungen unverzichtbar, denn man erkennt alle Rohrneigungen (im Raum) in einer Ansicht. Für den Maschinenbau sind diese Darstellungen, nur in Ausnahmefällen, zur Verdeutlichung zu verwenden.

Isometrie - Grundlagen

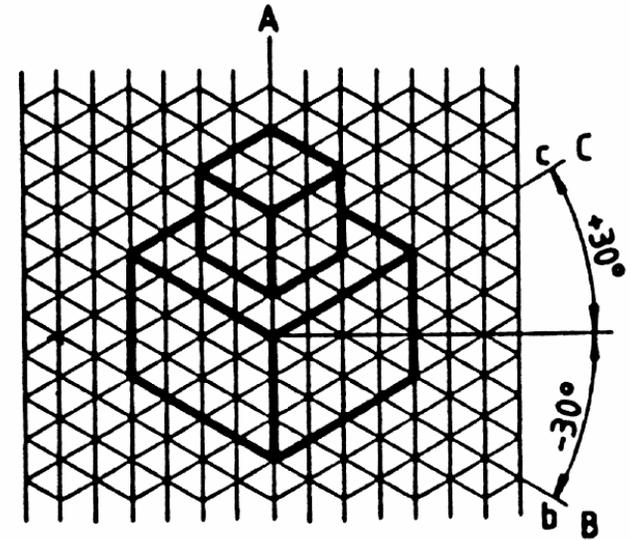
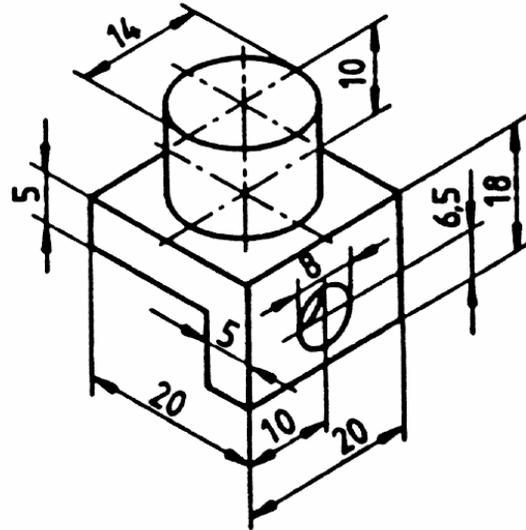
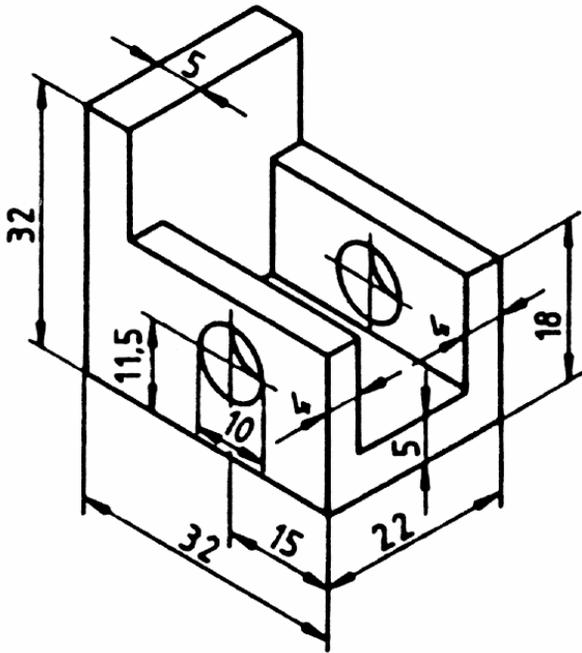
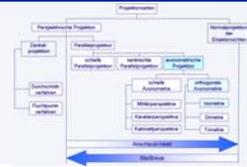
Alle Abmessungen werden im gleichen (= iso) Maßstab gezeichnet (x: y: z wie 1: 1: 1).



Schraffur der Hauptebenen

P_1	$x_1 = 0$	$y_1 = 0$	$z_1 = 0$
P_2	$x_2 = + 50$	$y_2 = 0$	$z_2 = 0$
P_3	$x_3 = + 75$	$y_3 = 0$	$z_3 = + 34$
P_4	$x_4 = + 104$	$y_4 = + 12$	$z_4 = + 45$
P_5	$x_5 = + 118$	$y_5 = + 62$	$z_5 = + 54$

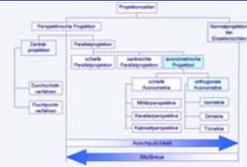
Isometrie - Grundlagen



Beispiele für isometrische Darstellung mit Maßeintragung

Isometrisches Liniennetz

Isometrie - Ellipsenkonstruktion

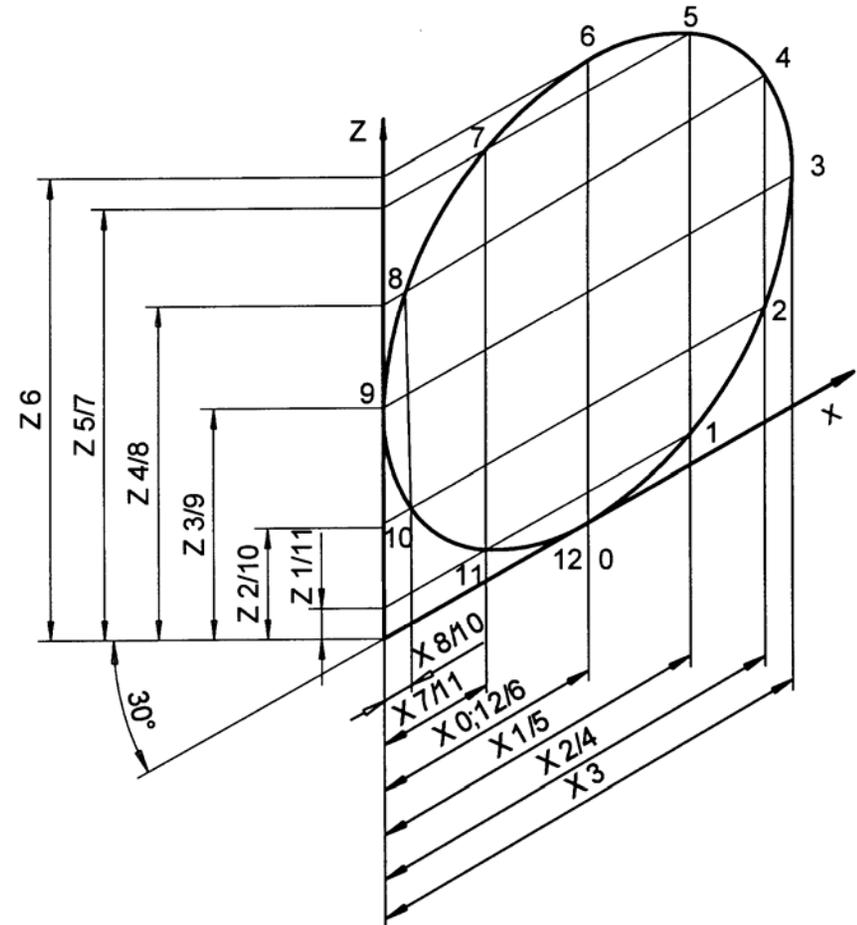
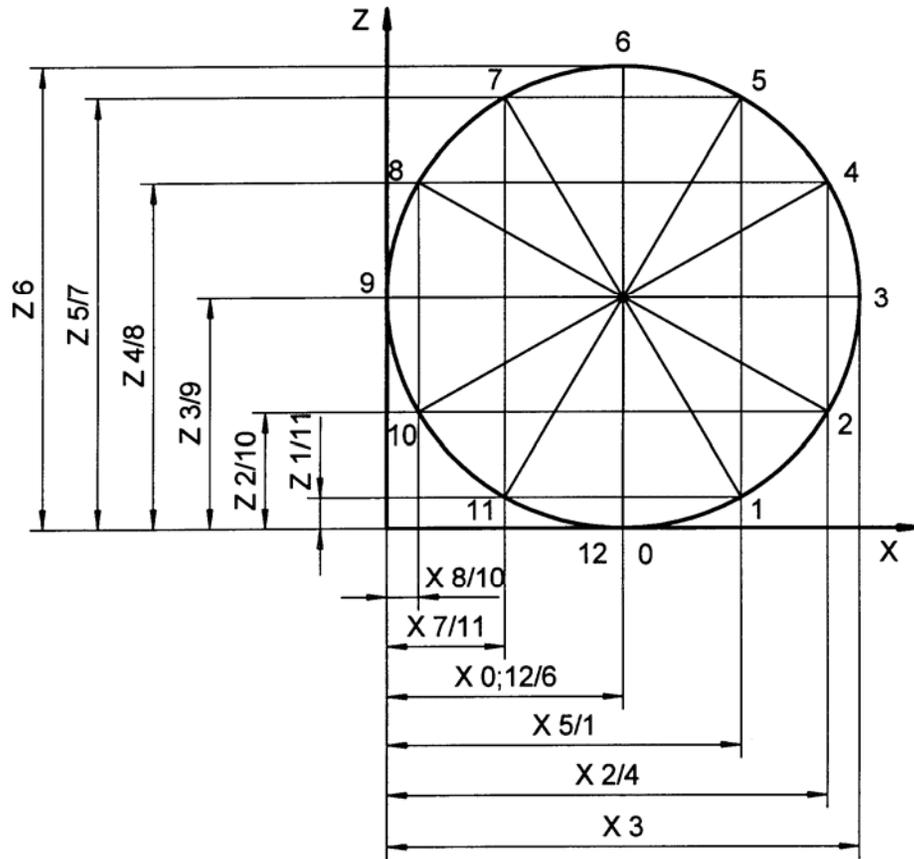
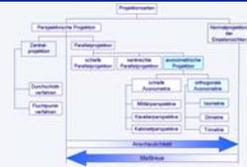


Kreise werden in isometrischen Darstellungen zu Ellipsen.

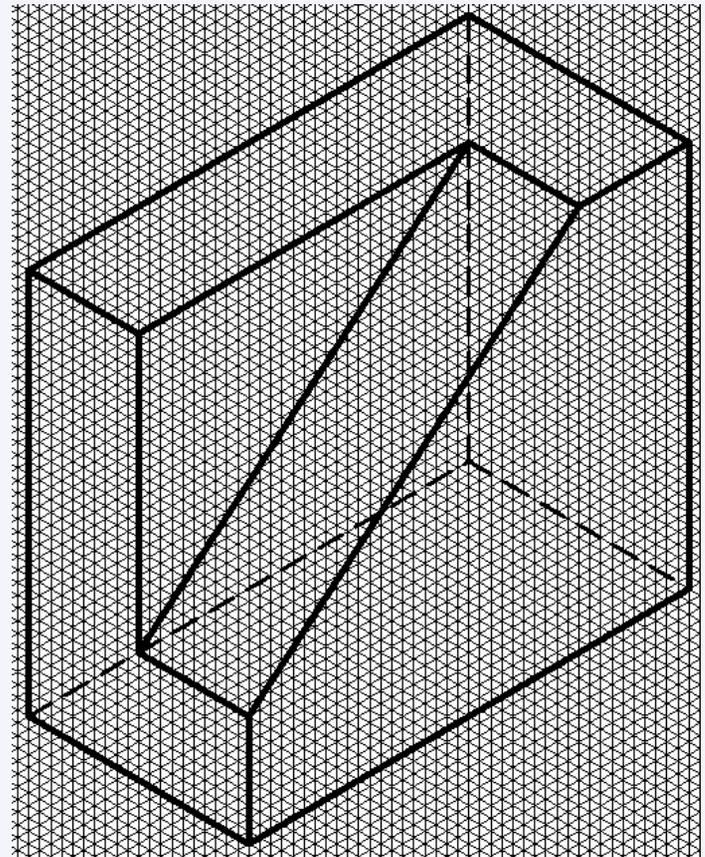
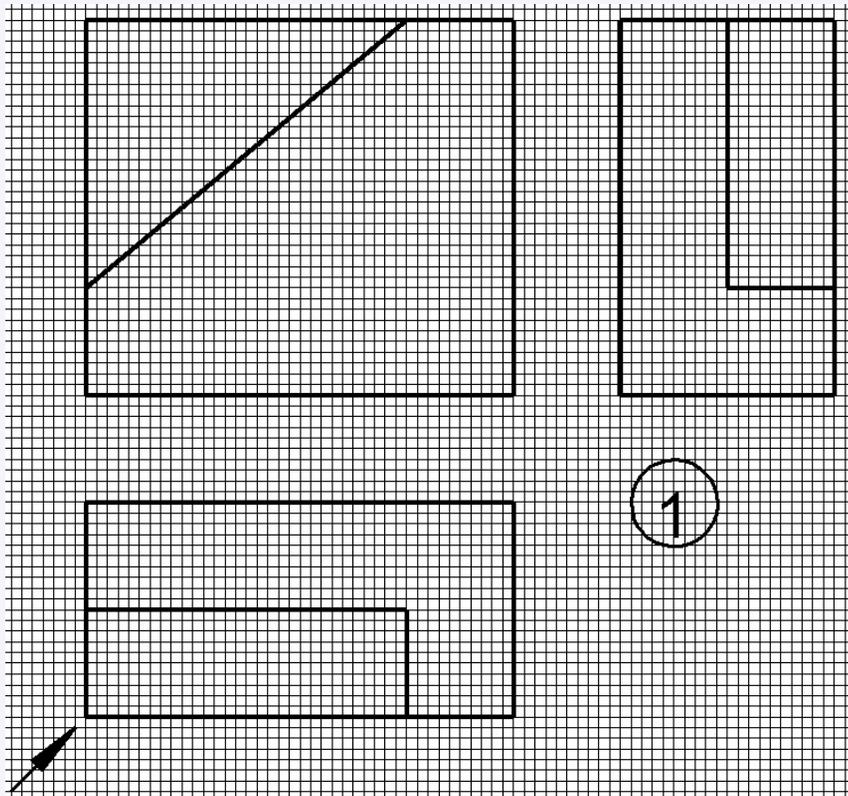
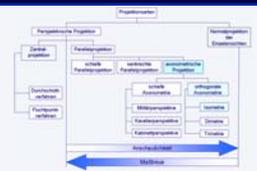
Sie werden nach folgendem Verfahren konstruiert:

1. Der Kreis wird in mindestens 12 Teile eingeteilt und durchnummeriert.
2. Ein kartesisches Koordinatensystem wird tangential an den Kreis gelegt.
3. Die x, y- Koordinaten der 12 Punkte werden ausgemessen und in einer Tabelle eingetragen.
4. Ein Koordinatensystem zeichnen, in dem die x-Achse unter 30° zur Horizontalen liegt.
5. Die ausgemessenen Koordinaten werden Punktweise in das neue Koordinatensystem übertragen und durchnummeriert.
6. Verbinden der Punkte mit einem Kurvenlineal.

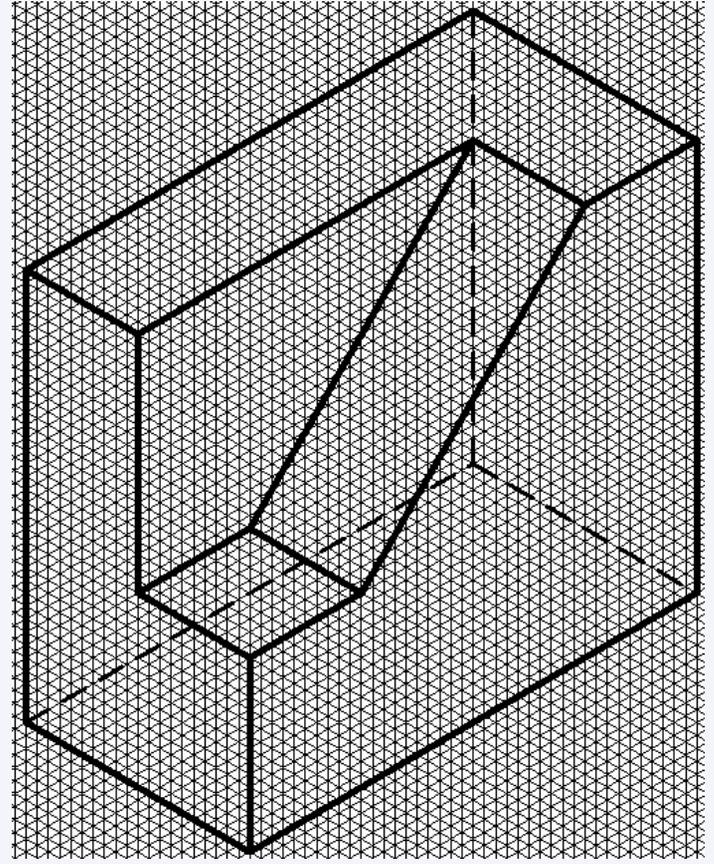
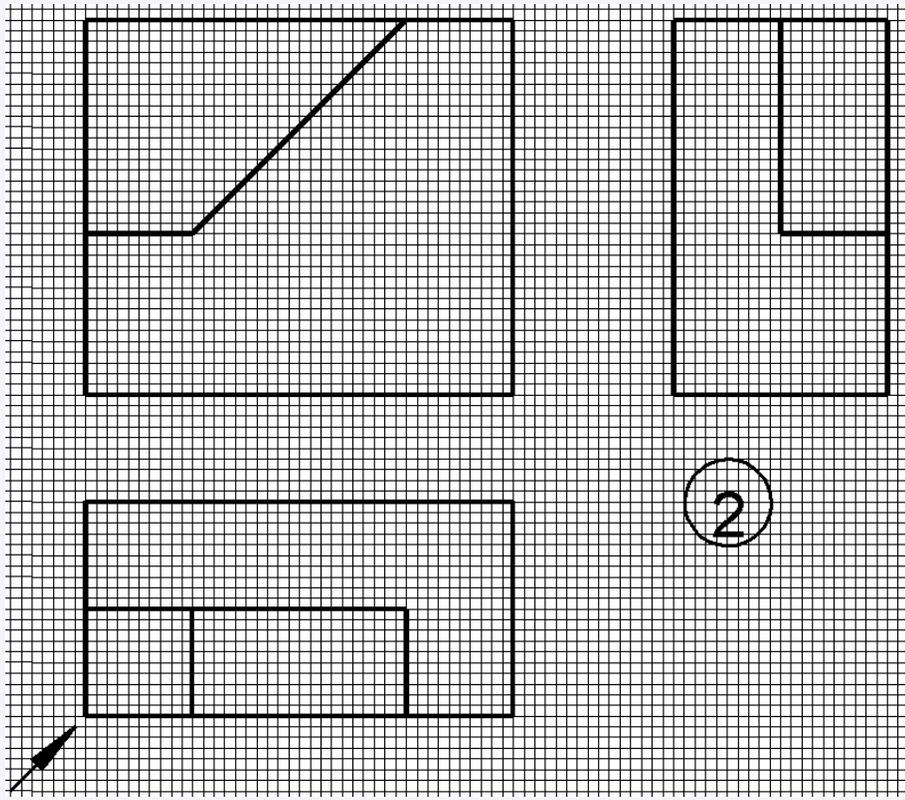
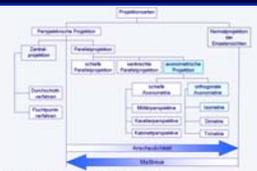
Isometrie - Ellipsenkonstruktion



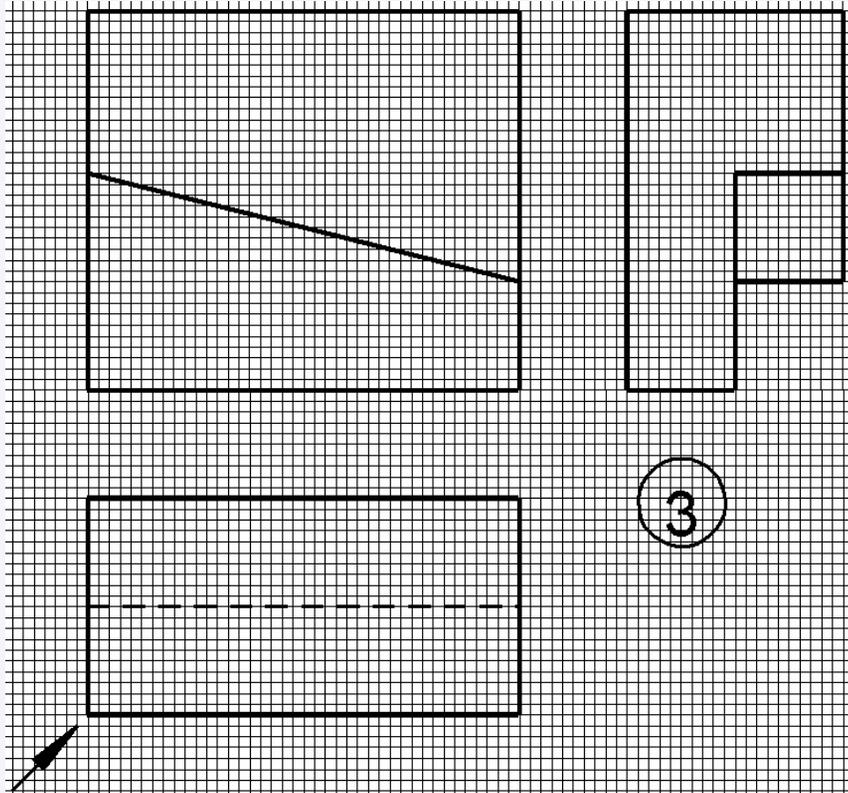
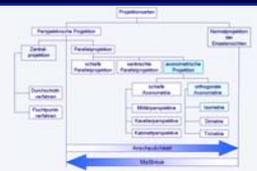
Isometrie - Beispiele



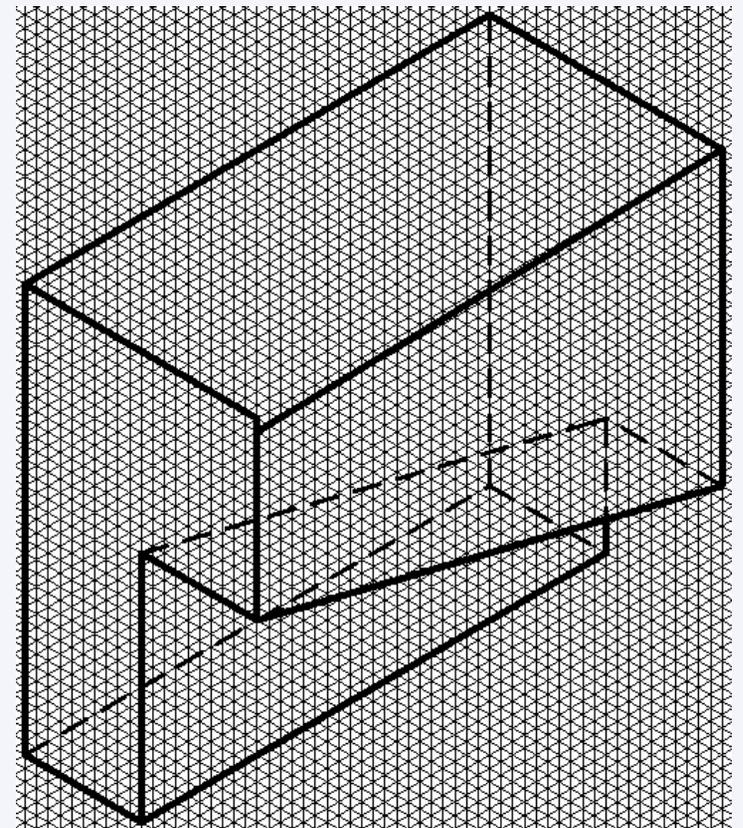
Isometrie - Beispiele



Isometrie - Beispiele

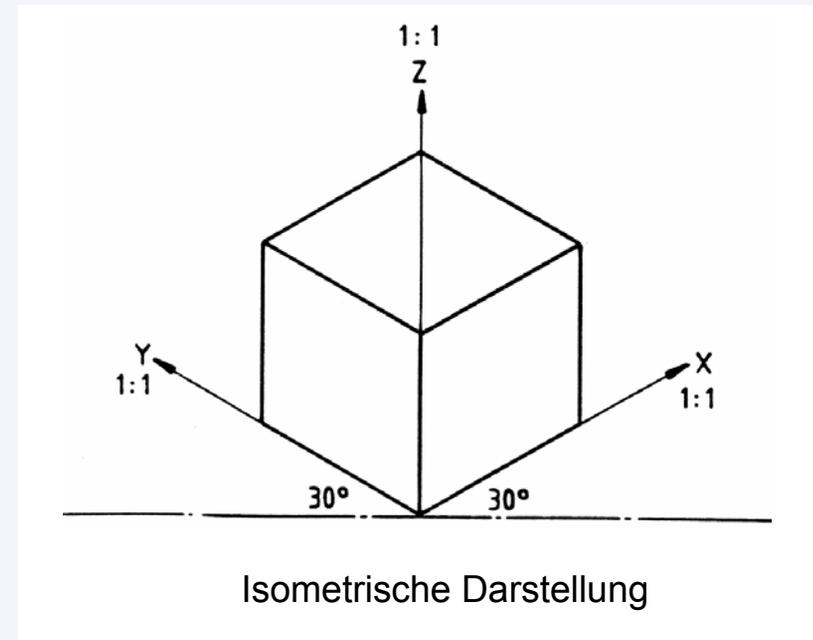
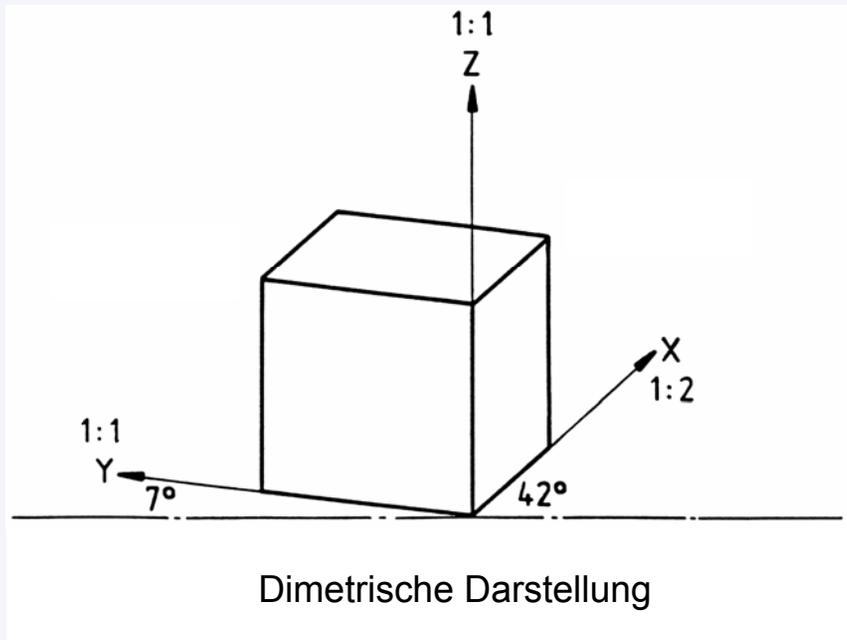
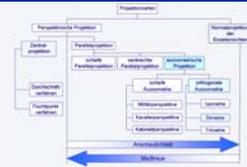


3

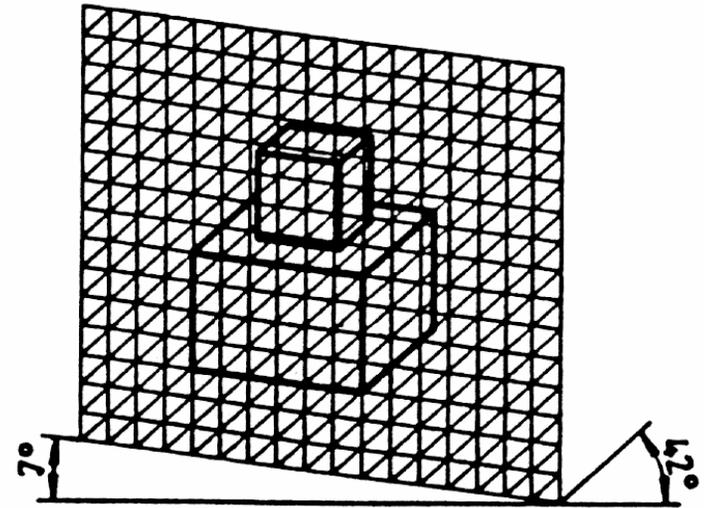
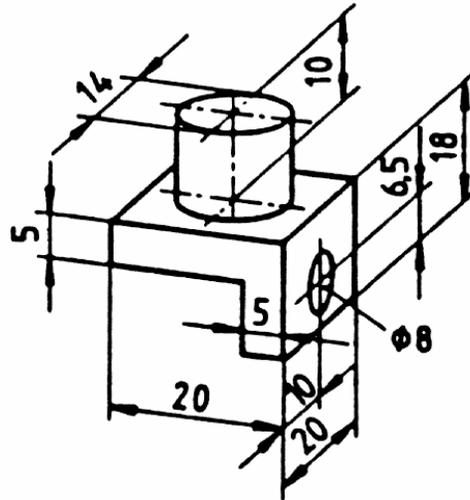
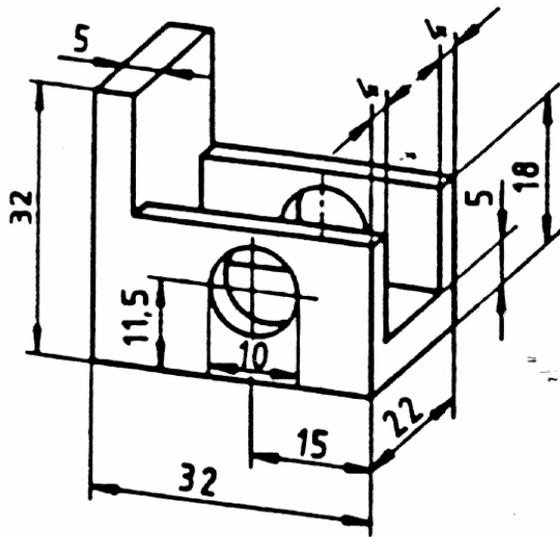
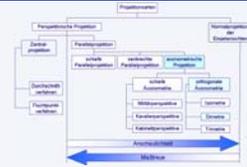


Dimetrie - Grundlagen

Bei Dimetrie-Darstellungen wird Priorität auf die Vorderansicht gelegt. Durch Anwendung zweier unterschiedlicher Maßstäbe tritt in der Tiefe eine Verkürzung um 50% auf.



Dimetrie - Beispiel



Beispiele für dimetrische Darstellung mit Maßeintragung

Schrägbildpapier

2. Grundkörper und platonische Körper



Grundkörper

Technische Gegenstände sind vielfältig gestaltet; dennoch sind in allen Werkstücken nur fünf Grundkörper enthalten:

Prisma

Pyramide

Kugel

Zylinder

Kegel

Prisma

Ein Prisma ist ein Körper, dessen Grund- und Deckfläche parallele kongruente Vielecke sind.

Pyramide

Eine Pyramide ist ein Körper, der dadurch entsteht, dass die Ecken eines ebenen Vieleckes mit einem Punkt außerhalb der Ebene des Vieleckes verbunden werden.

Kugel

Eine Kugel ist eine gekrümmte geschlossene Fläche. Alle Punkte dieser Fläche haben den gleichen Abstand (Radius) zu einem festen Punkt, dem Mittelpunkt der Kugel.

Grundkörper

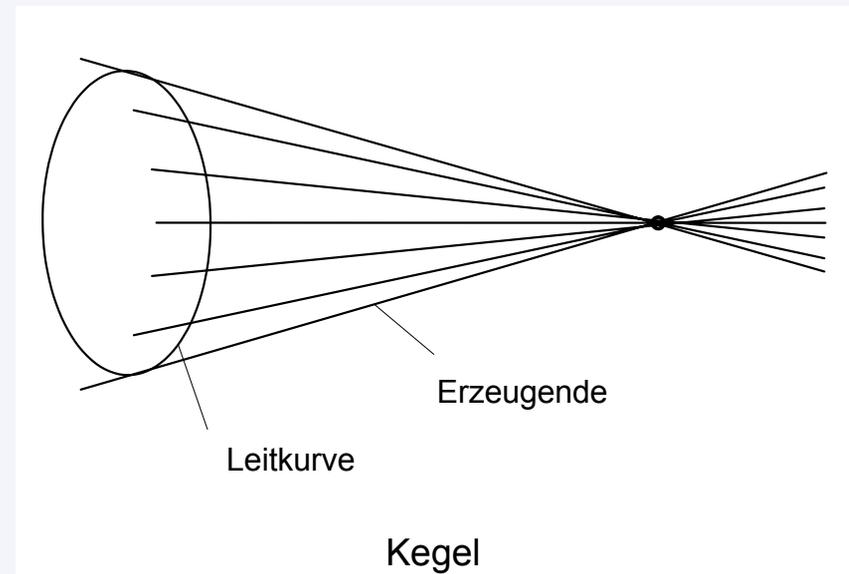
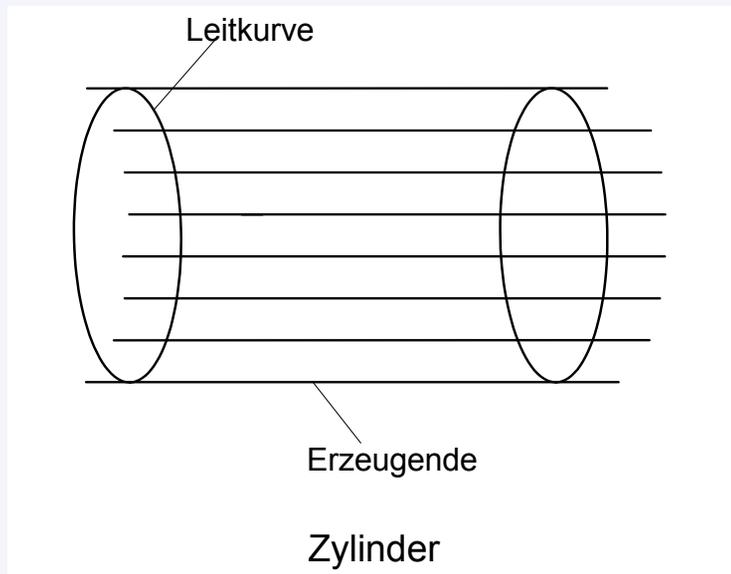
Zylinder

Ein Zylinder entsteht, wenn eine erzeugende Gerade (Erzeugende) längs einer Leitkurve gleitet, ohne dabei die Richtung zu ändern.

Kegel

Ein Kegel entsteht, wenn sich eine erzeugende Gerade (Erzeugende) entlang einer Leitkurve bewegt und dabei einer ihrer Punkte stets den gleichen Ort beibehält.

Der feste Punkt wird zur Kegelspitze. Da eine Gerade unendlich lang ist, entsteht ein Doppelkegel. Ist die Leitkurve ein Kreis, so entsteht ein Kreiskegel.



Platonische Körper

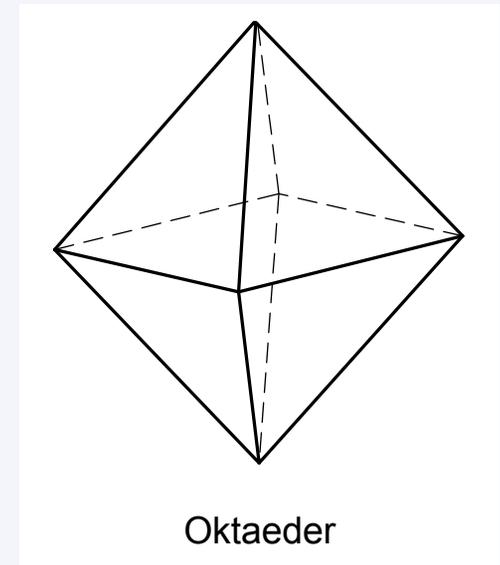
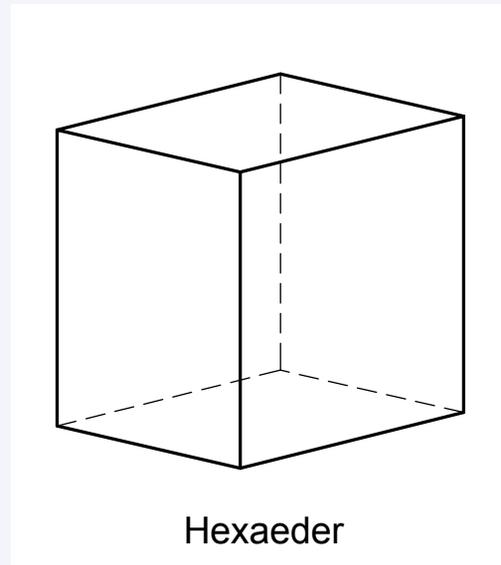
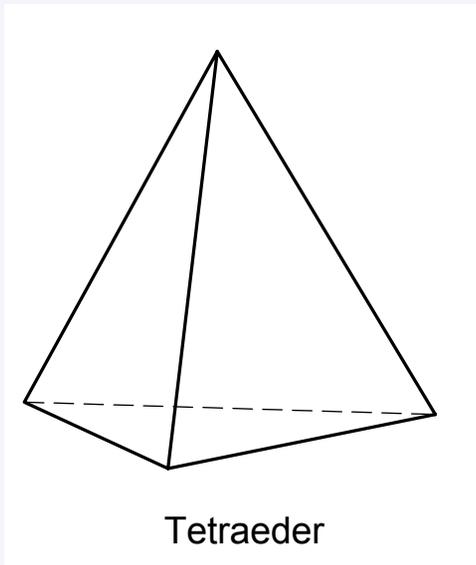
Platonische Körper werden von regelmäßigen kongruenten Vielecken begrenzt.

Es gibt fünf solche platonischen Körper. Sie sind Grundlage aller Kristallformen!

Tetraeder, begrenzt von vier gleichseitigen Dreiecken

Hexaeder (Würfel), begrenzt von sechs Quadraten

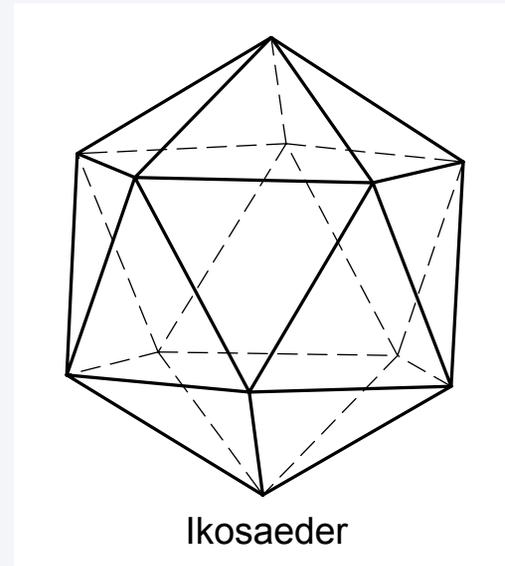
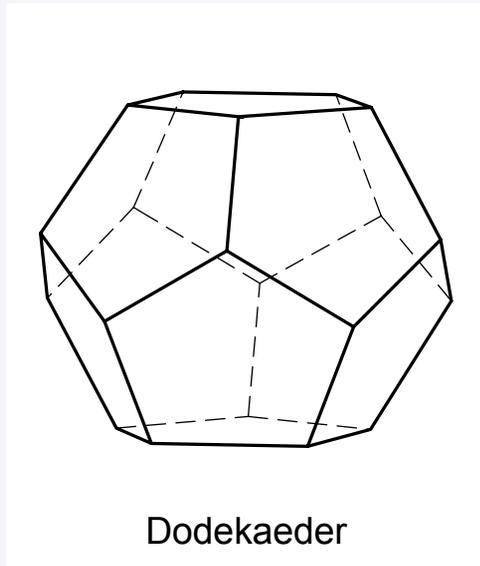
Oktaeder, begrenzt von acht gleichseitigen Dreiecken



Platonische Körper

Dodekaeder, begrenzt von zwölf regelmäßigen Fünfecken

Ikosaeder, begrenzt von zwanzig gleichseitigen Dreiecken

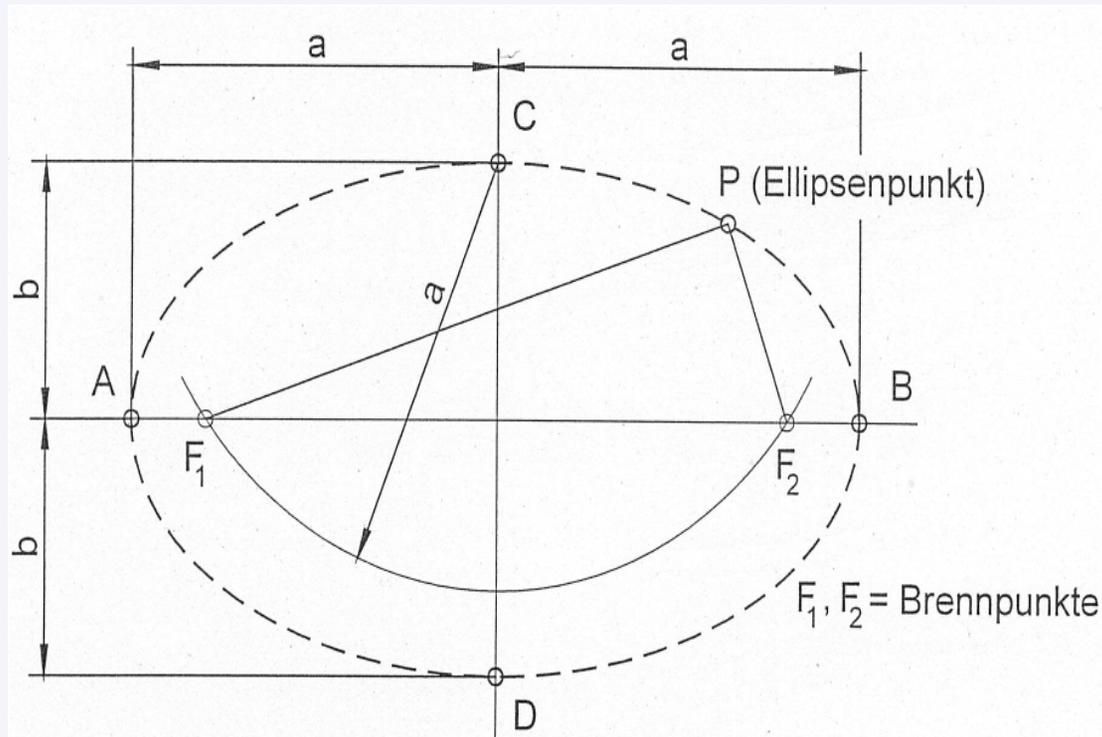


Ellipsen – Geometrische Definition

Ellipsendefinition:

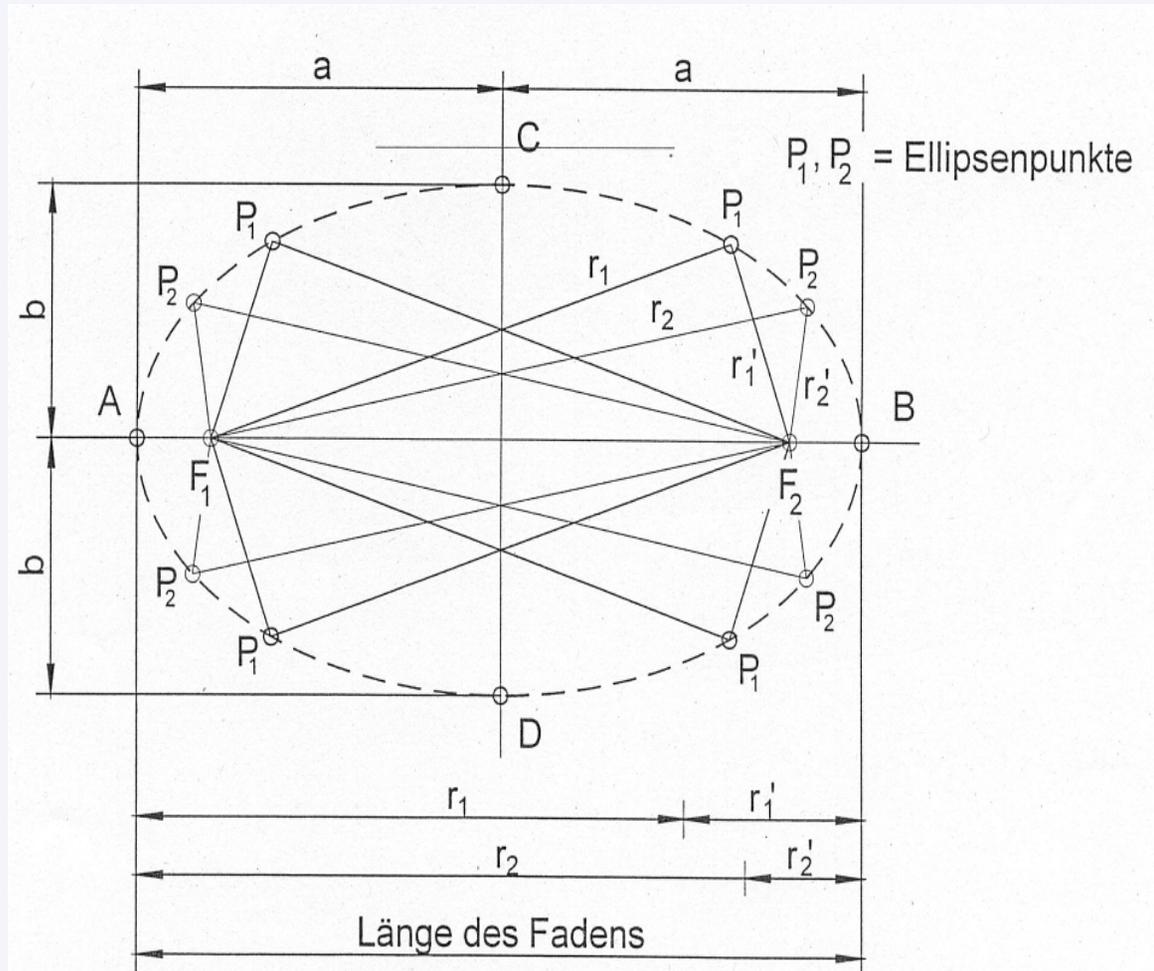
Die Ellipse ist der geometrische Ort aller Punkte, bei denen die Summe der Entfernungen von den beiden Brennpunkten F_1 und F_2 gleich der großen Achse $2a$ ist:

$$\overline{F_1P} + \overline{F_2P} = 2a$$



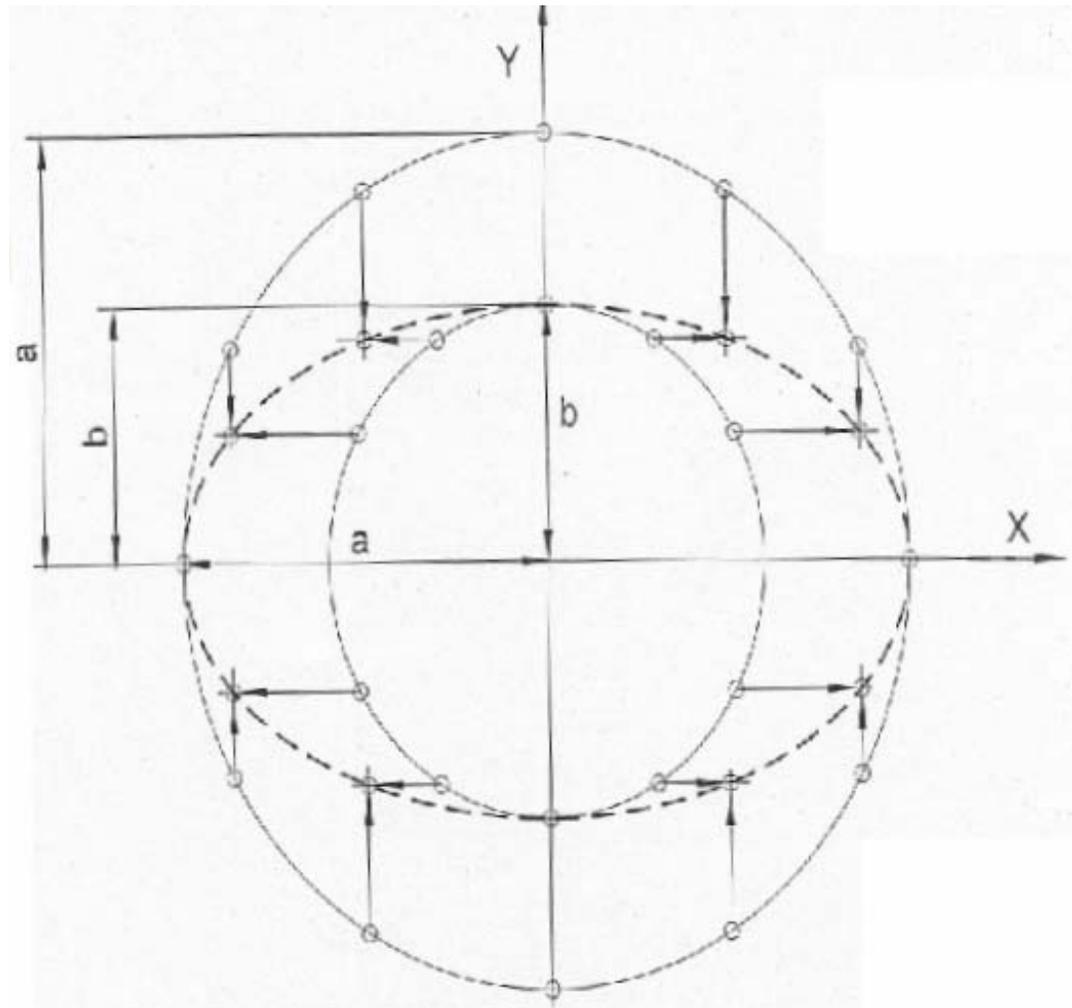
Ellipsen – Geometrische Definition

Die Brennpunkte F_1 and F_2 ergeben sich aus der Summe der Brennstrahlen



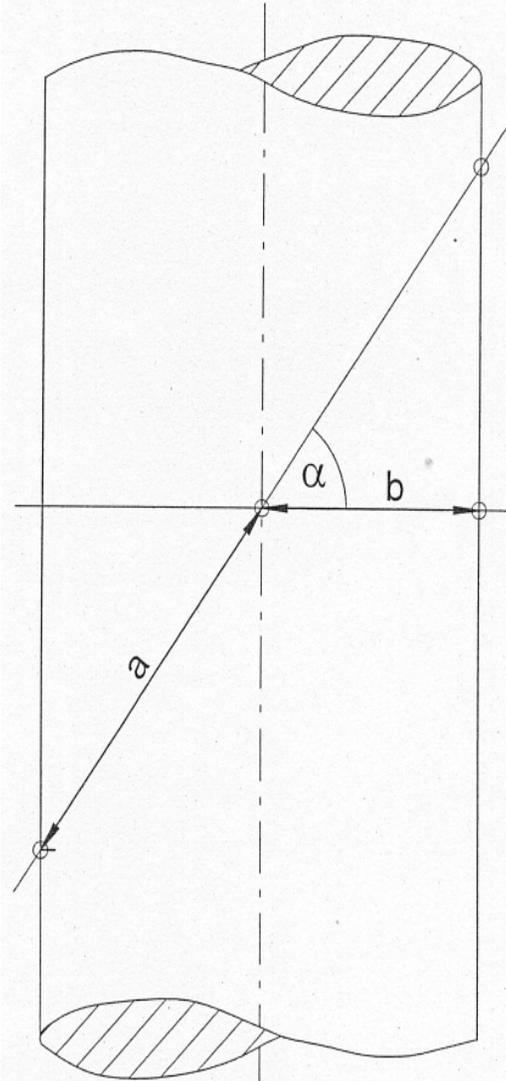
Ellipsen - Entstehung

1. Drehung des großen Scheitelkreises ($r = a$) um die X-Achse
2. Drehung des kleinen Scheitelkreises ($r = b$) um die Y-Achse (nach außen!)



Ellipsen - Entstehung

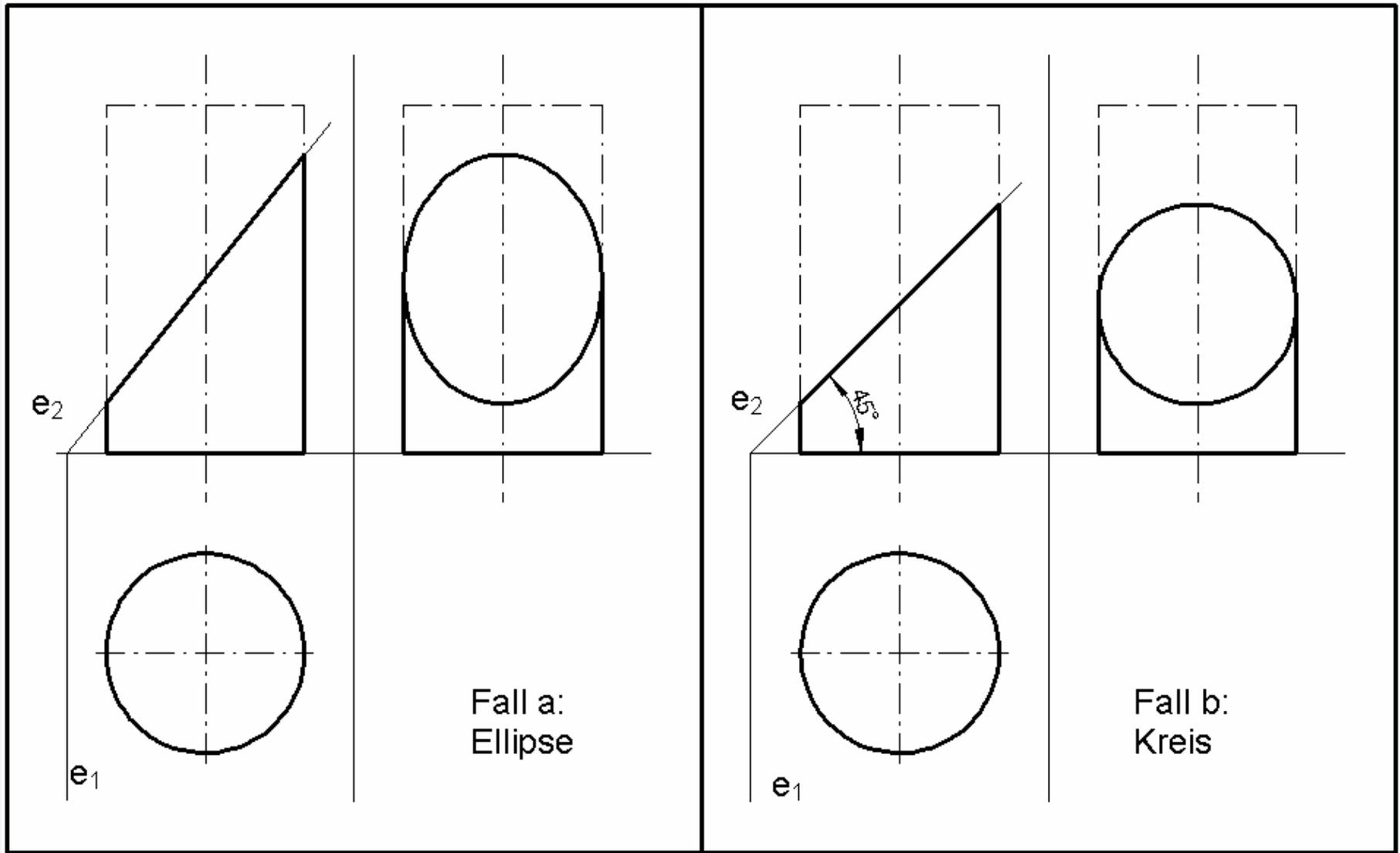
3. Ebener Schnitt unter dem Winkel α schräg zur Achse eines Kreiszylinders mit $r = b$.
4. Projektion eines Kreiszylinders mit $r = b$ auf eine Projektionsebene, die unter dem Winkel α schräg zur Kreiszylinderachse steht



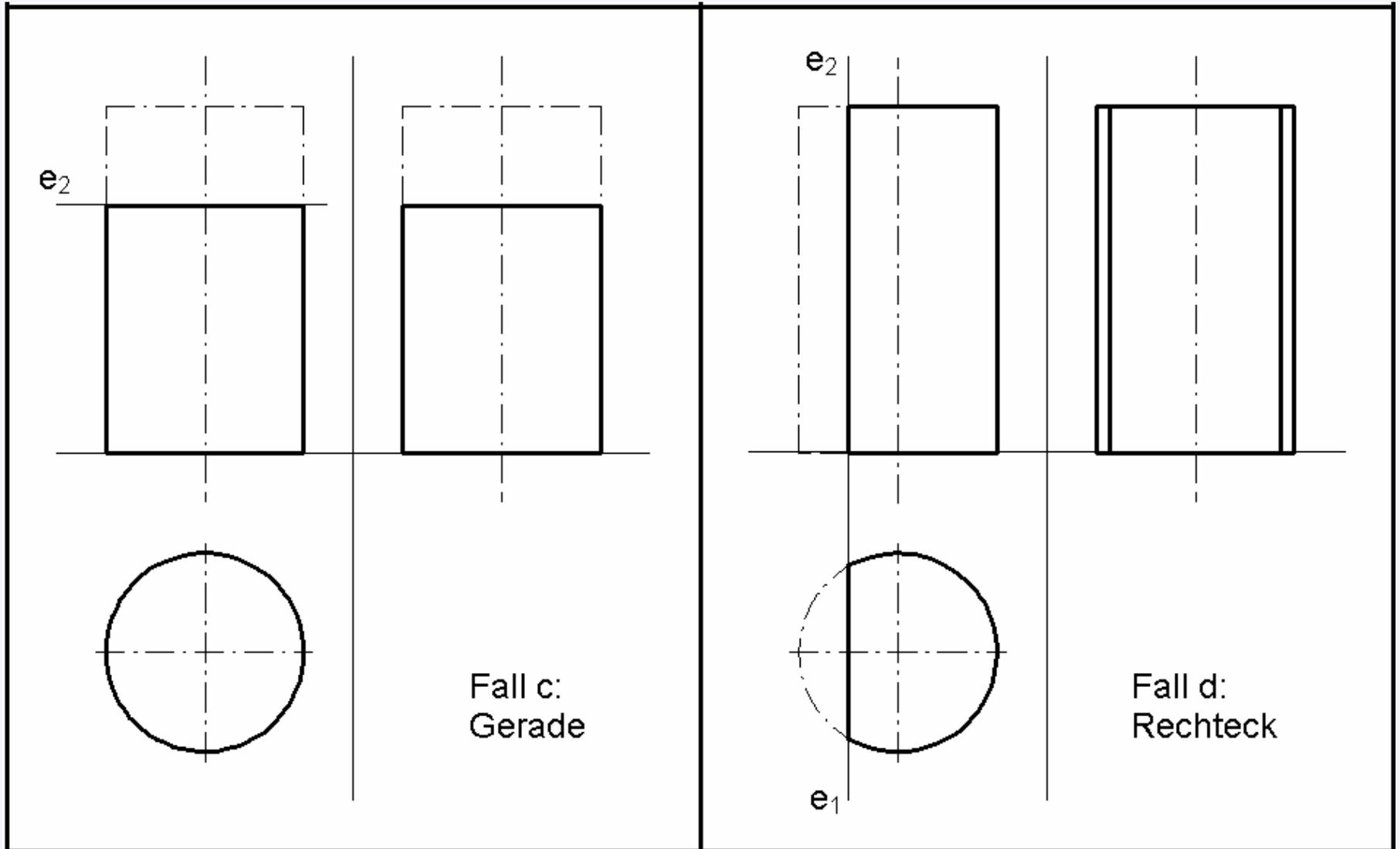
3. *Schnitte*



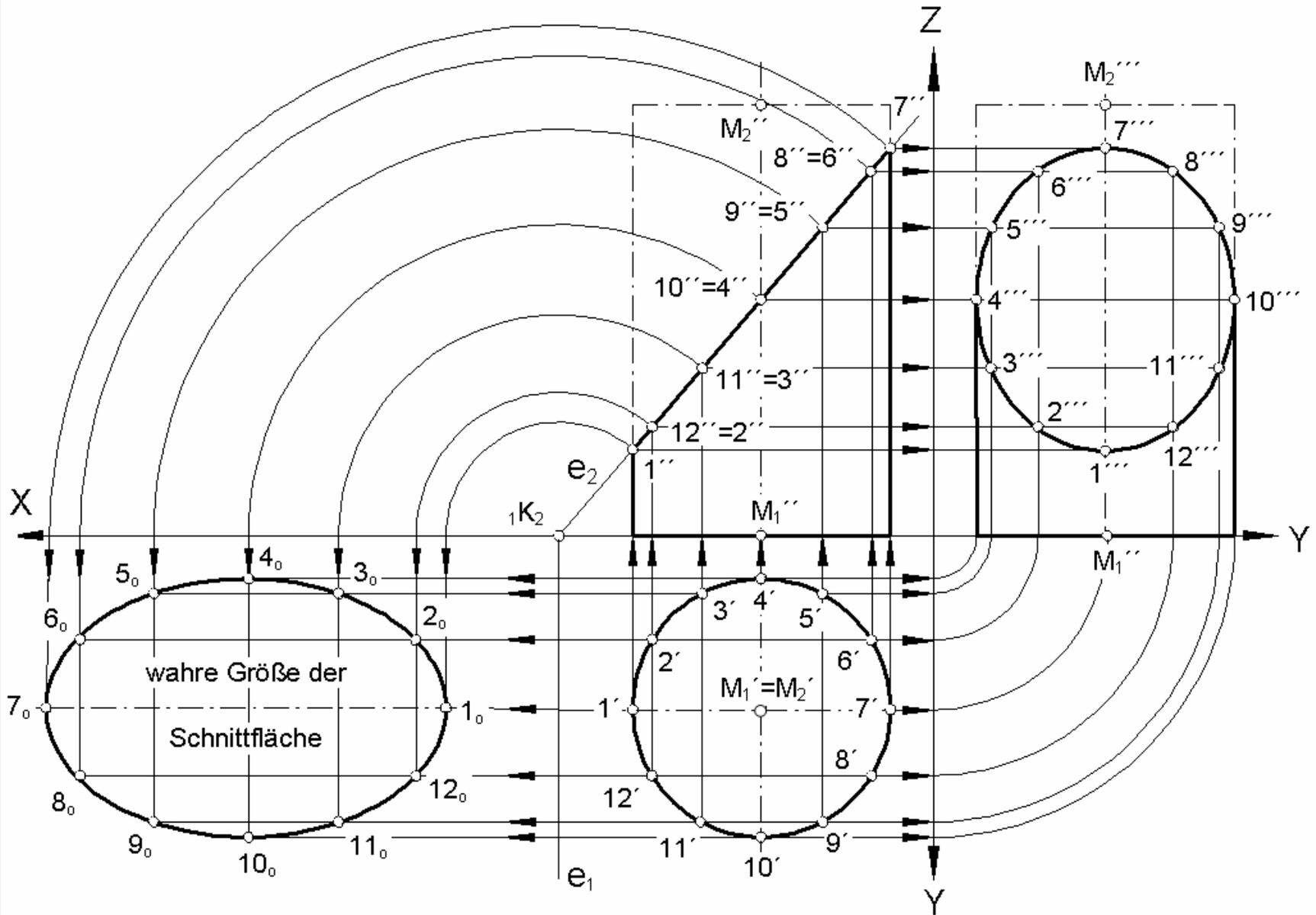
verschiedene Zylinderschnitte



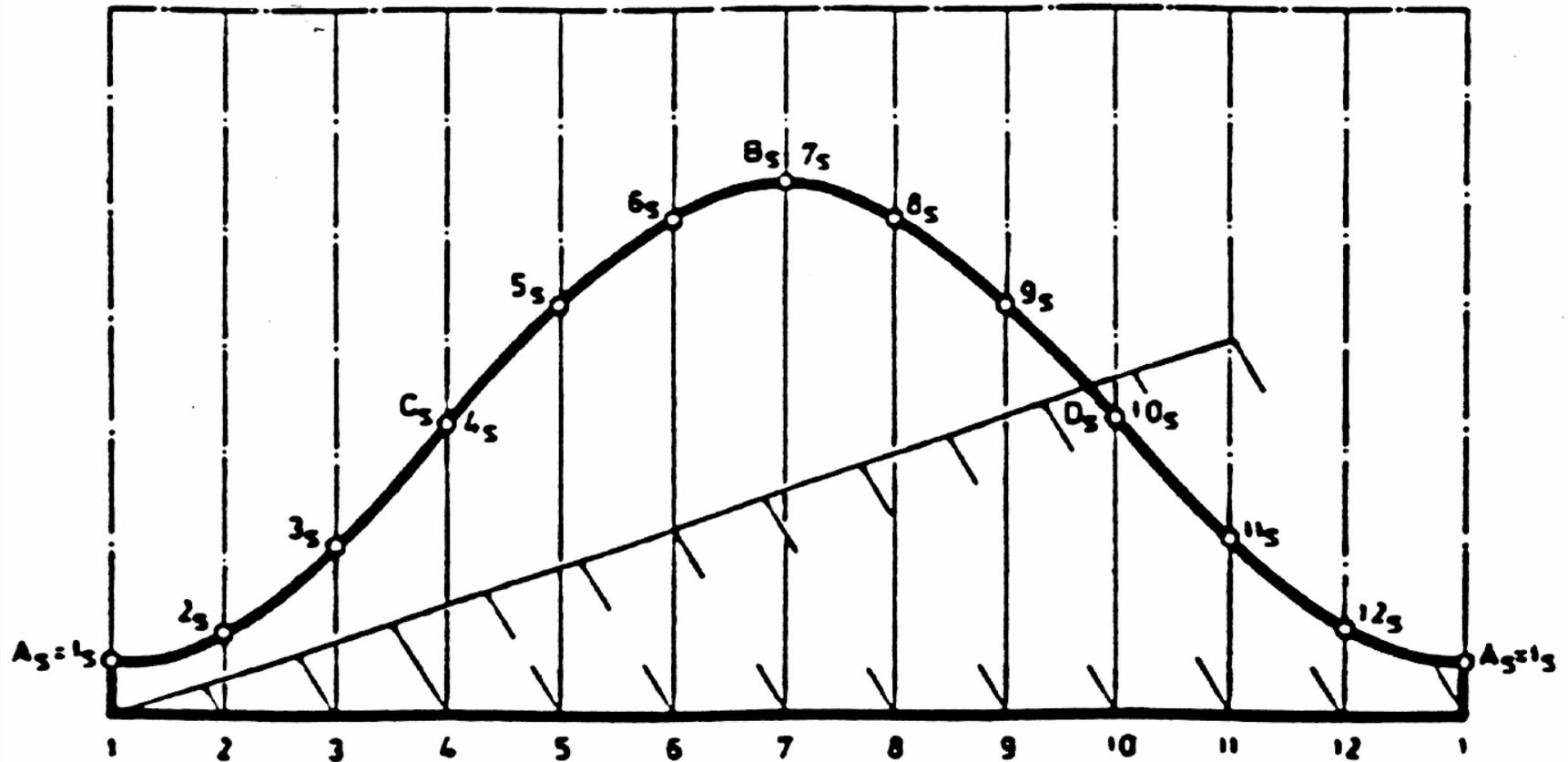
verschiedene Zylinderschnitte



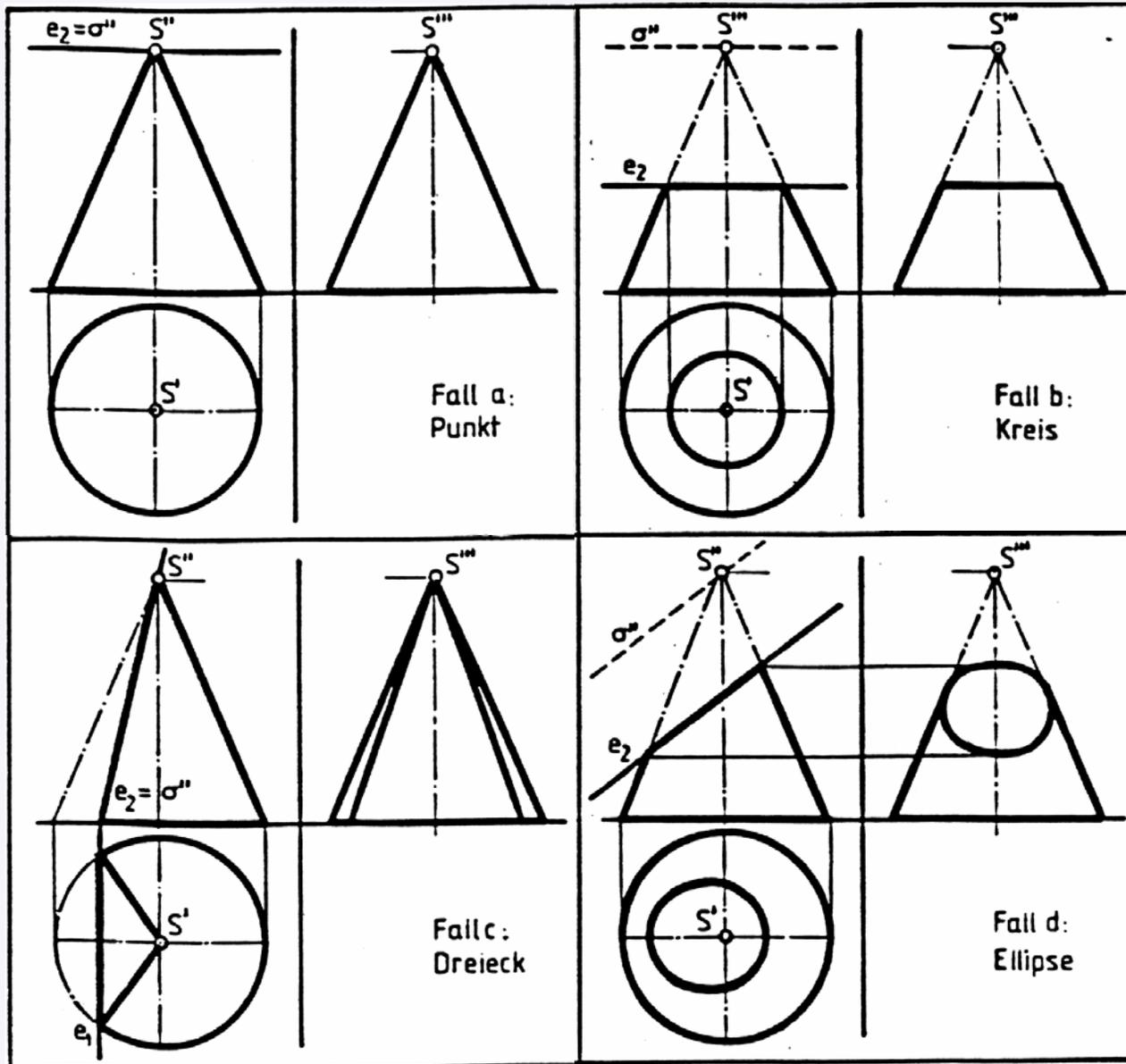
schräger Zylinderschnitt



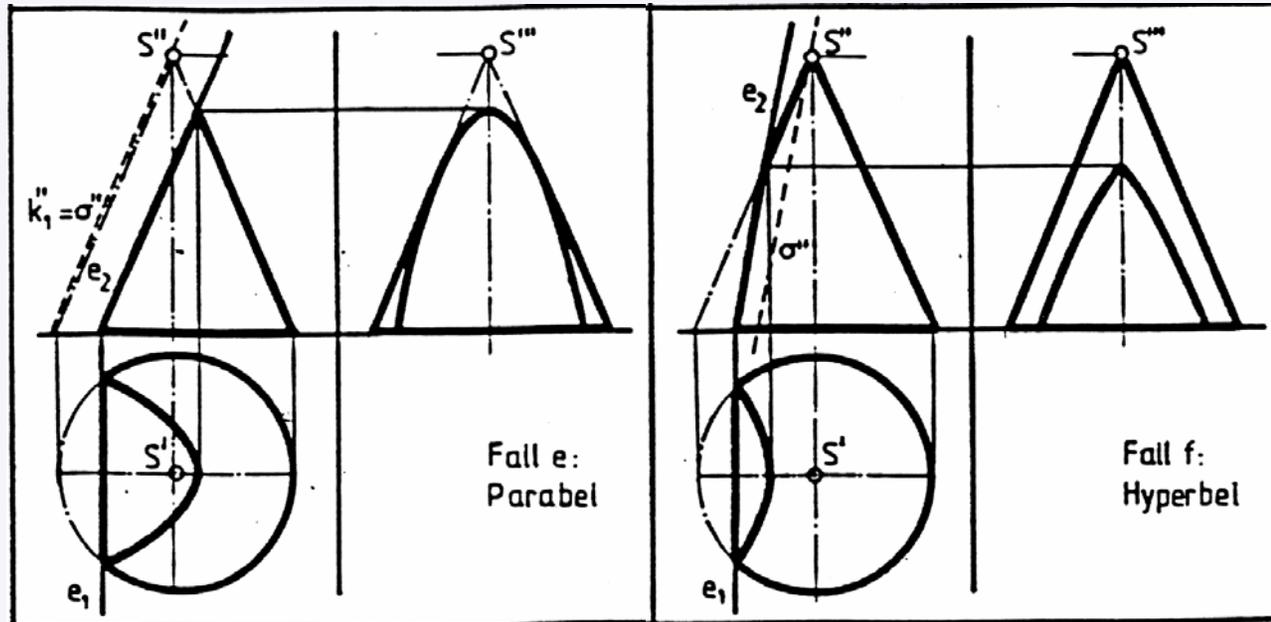
Zylinderschnitt - Mantelabwicklung



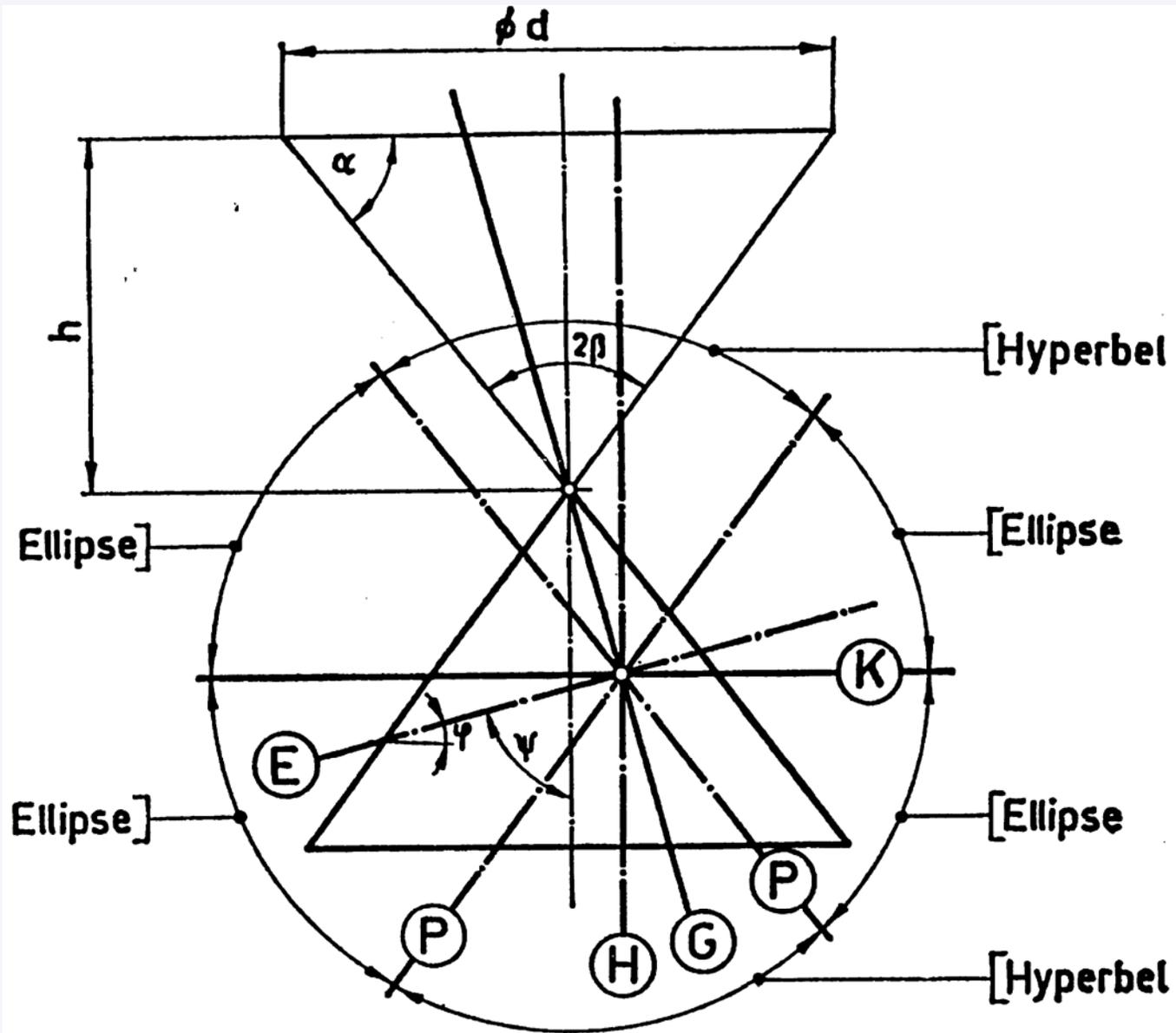
verschiedene Kegelschnitte



verschiedene Kegelschnitte



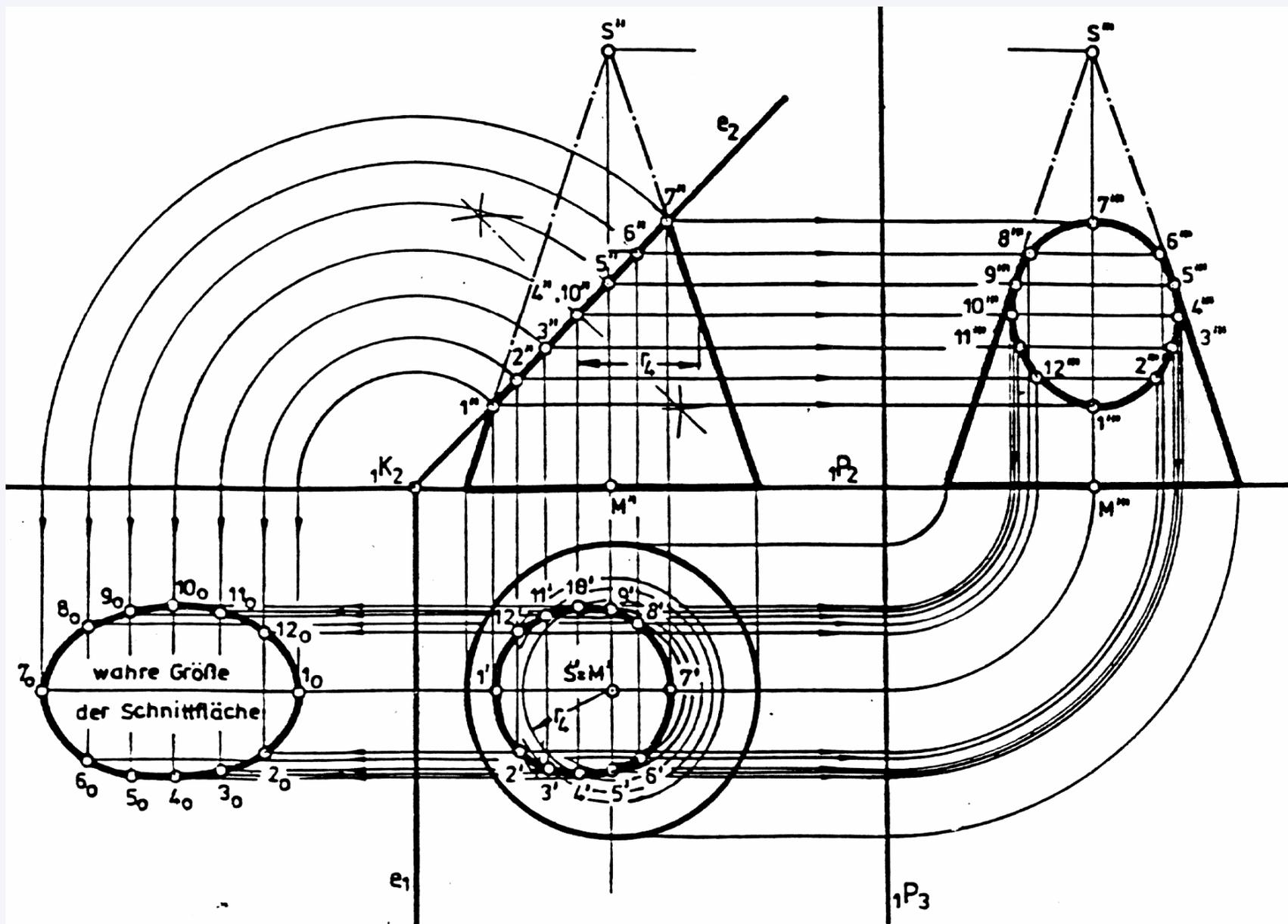
Kegelschnittlagen



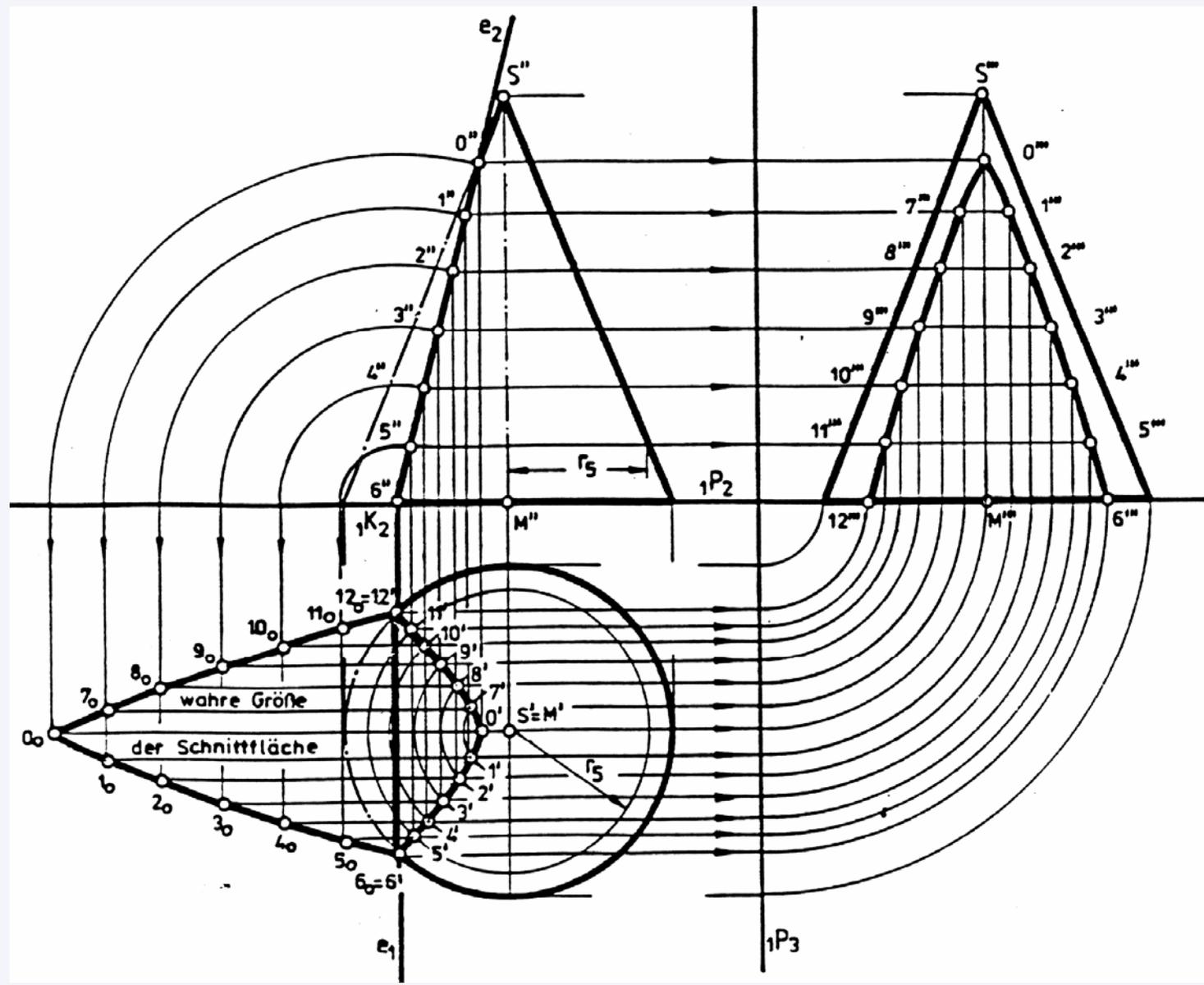
Kegelschnittlagen

Schnitt- ebene	Lage der Schnittebene	Neigung der Schnittebene gegen die		Kegel- Schnittfigur
		π_1 -Ebene	Kegelachse	
K	senkrecht zur Kegelachse	$\varphi = 0^\circ$	$\psi = 90^\circ$	Kreis
E	schräg zu sämtlichen Mantellinien	$\varphi < \alpha$	$\psi > \beta$	Ellipse
P	parallel zur Mantellinie	$\varphi = \alpha$	$\psi = \beta$	Parabel
H	durch Doppelkegel	$\varphi > \alpha$	$\psi < \beta$	Hyperbel
G	durch Kegelspitze oder Kegelachse	$90^\circ > \varphi > \alpha$	$0^\circ < \psi < \beta$	zwei Geraden (Dreieck)

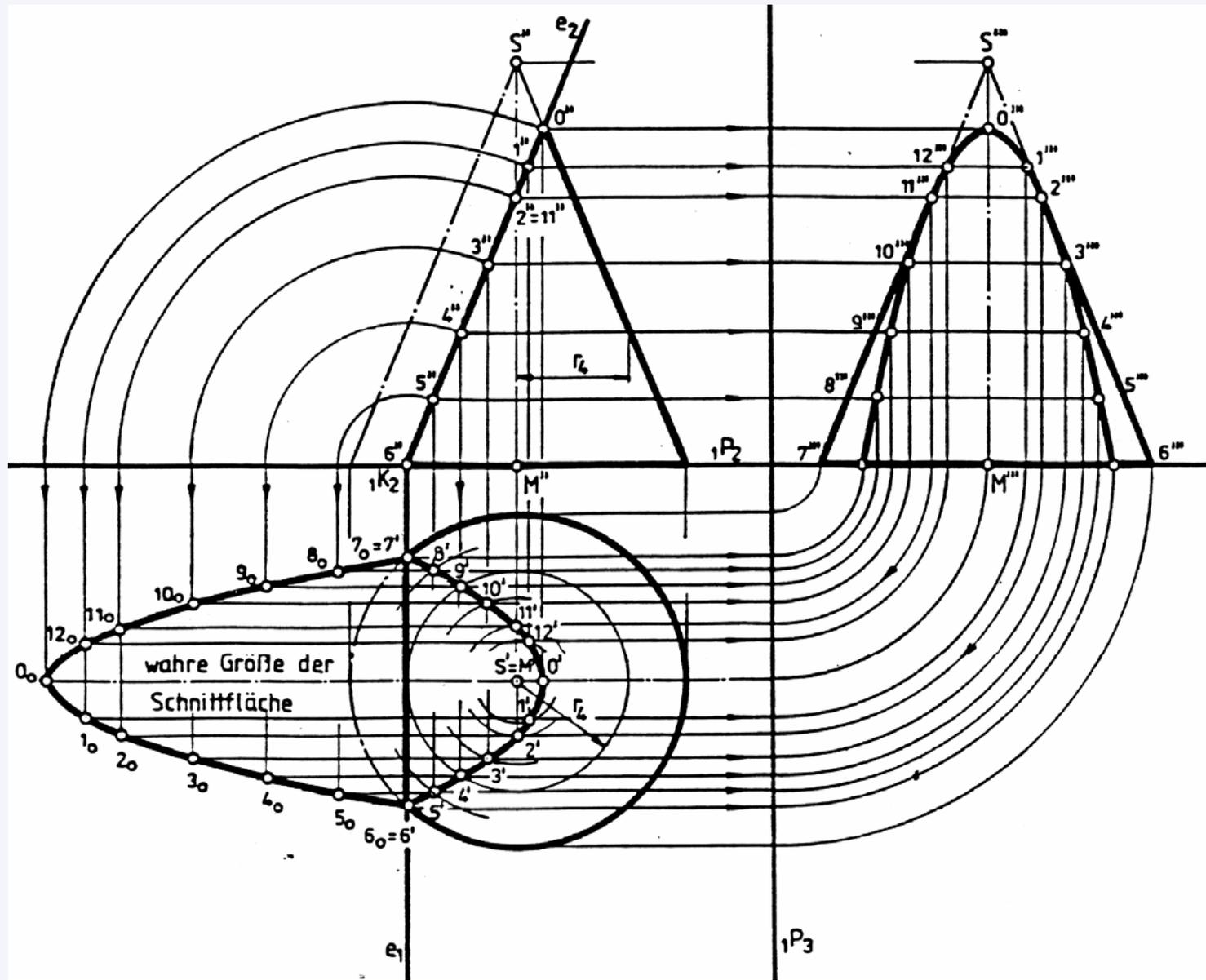
Kegelschnitt schräg zu sämtlichen Mantellinien: Ellipse



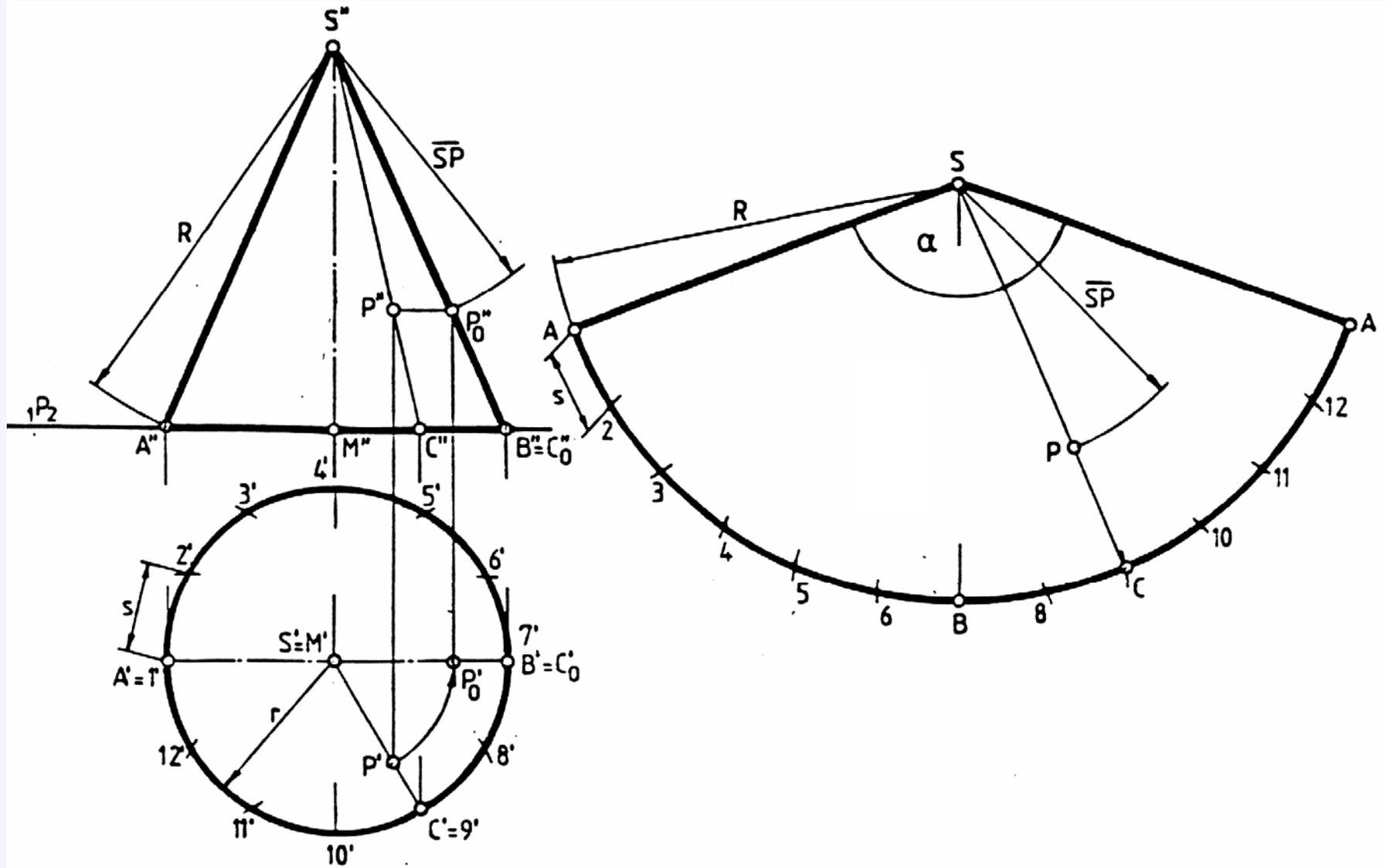
Kegelschnitt durch Doppelkegel: Hyperbel



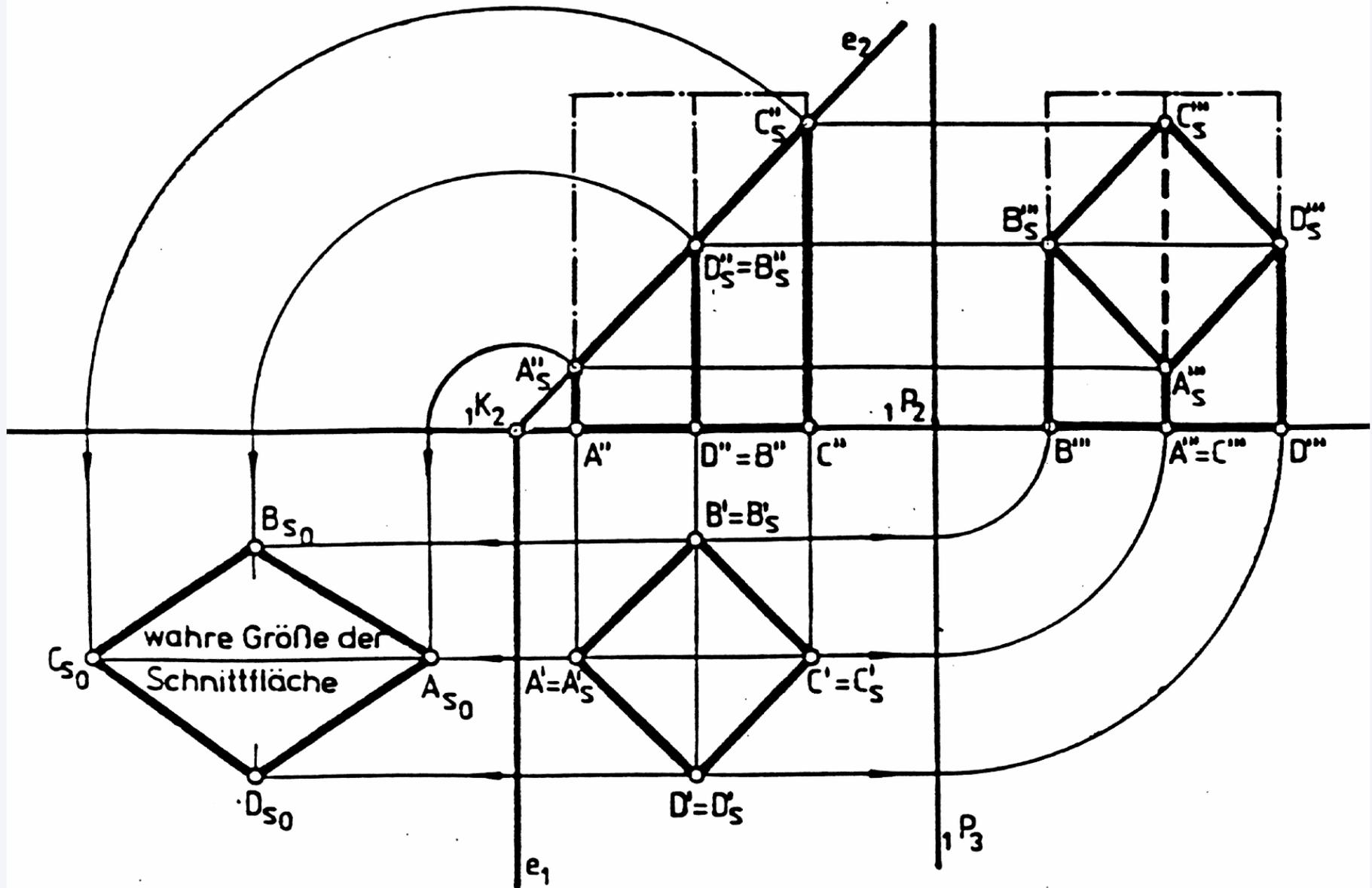
Kegelschnitt parallel zur Mantellinie: Parabel



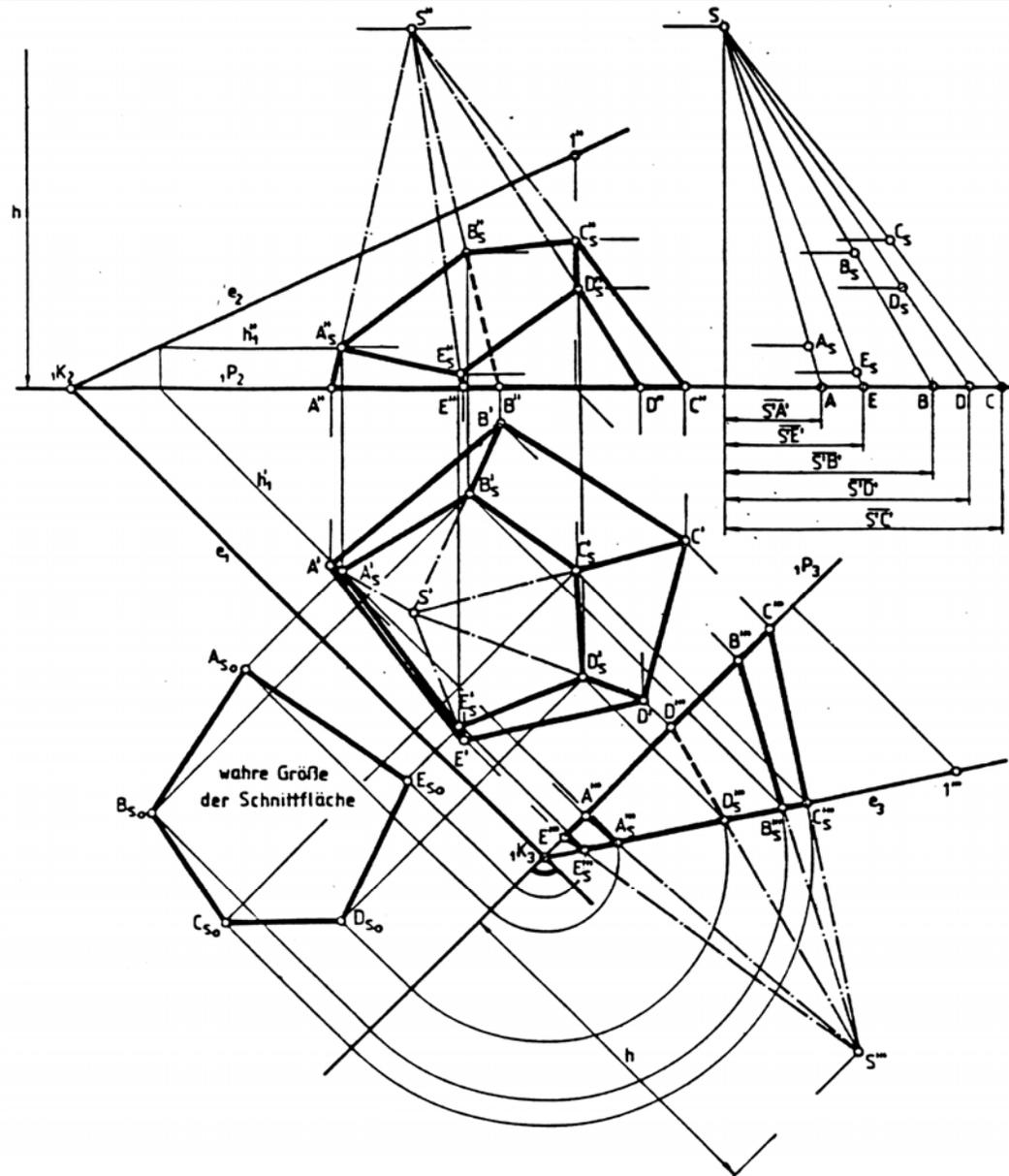
Kegelabwicklungen



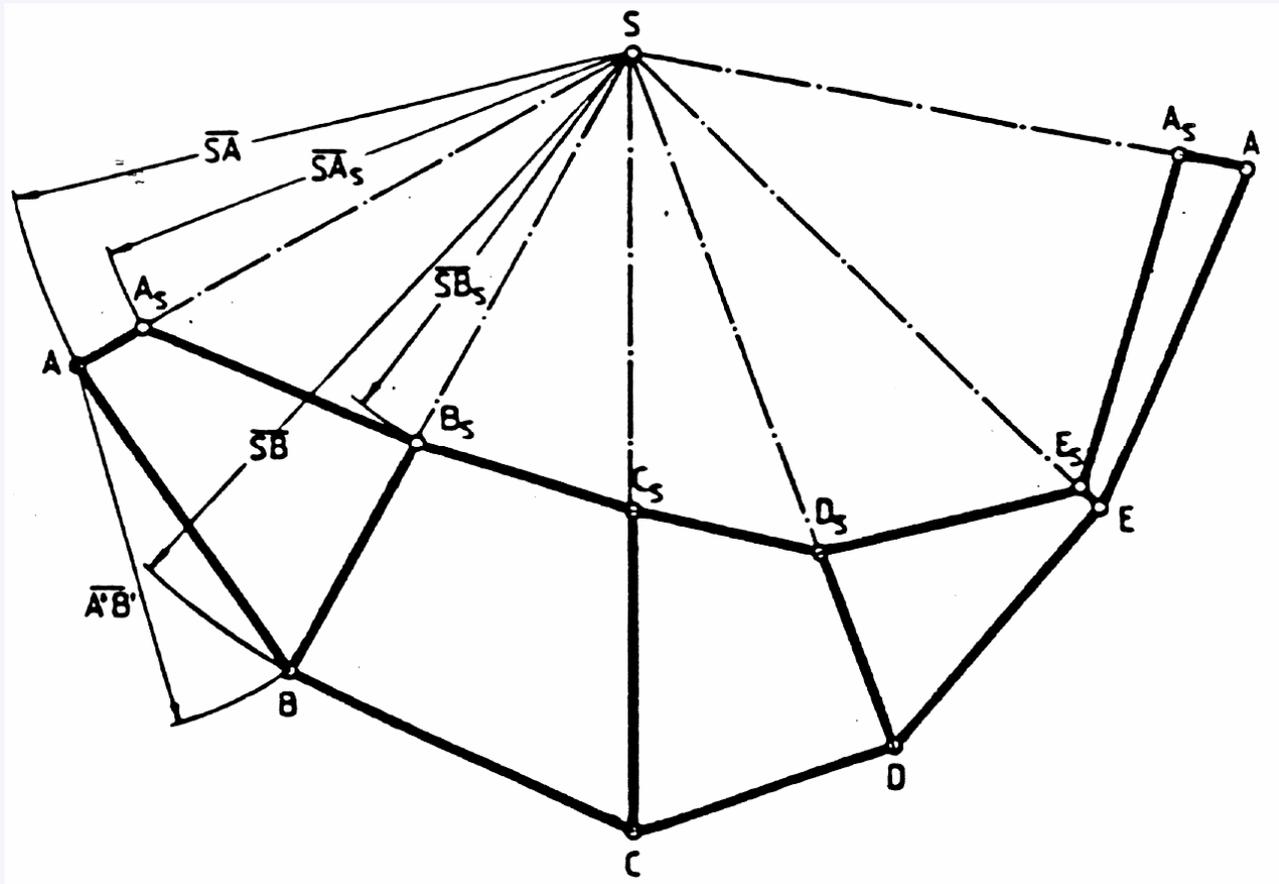
Vierkant-Pyramidenschnitt



Pyramide schräggeschnitten



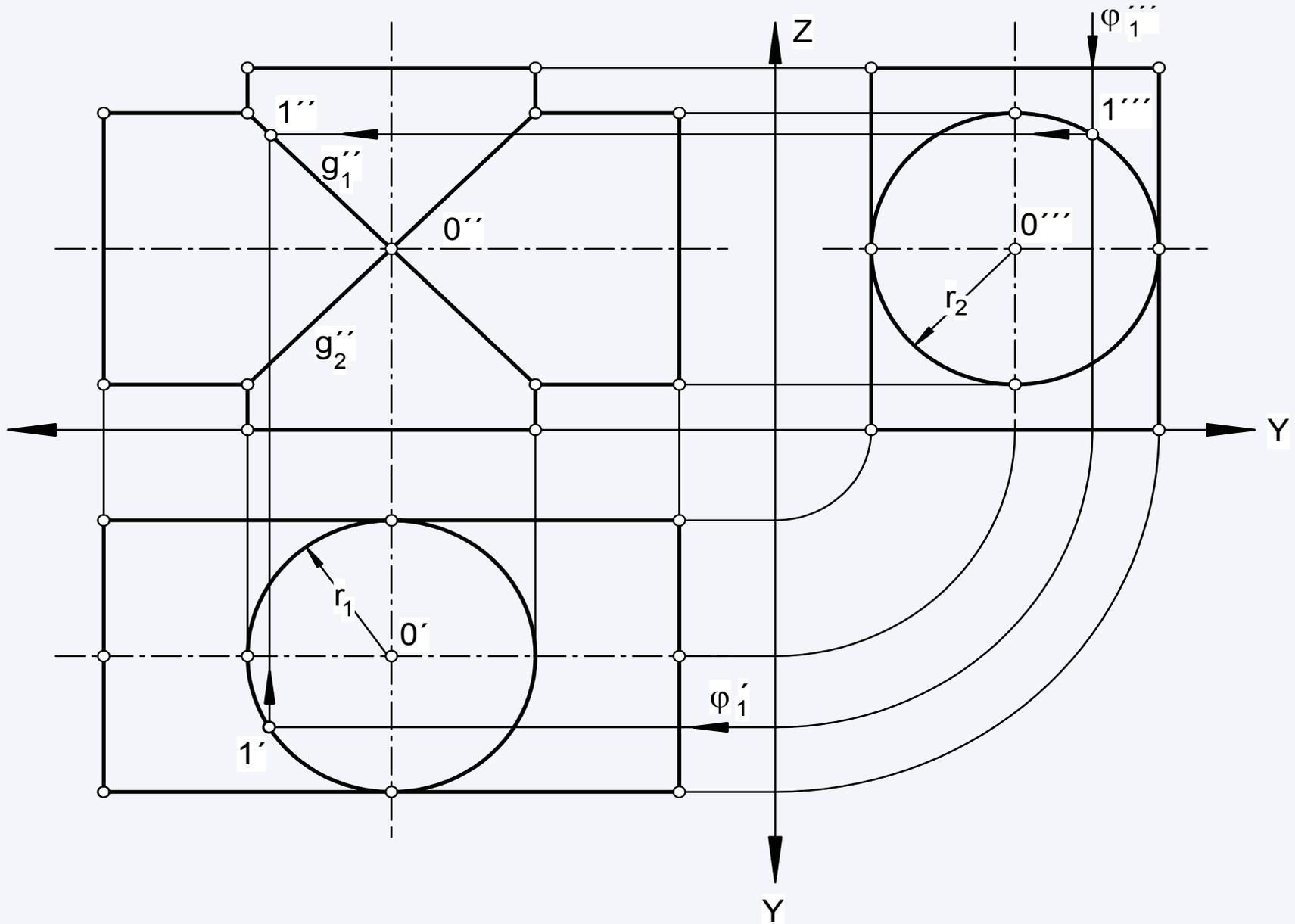
Pyramide schräggeschnitten - Mantelabwicklung



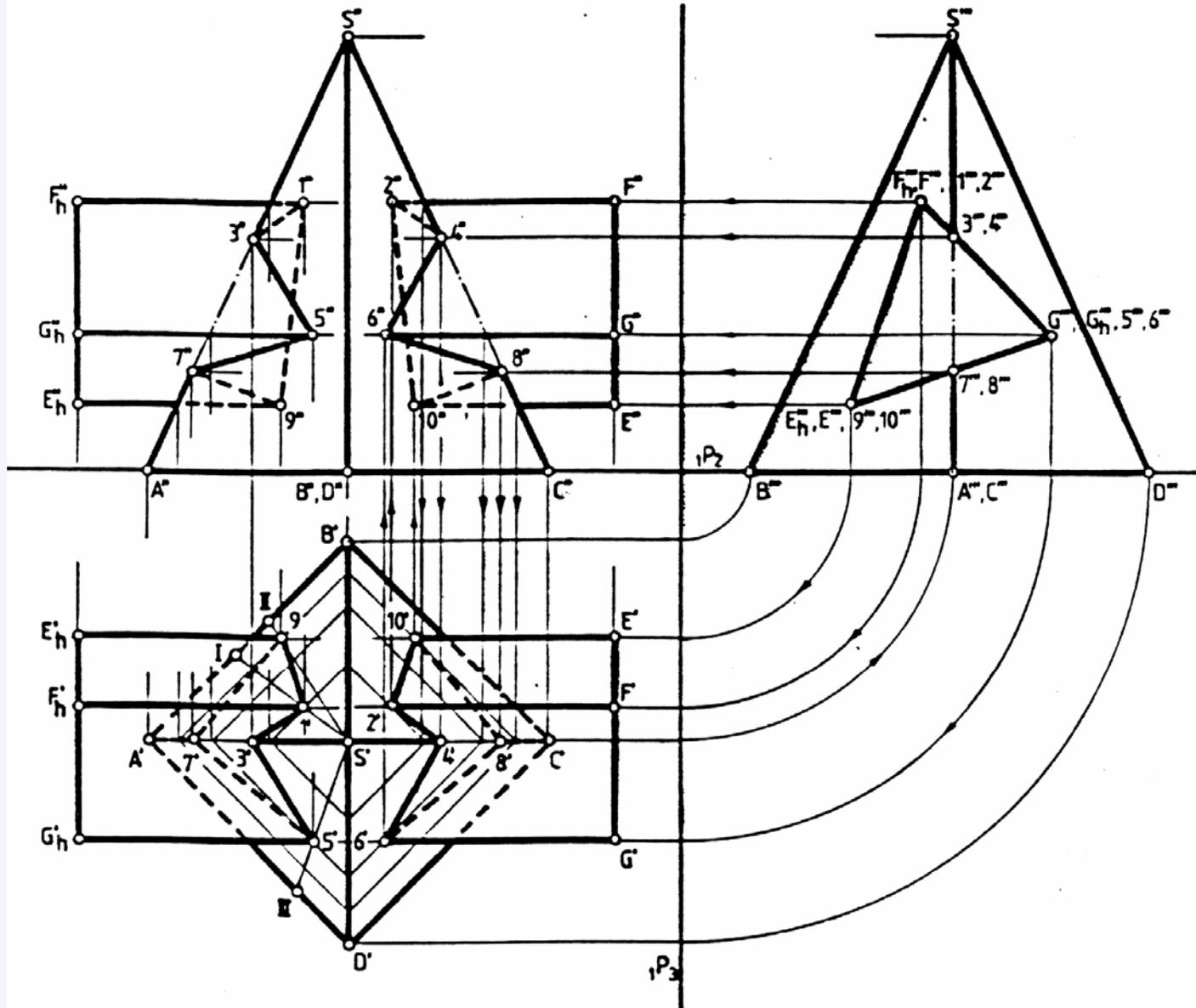
4. Durchdringungen



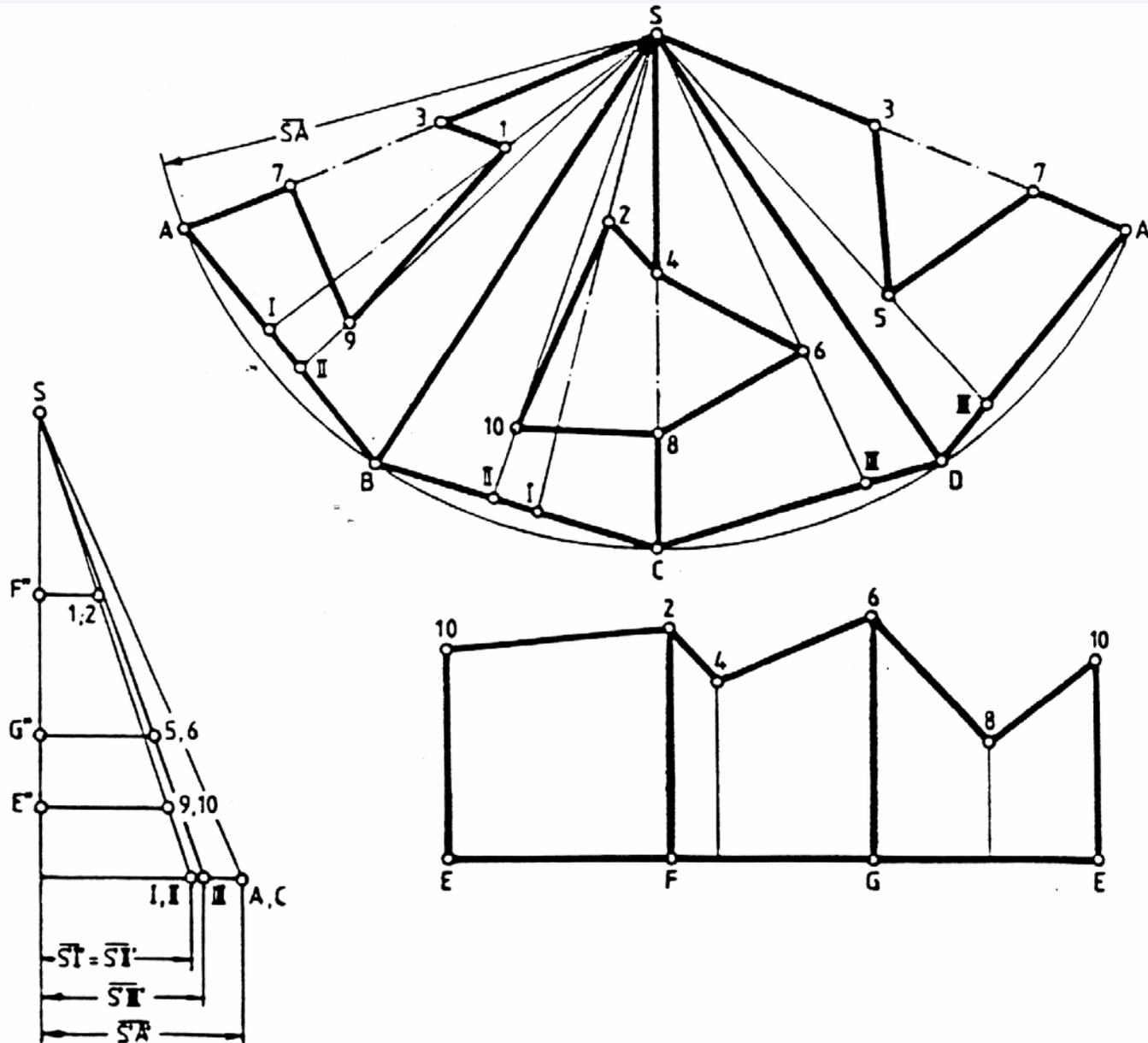
Durchdringung 1



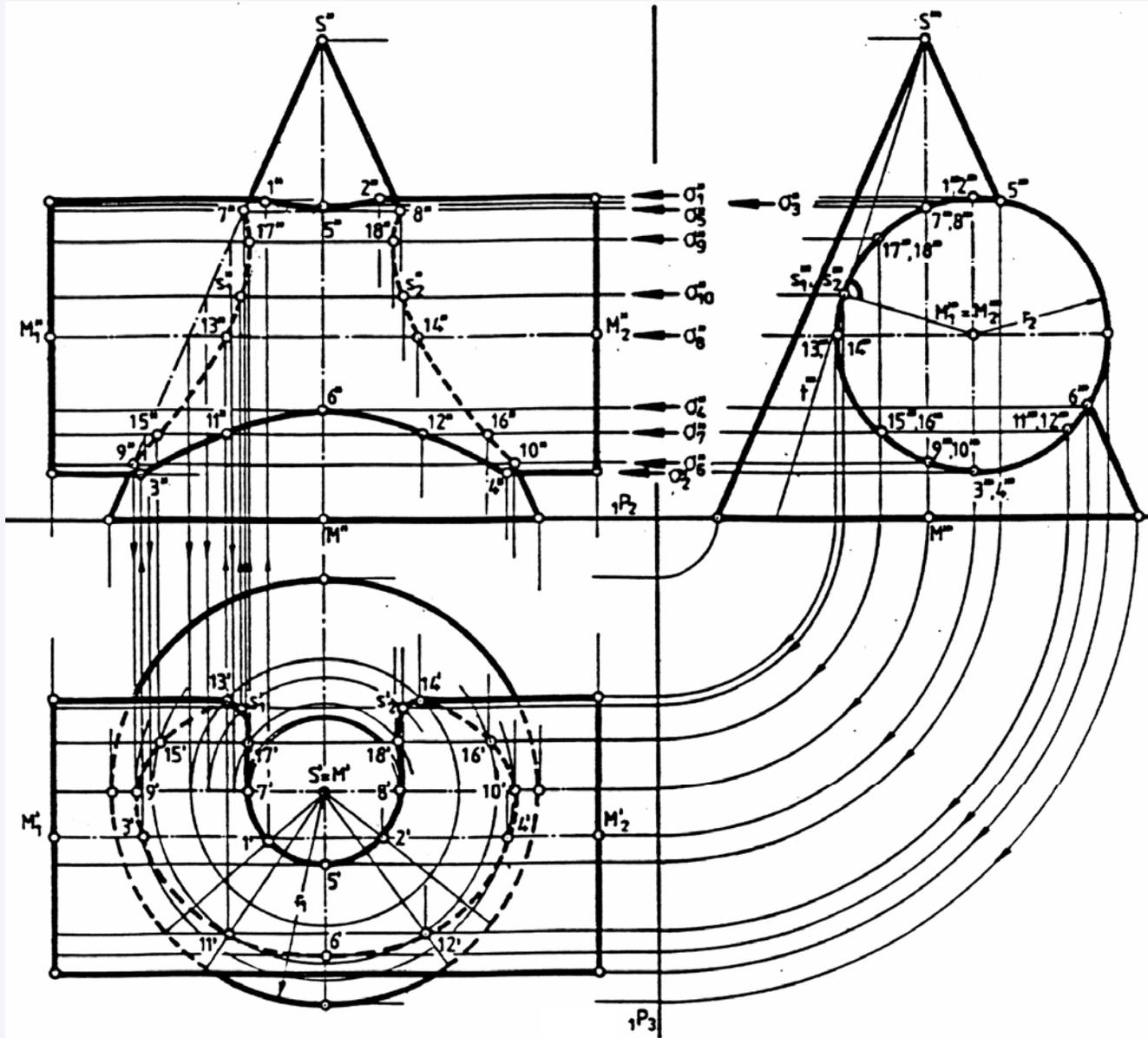
Durchdringung 2



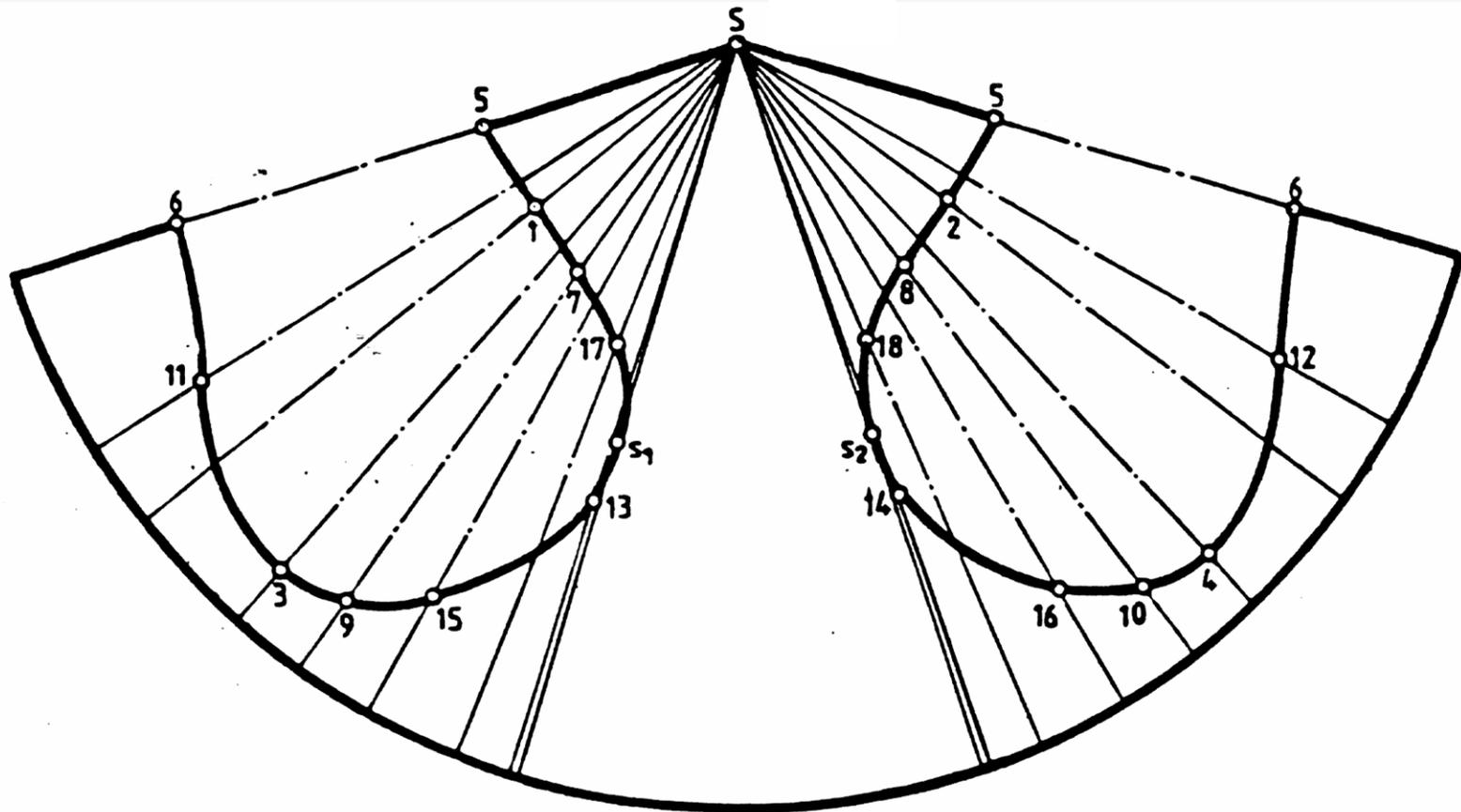
Durchdringung 2 - Mantelabwicklung



Durchdringung 3



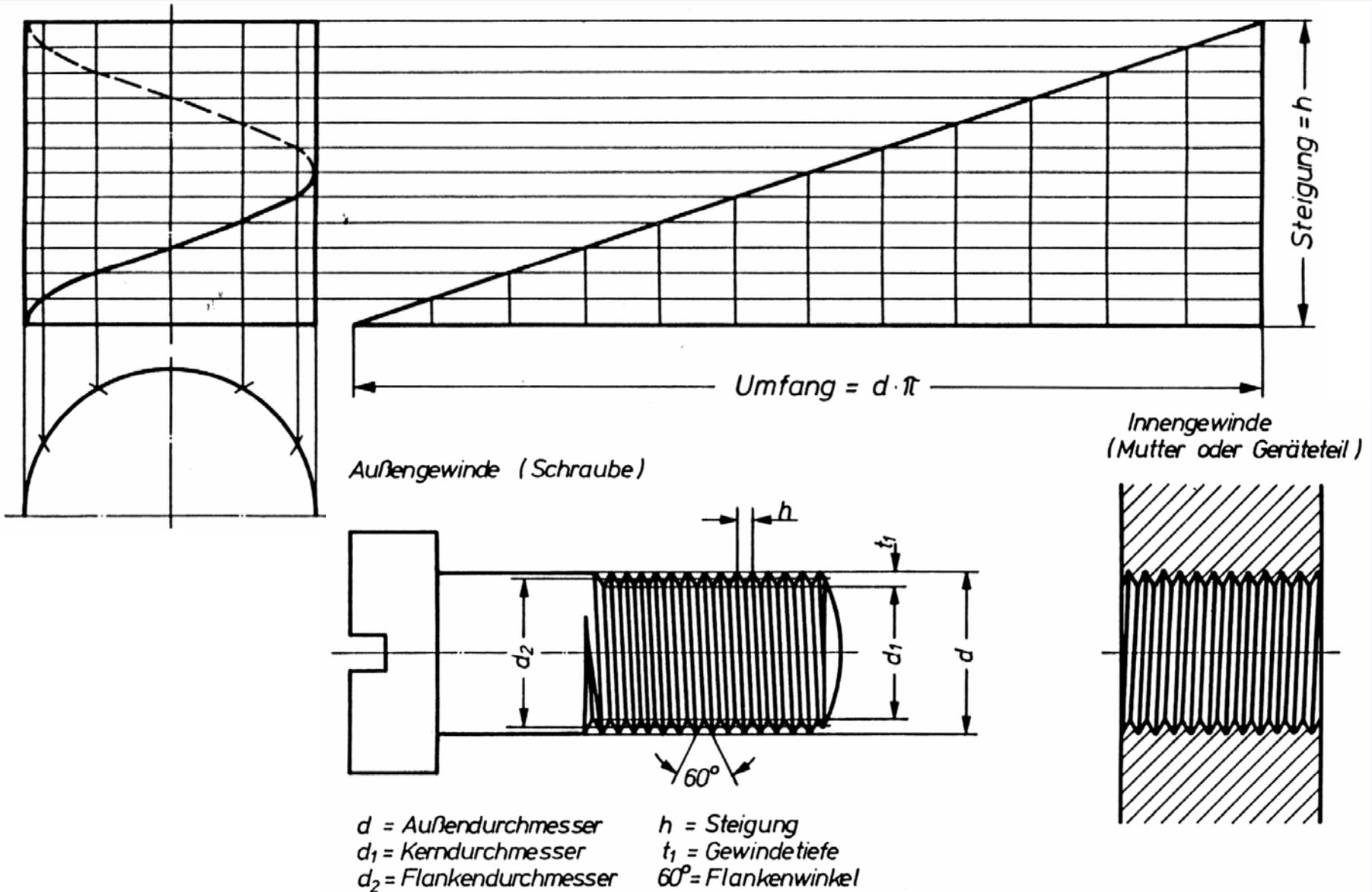
Durchdringung 3 - Mantelabwicklung



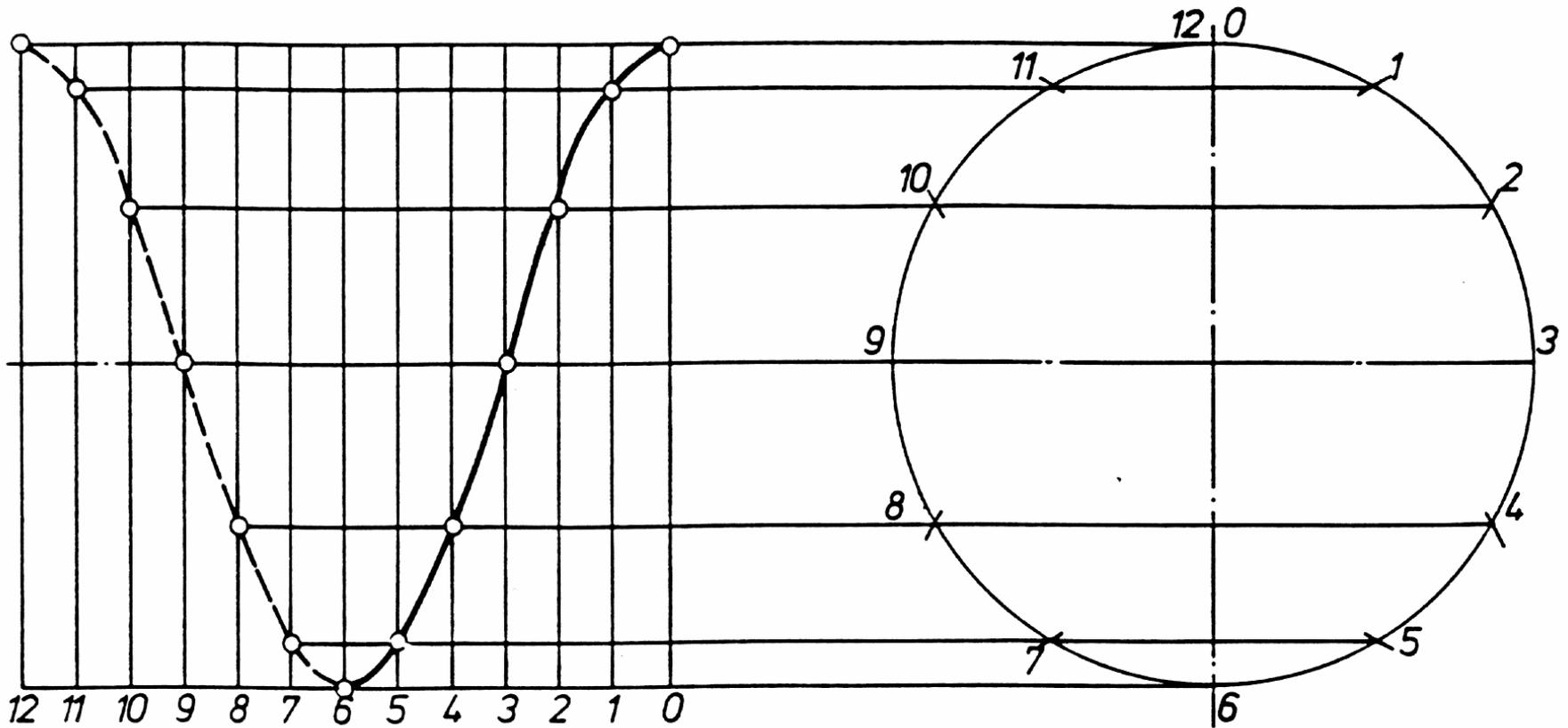
5. Schrauben



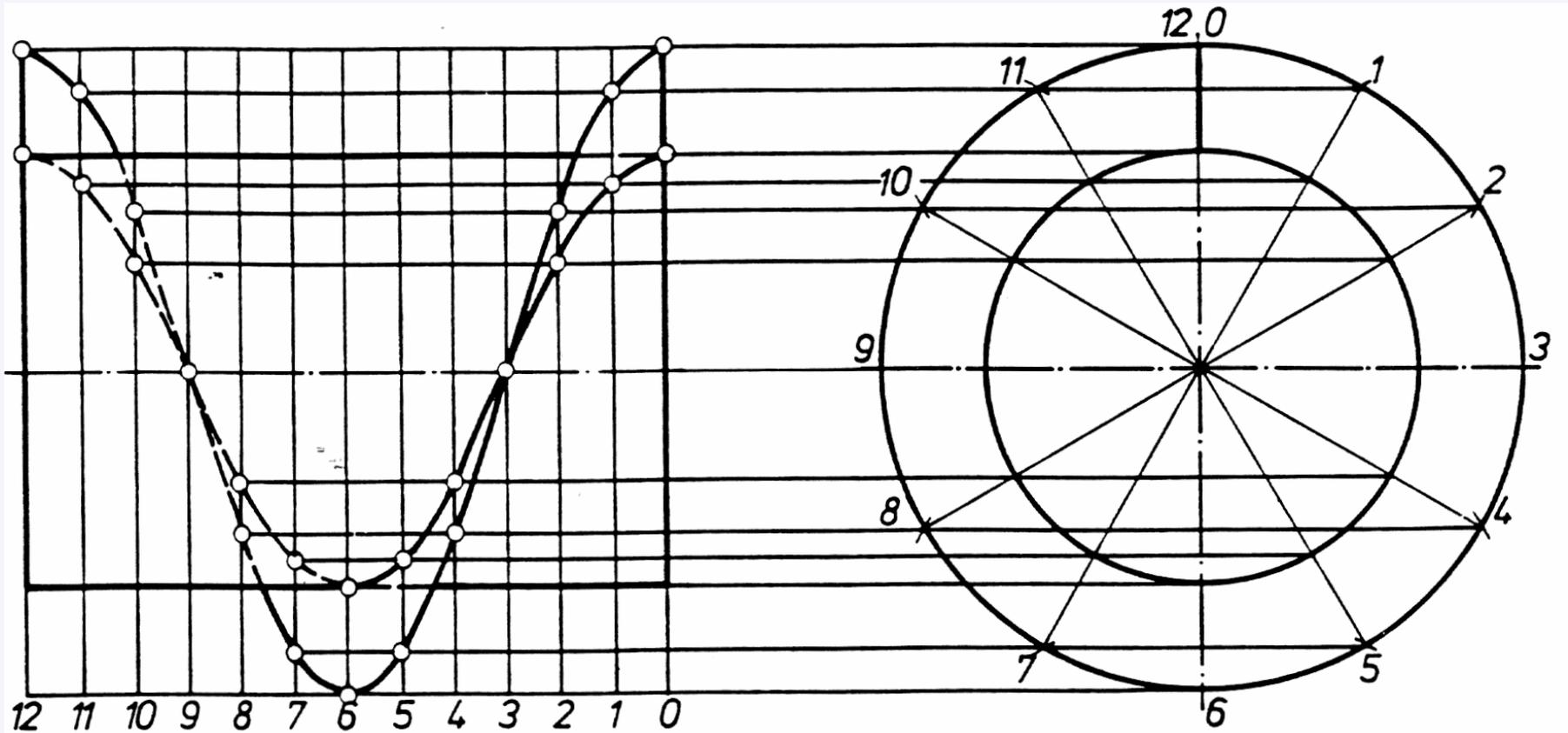
Schraubenlinie



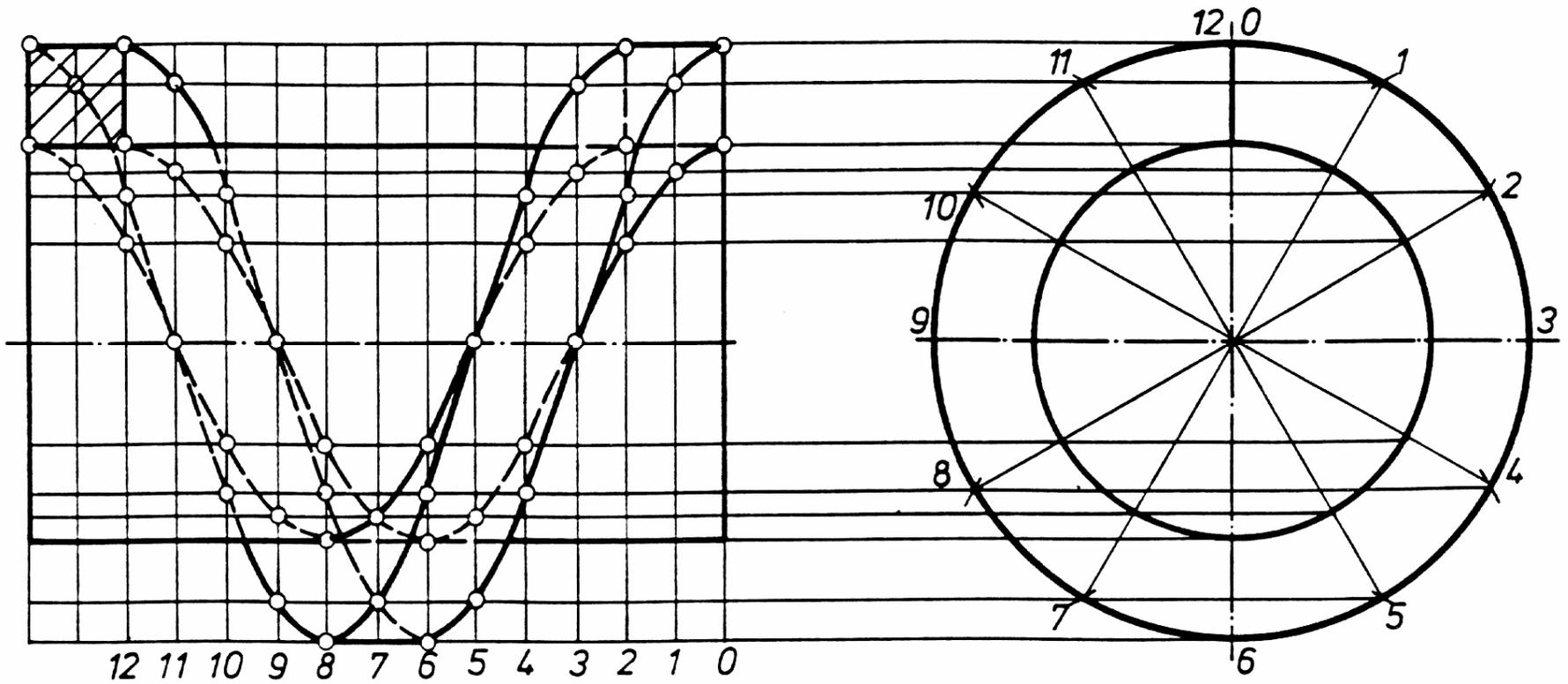
Konstruktion der Schraubenlinie



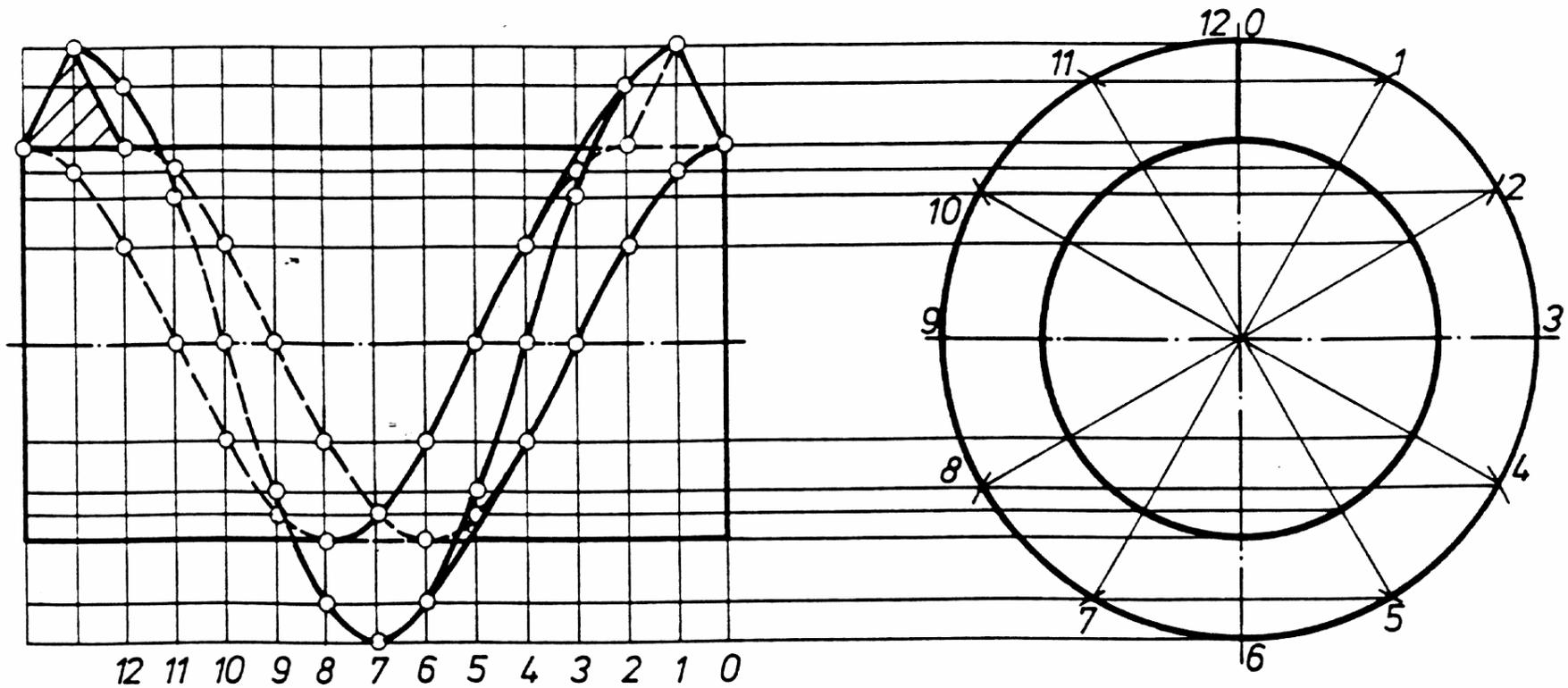
Konstruktion der Schraubenfläche



Konstruktion des Schraubengangs (Flachgewinde)



Konstruktion des Schraubengangs (Spitzgewinde)



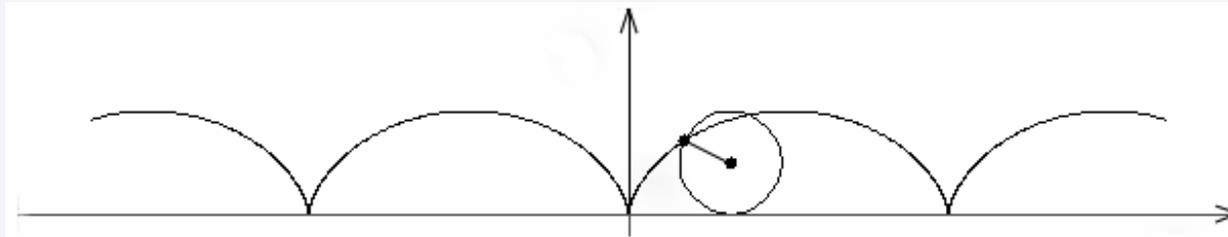
6. Zykloide und Mehrecke



Definition

Eine Zykloide ist die Bahn, die ein Kreispoint beim abrollen eines Kreises auf einer Leitkurve beschreibt. Zykloide werden daher auch als zyklische Kurven bezeichnet.

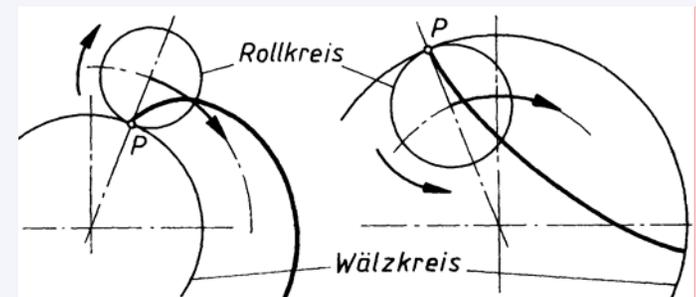
Eine einfache Zykloide (Ortozykloide) entsteht, wenn ein Kreis auf einer Geraden abrollt. Anschaulich gesprochen bewegt sich ein Punkt auf einem Reifen eines fahrenden Autos auf solch einer Zykloide.



Ortozykloide

Rollt der Kreis auf einem anderen Kreis ab, entsteht eine Epizykloide.

Eine Hypozykloide wird hingegen durch Abrollen des Kreises im Inneren eines größeren Kreises erzeugt.

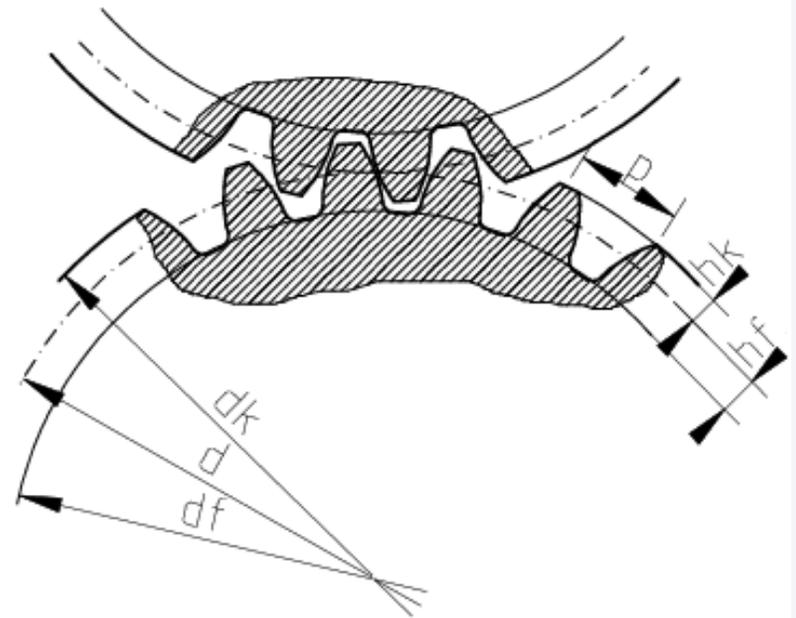
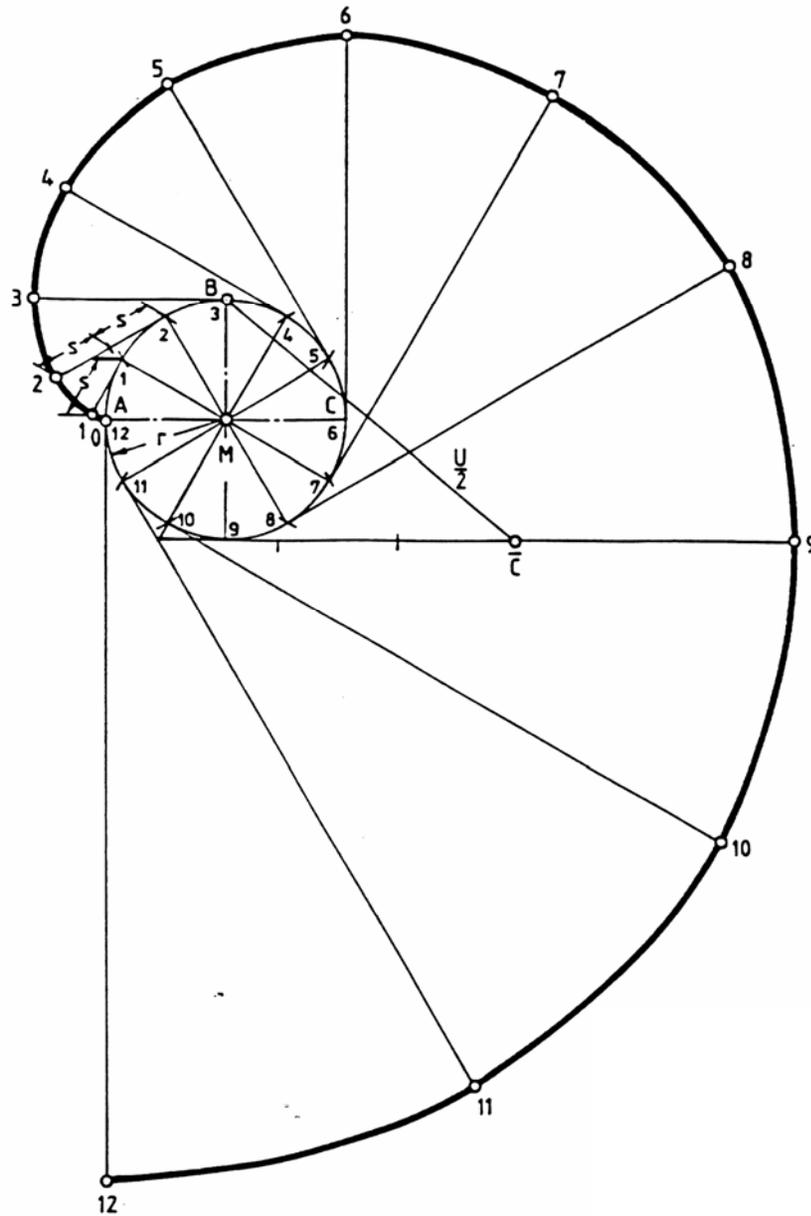


Epi- & Hypozykloide

Evolute

Sie ist definiert als Abwicklung der Evolutentangente von der Evolute einer beliebigen Kurve. Jeder Punkt der abgewickelten Tangente beschreibt dabei eine Evolute. Da die Tangente unendlich viele Punkte enthält, entsteht eine unendliche Schar paralleler Evolventen zur ursprünglichen Kurve.

Evolvente



Teil II: Maschinenelemente



Inhalt

1. *Einleitung*
2. *Zweckmäßige Gestaltung*
3. *Festigkeitsberechnung*
 - 3.1 *Zugfestigkeit*
 - 3.2 *Druckfestigkeit*
 - 3.3 *Biegefestigkeit*
 - 3.4 *Abscherfestigkeit*
 - 3.5 *Verdrehfestigkeit*
4. *Klebverbindungen*
5. *Lötverbindungen*
6. *Schraubenverbindungen*
7. *Lagerungen*
 - 7.1 *Wälzlager*
 - 7.2 *Gleitlager*
8. *Kunststoffe*
9. *Anhang*

1. Einleitung



Maschine - Definition

- Die Europäische Maschinen-Richtlinie definiert:

Eine Maschine hat bewegliche Teile, welche nicht von einem Lebewesen angetrieben werden.

- Definition Maschinen nach Maschinen-Richtlinie
- Für Hersteller und Anwender ist vor allem die Maschinen-Richtlinie (RL) die entscheidende Größe. Sie legt fest, was als Maschine aufgefasst werden muss (mit den rechtlichen Verpflichtungen die sich daraus ergeben).
- Nach der Richtlinie ist eine Maschine:

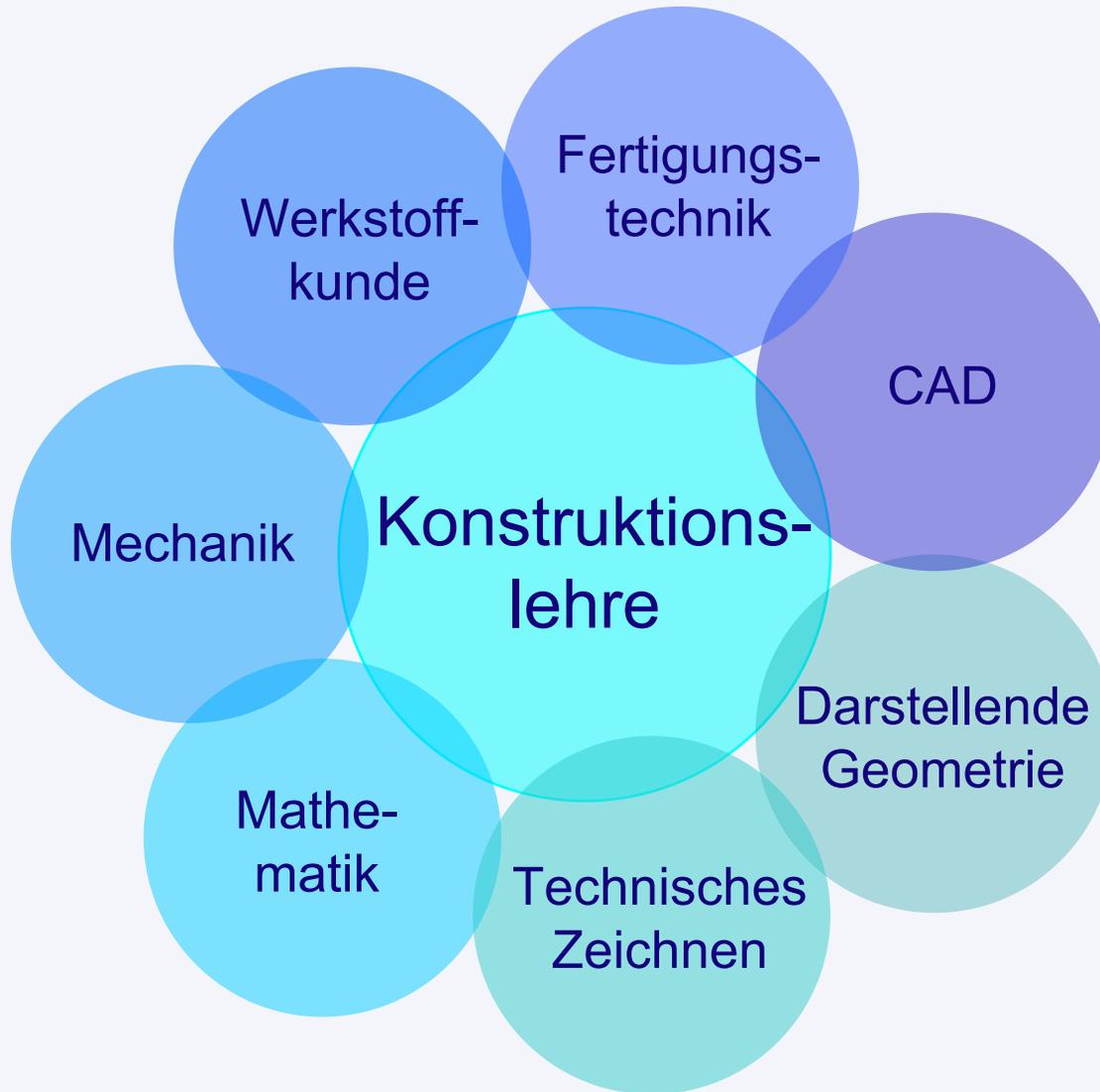
„eine Gesamtheit von miteinander verbundenen Teilen oder Vorrichtungen, von denen mindestens eines beweglich ist, sowie gegebenenfalls von Betätigungsgeräten, Steuer- und Energiekreisen usw., die für eine bestimmte Anwendung, wie die Verarbeitung, die Behandlung, die Fortbewegung und die Aufbereitung eines Werkstoffes zusammengefügt sind, ...“ RICHTLINIE 98/37/EG Artikel I Absatz 2a (Veröffentlichung des Europäischen Amtsblattes vom 23.07.1998)

Nicht unter den Regelungsbereich der Maschinenrichtlinie fallen jedoch *„Maschinen, deren einzige Kraftquelle die unmittelbar angewandte menschliche Arbeitskraft ist, mit Ausnahme von Maschinen, die zum Heben von Lasten verwendet werden, ...“* RICHTLINIE 98/37/EG Artikel I Absatz 2a (Veröffentlichung des Europäischen Amtsblattes vom 23.07.1998). Diese Eingrenzung des Begriffes grenzt somit viele Geräte aus die im alltagssprachlichem Sinne Maschinen sind. Im Verordnungstext werden noch weitere Ausnahmen und Ergänzungen definiert.

Es gibt Normungsbestrebungen, zwischen Apparat, Gerät, Werkzeug, Instrument und Anlage zu unterscheiden:

Apparate als stoff- bzw. materieumsetzende und Geräte als signalumsetzende technische Gebilde zu definieren. Werkzeuge sind entsprechende Vorrichtungen, die nicht eigenständig funktionieren, Instrumente Vorrichtungen, die nicht der Umsetzung von Arbeit dienen, Anlagen komplexe Systeme aus Maschinen, Apparaten, Geräten, Werkzeugen und Instrumenten.

Schematische Übersicht der Konstruktionslehre



2. Zweckmäßige Gestaltung



Zweckmäßige Gestaltung

Die Voraussetzungen für eine wirtschaftliche Fertigung werden in der Konstruktion geschaffen.

Der Konstrukteur schreibt durch Zeichnung und Stückliste vor:

- die äußere Gestalt des Teiles
- das Fertigungsverfahren
- den Werkstoff
- die Oberflächenbeschaffenheit
- die Maßgenauigkeit

Dies sind alles Dinge, die die Fertigungskosten entscheidend beeinflussen.

Die zweckmäßige Gestaltung muss daher beim Zeichnen und Konstruieren mit im Vordergrund stehen.

Konstruktive Forderungen

- funktionsgerecht entsprechend dem Verwendungszweck
- beanspruchungsgerecht entsprechend dem Kräfteverlauf
- formschöne Gestaltung = kraftflußgerechte Gestaltung
- montagegerecht
- transportgerecht
- bedienungsgerecht
- wartungsgerecht
- recyclinggerecht

Viele Fertigungsverfahren erfordern eine bestimmte Mindeststückzahl, die für jedes Verfahren verschieden groß ist.

Eine genaue Stückzahlangabe kann generell nicht genannt werden, da bei jedem Verfahren die Stückzahlgrenze durch

- die äußere Formgebung des Teiles,
- die geforderte Maßgenauigkeit und
- die notwendige Oberflächengüte

beträchtlich nach oben oder unten verschoben werden kann.

Die Ermittlung der wirtschaftlichen Stückzahl für ein gewähltes Fertigungsverfahren erfordert eine genaue Kalkulation - eine Aufgabe, die in den Arbeitsbereich der Arbeitsvorbereitung und der betrieblichen Fertigung gehört. Hierfür ist aber die Vorlage der fertigen Einzelteilzeichnung mit allen maßgebenden Einzelheiten unerlässlich.

Einfluss der Stückzahl

Erst hohe Stückzahlen ermöglichen eine rationelle Fertigung, da nur dann moderne Fertigungsverfahren mit ihrer meist aufwendigen Maschinenteknik eingesetzt werden können.

Beispiel: Bolzen mit Kopf nach DIN 1434

kleine Stückzahl: Fertigung aus Rundstahl auf der Drehbank

mittlere Stückzahl: Fertigung aus Rundstahl auf Revolverdrehbank

große Stückzahl: Fertigung aus Rundstahl auf Drehautomaten

Massenfertigung: Anstauchen des Kopfes auf einer Schmiedestauchmaschine zwecks Verkleinerung der Zerspanungsarbeit mit nachfolgender Fertigbearbeitung auf Drehautomaten

alternativ : Fremdbezug des Norm-Bolzens von Zulieferfirmen und Anlegen eines Lagervorrates oder Eigenfertigung in wirtschaftlicher Losgröße zur Auffüllung des Lagers (nicht auftragsgebundene Fertigung)

Eine wirtschaftliche Teilefertigung muss auf eine Stückzahlvergrößerung hinauslaufen.

Diese kann u.a. erreicht werden:

- durch Vereinheitlichung von Teilen
 - Aufstellung von DIN- oder Werknormen
- durch Verwendung von Wiederholteilen
 - Einbau gleicher Teile in verschiedene Gerätetypen

Genormte Maße und Abmessungen

Anwendung im Hinblick auf Kosten sparende Fertigung zwingend!

Beispiele:

Zentrierungen zum Einspannen der Welle zwischen Spitzen: DIN 332

Freistiche für Ausläufe an Wellen und anderen Teilen: DIN 509

Ausrundungsradien an Absätzen und Übergängen: DIN 250

Für die genormten Abmessungen finden Formstähle Verwendung, so dass sich die zeitraubende Fertigung nach Einzelmaßen erübrigt.

Tolerierte Wellendurchmesser und andere Baumaße: DIN 3

Vorschreiben von Passungen nach der bestehenden Auswahl: DIN 7157

Genormte Maße und Abmessungen

Im Regelfall sind nur für die genormten Baumaße und für die Passungen nach der Auswahlreihe die Meß- und Prüflehren in der Werkstatt vorhanden. Einzelaufmaß verteuert die Fertigung an der Werkbank und in der Kontrolle und kann zu Ablesefehlern führen.

In der Praxis wird jede Zeichnung durch die betriebliche Normenstelle auf Einhaltung dieser und anderer Normen überprüft. Abweichungen müssen konstruktiv begründet sein, anderenfalls erfolgt keine Freigabe der Zeichnung für die Fertigung.

Materialkosten

Der Konstrukteur hat es in der Hand, eine Senkung der Fertigungskosten durch eine wirtschaftliche Verfahrenswahl zu erreichen.

Außerdem kann er den Materialpreis beeinflussen:

- durch Wahl günstiger und preiswerter Werkstoffe (die Gestaltung muss dem Werkstoff angepasst werden)
- durch Einsparung an Gewicht

Niedrige Materialkosten sind besonders bei geringen Lohnkosten - also besonders bei Serienfertigung - wichtig, denn

je kleiner die Lohnkosten, um so stärker belasten die Materialkosten den Preis.

Kostendimensionierung

Auswirkung zu starker Dimensionierung auf die Kosten

Die Materialkosten steigen proportional mit dem Gewicht an:

$$K_{\text{Material}} \propto \text{Gewicht } G \text{ oder } (\text{Länge } L)^3$$

Bei den Bearbeitungskosten sind die Verhältnisse nicht so leicht überschaubar. Es sind 3

Fälle möglich:

1. $K_{\text{Bearbeitung}} \propto \text{Volumen } V$
2. $K_{\text{Bearbeitung}} \propto \text{Fläche } A$
3. $K_{\text{Bearbeitung}} \propto \text{unabhängig von der Dimensionierung}$

Im Mittel soll hier gesetzt werden:

$$K_{\text{Bearbeitung}} \propto \text{Fläche } A \text{ oder } (\text{Länge } L)^2$$

Ein Konstruktionsteil mit einer um

10% größeren Länge 10% größeren Breite 10% größeren Dicke

hat ca. 33% höhere Materialkosten: $(1,1)^3 = 1,33$

ca. 20% höhere Bearbeitungskosten: $(1,1)^2 = 1,21$

Kostendimensionierung

Jeder Mehraufwand an Werkstoff muss daher in einem vernünftigen Verhältnis zum Nutzwert stehen.

Im Idealfall ist ein Teil so zu konstruieren, dass der Gesamtschaden im Falle eines Versagens gerade noch ein wenig kleiner ist als der Mehraufwand, der durch eine stärkere Dimensionierung eintreten würde.

Der Stillstand einer Walzenstraße durch den Ausfall eines Teiles kann einen Produktionsausfall von stündlich 25.000 € oder noch mehr zur Folge haben. Hier mit Gewalt an Werkstoff durch knappe Dimensionierung sparen zu wollen, wäre sicher verkehrt.

Gewisse Überdimensionierungen können ferner vertreten werden, wenn diese durch Verwendung von Normteilen oder Lagerteilen entstehen. Die rationelle Fertigung dieser Teile in wirtschaftlichen Mengen gleicht den Mehraufwand an Werkstoff aus und kann darüber hinaus zu einer Kostensenkung führen.

Gestaltungsgüte

Der Konstrukteur entwirft sehr oft noch nach dem Grundsatz:

”So gut wie möglich”.

In der heutigen Situation, in der die zeitliche Begrenzung der Lebensdauer aller Maschinen und Geräte eine allgemein gültige Richtschnur ist, kann dieses Prinzip in der obigen Fassung nicht mehr vertreten werden. Wir bringen es in die Form:

”So gut wie nötig”.

Auf Einzelteile angewandt, kommt man zu folgendem Ergebnis:

Die fertigungsgerechte Gestaltung wird nur dann mit der kostengerechten oder kostengünstigen Ausführung übereinstimmen, wenn diese ohne zusätzlichen Mehraufwand an Werkstoff und Bearbeitung erreicht wurde.

Für die Gruppe der spanlos geformten Teile (Gußteile, Schmiedeteile, Stanzteile, ...) ist die Übereinstimmung zwischen

fertigungsgerecht = kostengerecht

fast immer gegeben.

Der Grund hierfür liegt in der Verwendung von Modellen, Gesenken und Schnittwerkzeugen bei der Herstellung. Der durch eine bessere Gestaltung entstehende Mehraufwand an Bearbeitungskosten tritt hier nur einmal bei der Anfertigung der Formen und Werkzeuge auf, nicht mehr bei der Fertigung des einzelnen Teiles. Die Mehrkosten verteilen sich auf eine größere Stückzahl und fallen nicht mehr sehr stark ins Gewicht.

Ganz anders kann die Rechnung beispielsweise bei Schweißteilen aussehen:

Eine kraftflußgerechte Ausbildung von Übergängen kann hier durchaus fertigungsgerecht gestaltet sein, belastet aber jedes hergestellte Schweißteil mit nicht unerheblichen Mehrkosten. In solchen Fällen sollte man alle Lösungen, auch die vom Standpunkt der Gestaltung weniger hochwertigen, als fertigungsgerecht bezeichnen, wenn sie

- der Beanspruchung genügen,
- dem Verwendungszweck entsprechen und
- kostengünstig herstellbar sind.

Allgemeines: Gestalten – Berechnen & Reihenfolge

Konstruieren bedingt sowohl Berechnen wie Gestalten. Kein Gestalten ohne Rechnung, kein Berechnen ohne gestaltendes Skizzieren.

Gestaltet werden Einzelteile nach ihrer wirtschaftlichen Fertigung, dem Gewicht, der Form und nach ihrem Zusammenspiel mit den anderen Teilen einer Maschine.

Berechnet werden wichtige Abmessungen einzelner Maschinenteile nach Festigkeit, Verschleiß, Lebensdauer Erwärmung, usw..

Für die Reihenfolge gibt es zwei Möglichkeiten:

1. **man gestaltet** (Festlegung der Abmessung) und prüft die Abmessung durch Rechnung
2. **man berechnet** Hauptabmessungen (Festlegung des Werkstoffes, bzw. der zulässigen Spannung) und gestaltet danach

Welchen Weg man wählt, hängt vom Einzelfall ab; im Allgemeinen wird der erfahrene Konstrukteur den ersten, der Anfänger den zweiten Weg nehmen. In beiden Fällen lassen sich Konstruktionsänderungen nicht immer vermeiden. Um eine brauchbare Konstruktion zu erhalten, muss man **entwerfen und verwerfen**.

3. Festigkeitsberechnung



Festigkeitsnachweis: äußere, innere Kräfte

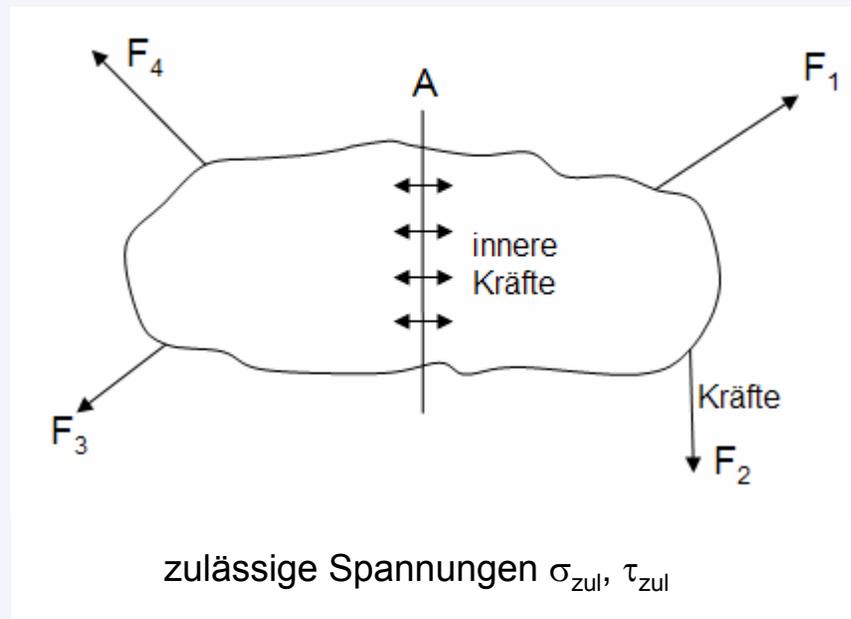
Der Festigkeitsnachweis ist dann zu erbringen, wenn Kraftwirkungen die Abmessungen wesentlich bestimmen. Die äußeren Kräfte rufen am Bauteil innere Kräfte hervor. Die inneren Kräfte werden auf den Bauteilquerschnitt A bezogen, man spricht dann von Spannungen σ oder τ in N/mm². Überschreitet die Spannung die Werkstofffestigkeit, so tritt Zerstörung ein. Dagegen müssen die Bauteile genügend Sicherheit bieten. Der Festigkeitsnachweis besteht also darin, dass die im Bauteil auftretenden Spannungen σ oder τ kleiner oder höchstens gleich den zulässigen Spannungen sind.

$$\sigma_{vorh} \leq \sigma_{zul} \quad \text{bzw.} \quad \tau_{vorh} \leq \tau_{zul}$$

Festigkeitsnachweis: äußere, innere Kräfte

Normalspannungen σ sind Spannungen senkrecht zum betrachteten Querschnitt. Sie wollen die Abstände zwischen zwei Querschnitten verändern.

Schubspannungen τ sind Spannungen parallel zum benachbarten Querschnitt. Sie wollen benachbarte Querschnitte gegeneinander verschieben (τ) oder verdrehen (τ_t).



Die vorhandenen Spannungen lassen sich aus den äußeren Kräften für die 5 Belastungsarten berechnen. Das sind **Zug, Druck, Biegung, Abscherung und Verdrehung**.

3.1 Zugfestigkeit

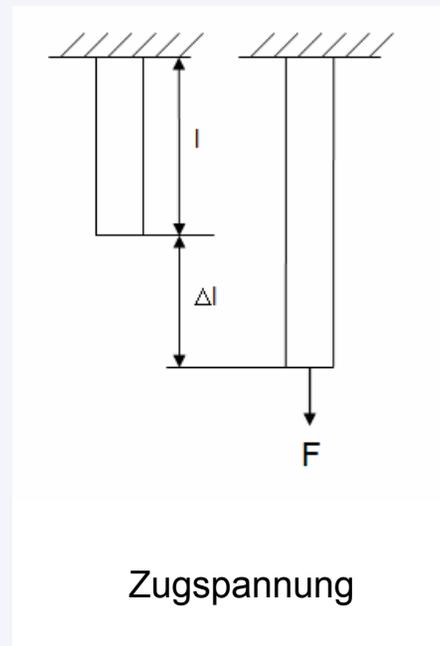
A decorative horizontal bar consisting of a dark blue top layer and a lighter blue bottom layer, positioned below the section header.

Zugfestigkeit

Die Zugspannung ist:

$$\sigma_z = \frac{F}{A_0} \leq \sigma_{zul}$$

mit der wirkenden Kraft F und dem ursprünglichen Stabquerschnitt A_0 . Die Zugspannung wird im folgendem mit σ bezeichnet.



Zugfestigkeit

Allgemein verwendet man für Zugspannungen keinen Index, dagegen ist die Druckspannung mit σ_d , die Biegespannung mit σ_b bezeichnet.

Durch Zug erfährt der Werkstoff abhängig von seiner Elastizität die Dehnung

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} = \frac{\sigma}{E} \quad . \quad \text{Hookesches Gesetz}$$

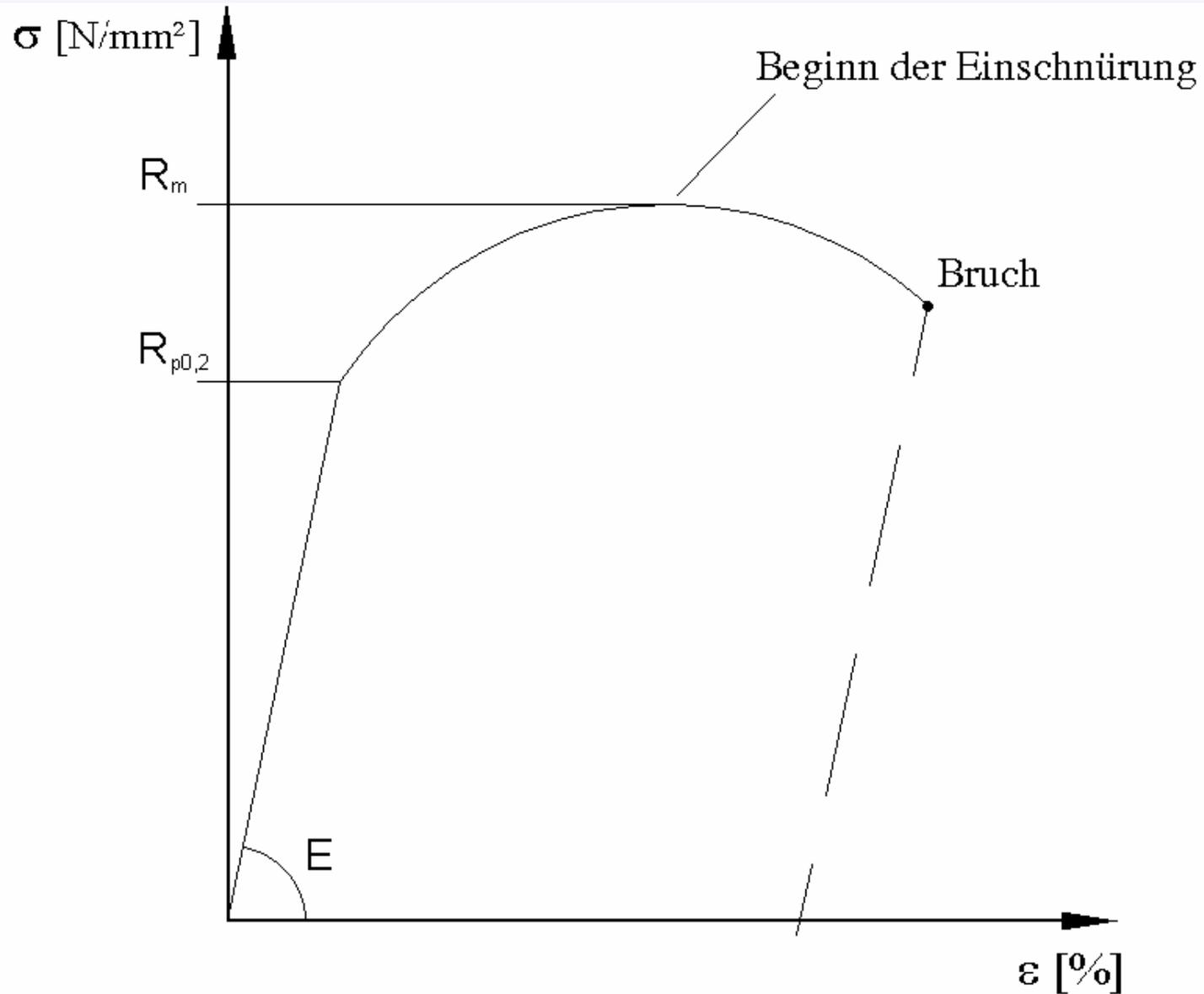
Elastizitätsmodul:

Das Elastizitätsmodul ε ist folgendermaßen definiert:

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} \qquad \sigma = E \cdot \varepsilon$$

mit E = Proportionalitätsfaktor [N/mm²]

Spannungs / Dehnungs Diagramm



Zugfestigkeit

Legt man dem elastischen Verhalten eines Körpers Werkstoffe zugrunde, die gleichartig (homogen) und nach allen Richtungen gleich nachgiebig (isotrop) sind, so ist mit einer Längsdehnung $\varepsilon = \Delta/l_0$ eine entsprechende Querkürzung $-\varepsilon_q = \Delta d/d_0$, bzw. mit einer Längskürzung eine entsprechende Querdehnung verbunden. Längsdehnung ε und Querdehnung ε_q sind durch die Poissonsche Zahl m miteinander gekoppelt. Es gilt:

$$\frac{\varepsilon}{-\varepsilon_q} = m$$

Die Poissonsche Zahl m ist werkstoffabhängig. Mit zunehmender Temperatur nimmt sie langsam ab und nähert sich gegen die Schmelztemperatur dem unteren Grenzwert 2 für plastische Verformung. Bei Zimmertemperatur (15°) ist für Stahl $m = 10/3$.

Zwischen drei Werkstoffkenngrößen E , G und m besteht die Beziehung

$$G = \frac{m}{2(m+1)} \cdot E$$

Zugfestigkeit

Für $m = 10/3$ (Stahl) ist $G = 0,385 \cdot E$.

Iridium	$5,3 \cdot 10^5$	Duralumin	$(0,65 - 0,8) \cdot 10^5$
Wolfram	$3,75 \cdot 10^5$	Aluminium	$0,74 \cdot 10^5$
Stahl	$2,1 \cdot 10^5$	Zinn	$0,45 \cdot 10$
Gusseisen	$(0,8 - 1,4) \cdot 10^5$	Blei	$(0,17 - 0,2) \cdot 10^5$
Kupfer	$1,2 \cdot 10^5$	Holz	$(0,05 - 0,13) \cdot 10^5$
Silber	$0,8 \cdot 10^5$	Kautschuk	$(0,02 - 0,8) \cdot 10^1$

Tabelle 1: Zahlentabelle für E – Werte in N/mm² bei 15°C

Da das Hookesche Gesetz kein allgemein gültiges Gesetz ist, sondern nur für wenige Werkstoffe und nur innerhalb bestimmter Grenzen gültig ist, müssen Versuche herangezogen werden, um den Zusammenhang zwischen Spannungen und Formänderungen zu erforschen.

Vergleich von zwei Zugstäben aus Stahl und Grauguss

Vergleich von zwei Zugstäben als Federn gleicher Geometrie und unter gleicher Last

Stahl: $E_1 = 210\,000\text{ N/mm}^2$

GG: $E_2 = 105\,000\text{ N/mm}^2$

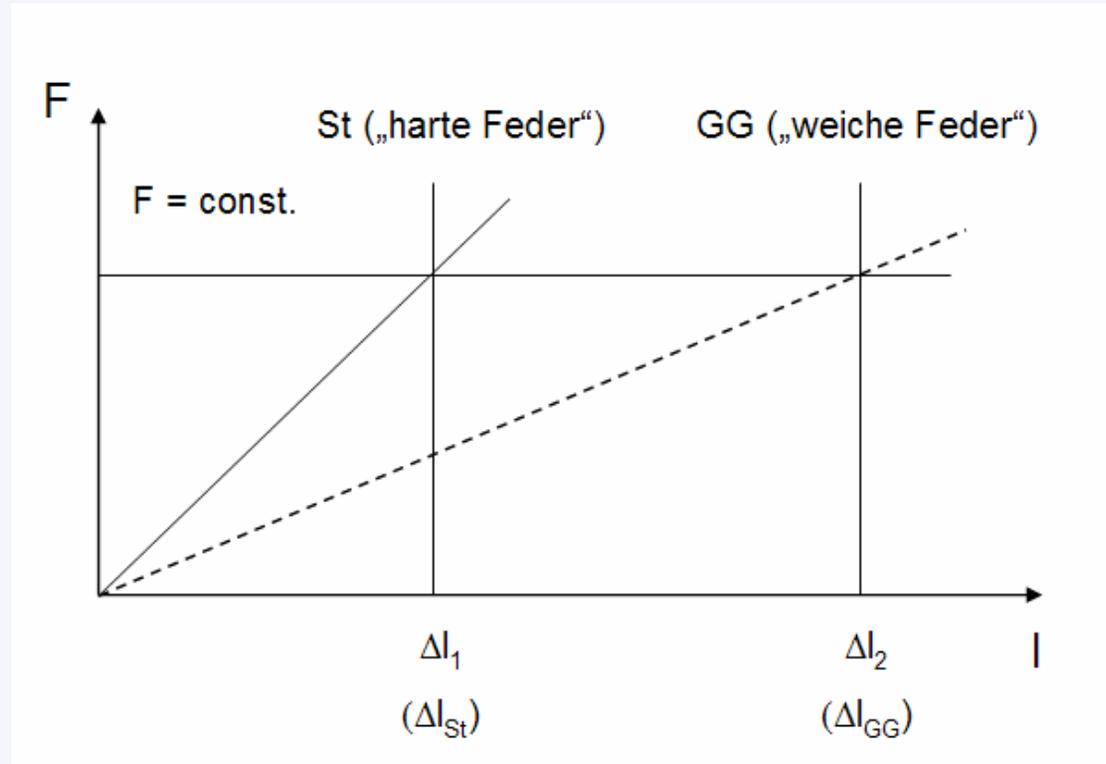
$$F_1 = F_2 = \text{const.}$$

$$A_1 = A_2 = \text{const.}$$

$$l_{01} = l_{02} = \text{const.}$$

$$\varepsilon_1 = \frac{\Delta l_1}{l_{01}}$$

$$\varepsilon_2 = \frac{\Delta l_2}{l_{02}}$$



Vergleich von zwei Zugstäben aus Stahl und Grauguss

$$\left. \begin{aligned} \sigma_1 &= \varepsilon_1 \cdot E_1 = \frac{F_1}{A_1} \\ \sigma_2 &= \varepsilon_2 \cdot E_2 = \frac{F_2}{A_2} \end{aligned} \right\} \rightarrow \sigma_1 = \sigma_2$$

$$\sigma_1 = \sigma_2 = \varepsilon_1 \cdot E_1 = \varepsilon_2 \cdot E_2$$

$$\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} = \frac{E_1}{E_2} = \frac{105000}{210000} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta l_1 \cdot l_{02}}{l_{01} \cdot \Delta l_2} = \frac{\Delta l_1}{\Delta l_2} = \frac{\Delta l_{St}}{\Delta l_{GG}} = \frac{1}{2}$$

$$d. h.: \Delta l_{GG} = 2 \cdot \Delta l_{St}$$

oder: Zugstab aus GG ist doppelt so elastisch wie Zugstab aus St !

Vergleich der 0,2% - Dehngrenze von Stahl und Grauguss

$$\sigma = \varepsilon \cdot E \quad \rightarrow \quad \varepsilon = \frac{\sigma}{E}$$

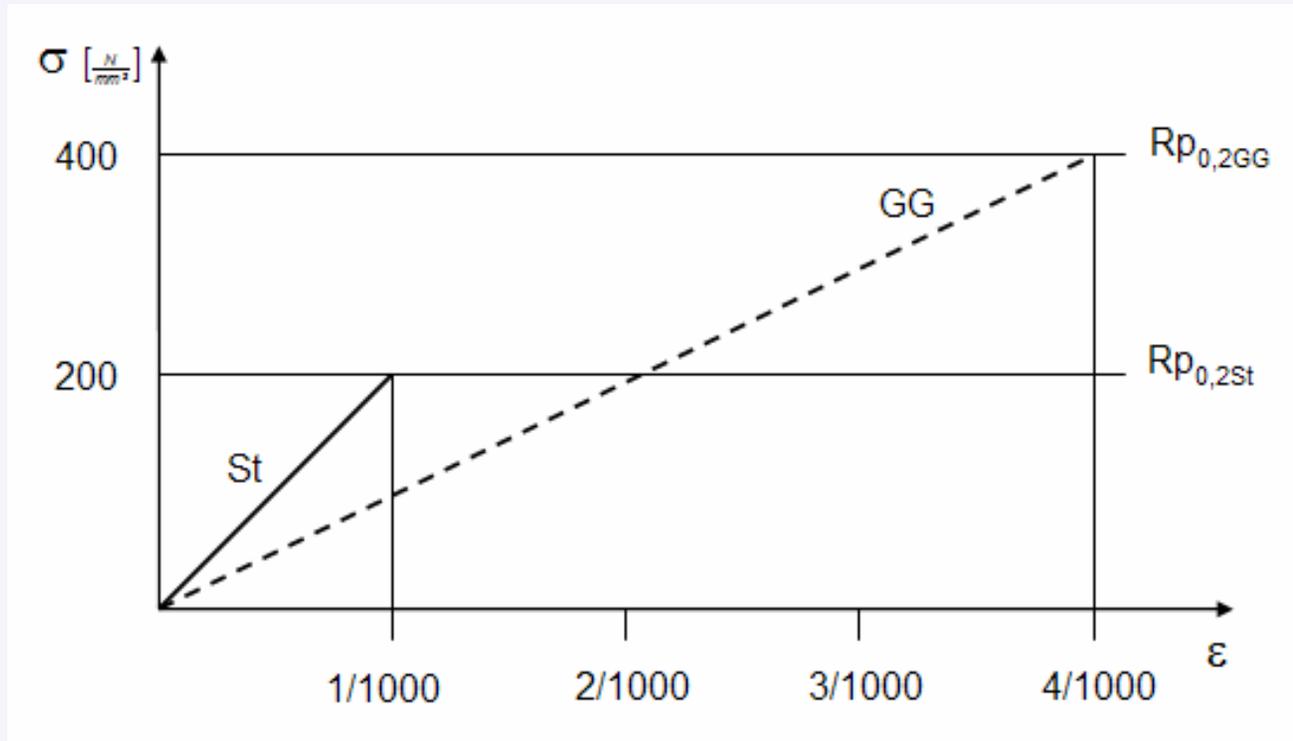
Stahl

$$\left. \begin{array}{l} E_{St} \approx 200.000 \text{ N/mm}^2 \\ R_{p0,2St} \approx 200 \text{ N/mm}^2 \end{array} \right\} \varepsilon_{St} = \frac{\sigma}{E} = \frac{R_{p0,2}}{E} = \frac{200}{200.000} = \frac{1}{1000}$$

GG

$$\left. \begin{array}{l} E_{GG} \approx 100.000 \text{ N/mm}^2 \\ R_{p0,2GG} \approx 400 \text{ N/mm}^2 \end{array} \right\} \varepsilon_{GG} = \frac{\sigma}{E} = \frac{R_{p0,2}}{E} = \frac{400}{100.000} = \frac{4}{1000}$$

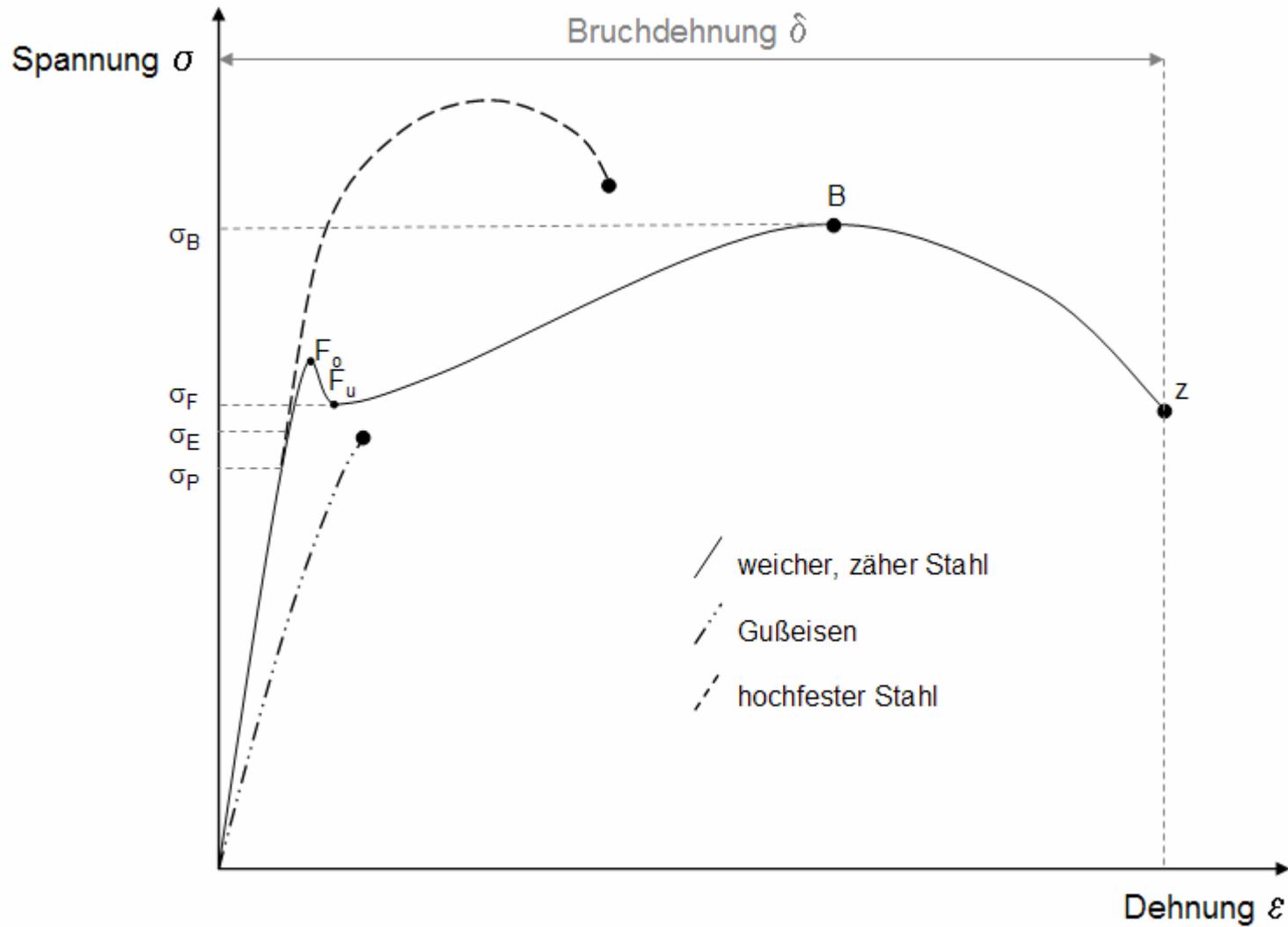
Vergleich der 0,2% - Dehngrenze von Stahl und Grauguss



Ergebnisse des Zugversuches:

Die jeweilige Verlängerung des Prüfstabes von der Messlänge l_0 unter der Belastung F setzt sich aus einem elastischen und einem bleibenden Anteil zusammen. Die bleibende Verlängerung kann nach Entlastung des Prüfstabes gemessen werden. Mit der Dehnung $\varepsilon = \Delta l / l_0$ und der Spannung $\sigma = F / F_0$, bezogen auf den ursprünglichen Prüfstabquerschnitt und damit im Bereich der Stabeinschnürung keine echte Spannung mehr darstellend, entsteht das Spannungs- Dehnungsschaubild mit folgenden Grenzwerten:

Zugversuch

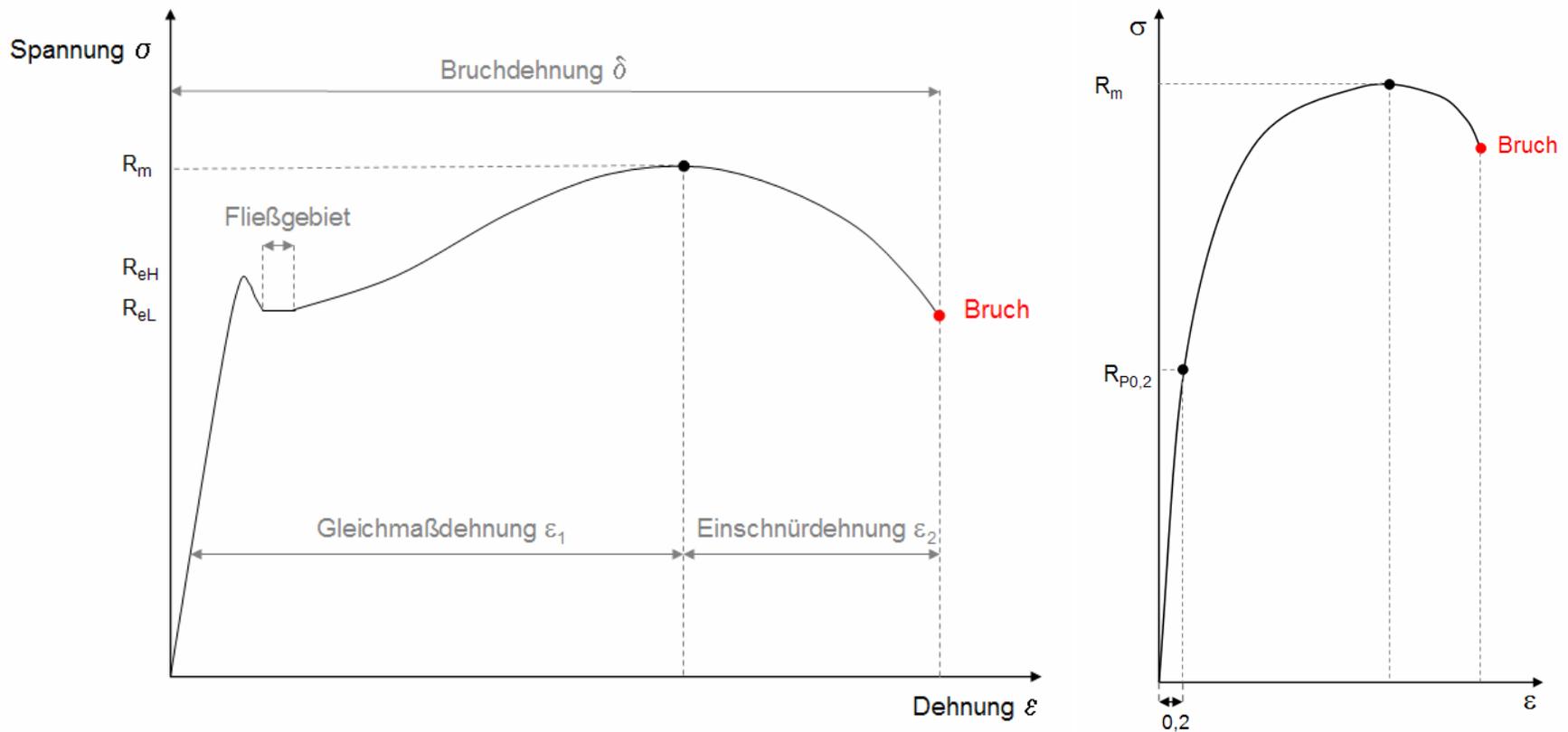


Elastizitätsgrenze σ_E ist die größte Spannung, bei der noch keine bleibende Dehnung erreicht wird. Als „technische“ Elastizitätsgrenze wird meist die 0,2 – Dehngrenze ($\sigma_{0,2}$) genommen, bei der die bleibende Dehnung 0,2% beträgt.

Proportionalitätsgrenze σ_P ist die größte Spannung, bis zu der Spannung und Dehnung proportional bleiben, d. h. der Elastizitätsmodul $E = \sigma/\varepsilon$ noch konstant ist.

Fließgrenze σ_E , auch **Streckgrenze** σ_S genannt, ist die Spannung, bei der ein „Fließen“, d. h. Dehnen ohne Spannungszunahme eintritt. Die Spannung kann hierbei von der oberen Fließgrenze σ_{FO} bis auf die untere σ_{FU} absinken. Bei Werkstoffen, die keine oder keine ausgeprägte Fließgrenze haben, wird ersatzweise die 0,2 – Dehngrenze zugrunde gelegt $\sigma_{0,2}$.

Zugversuch



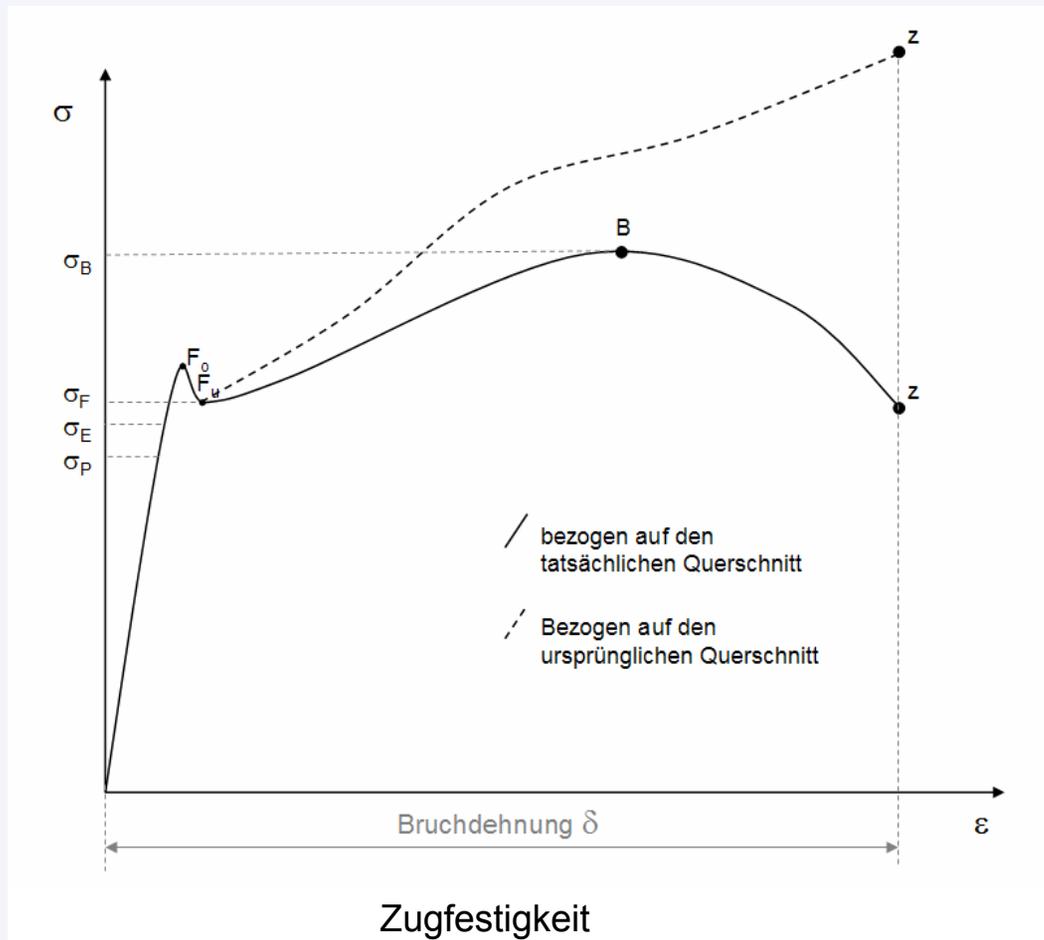
Spannungs – Dehnungs – Diagramm (schematisch)

a) für Stähle mit ausgeprägter Fließgrenze

b) für Stähle mit nicht ausgeprägter Fließgrenze

Zugversuch

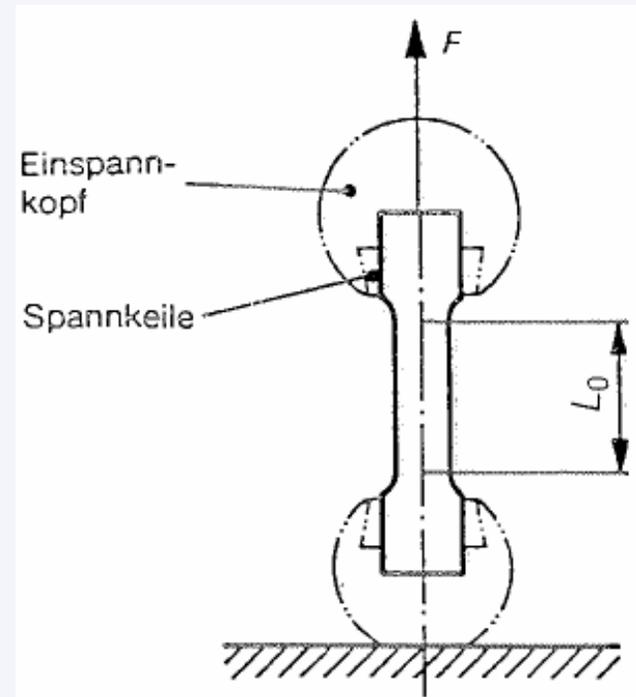
Bezieht man die Spannung nicht auf den ursprünglichen Querschnitt A_0 , sondern auf den tatsächlichen Querschnitt an der Einschnürungsstelle, so ergibt sich ein Spannungsverlauf, d. h. es tritt mit zunehmender plastischen Verformung eine stetige Verfestigung bis zum Bruch ein.



Zugversuch

Beim Zugversuch werden mehrere Festigkeits- und Verformungskenngrößen ermittelt. Dazu wird eine Probe bis zum Bruch gedehnt, die erforderliche Zugkraft wird gemessen. Das Verhältnis aus Spannung und Dehnung wird in einem Diagramm aufgezeichnet.

Spannung	$\sigma = \frac{F}{A_0}$	$[\sigma] = \frac{N}{mm^2}$
Zugfestigkeit	$R_m = \frac{F_m}{A_0}$	$[R_m] = \frac{N}{mm^2}$
obere Streckgrenze	$R_{eH} = \frac{F_{eH}}{A_0}$	$[R_{eH}] = \frac{N}{mm^2}$
untere Streckgrenze	$R_{eL} = \frac{F_{eL}}{A_0}$	$[R_{eL}] = \frac{N}{mm^2}$
0,2% - Dehngrenze	$R_{p0,2} = \frac{F_{0,2}}{A_0}$	$[R_{p0,2}] = \frac{N}{mm^2}$
Verlängerung	$\Delta L = L - L_0$	$[\Delta L] = mm$



Zugversuch

Dehnung $\varepsilon = \frac{L - L_0}{L_0} \cdot 100\%$

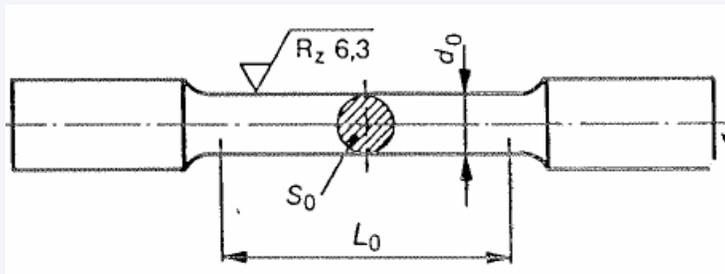
Bruchdehnung $A = \frac{L_U - L_0}{L_0} \cdot 100\%$

Hookesche Gesetz $\sigma \sim \varepsilon_e$ ε_e : Dehnung im elastischem Bereich

$$\sigma = \frac{E \cdot \varepsilon_e}{100\%}$$

Elastizitätsmodul $E = \frac{\sigma}{\varepsilon_e} \cdot 100\%$ $[E] = \frac{N}{mm^2}$

Das Hookesche Gesetz gilt nur im Bereich einer elastischen Verlängerung.



Zugprobe DIN 50125 - A 12 x 60

Form A _____
Probendurchmesser d_0 in mm _____
Messlänge L_0 in mm _____

3.2 Druckfestigkeit



Druckspannung σ_d :

Die Druckspannung beträgt:

$$\sigma_d = \frac{F}{A} \leq \sigma_{d_{zul}}$$

oder die Flächenpressung,

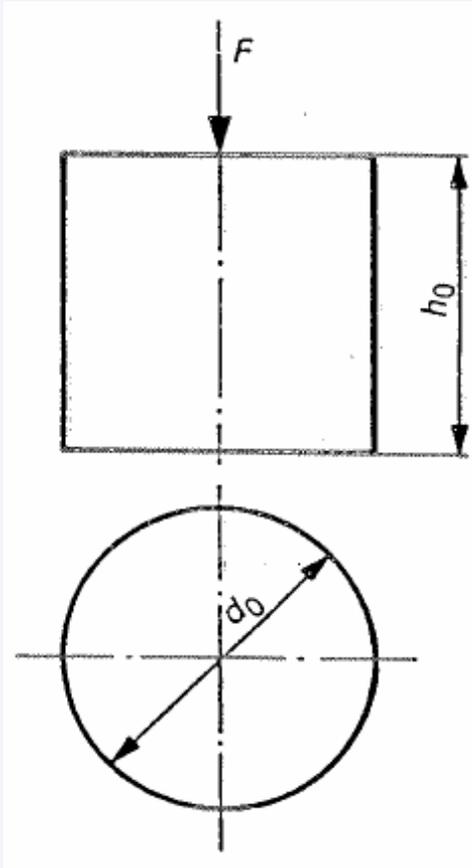
$$p = \frac{F}{A} \leq p_{zul}$$

wenn 2 Flächen sich unter Druck berühren.

Die Stauchung:

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} = \frac{\sigma_d}{E}$$

Druckversuch



Form der Probe:

bei Stahl:

$$d_0 = 10 \dots 30 \text{ mm}$$

$$h_0/d_0 = 1,5$$

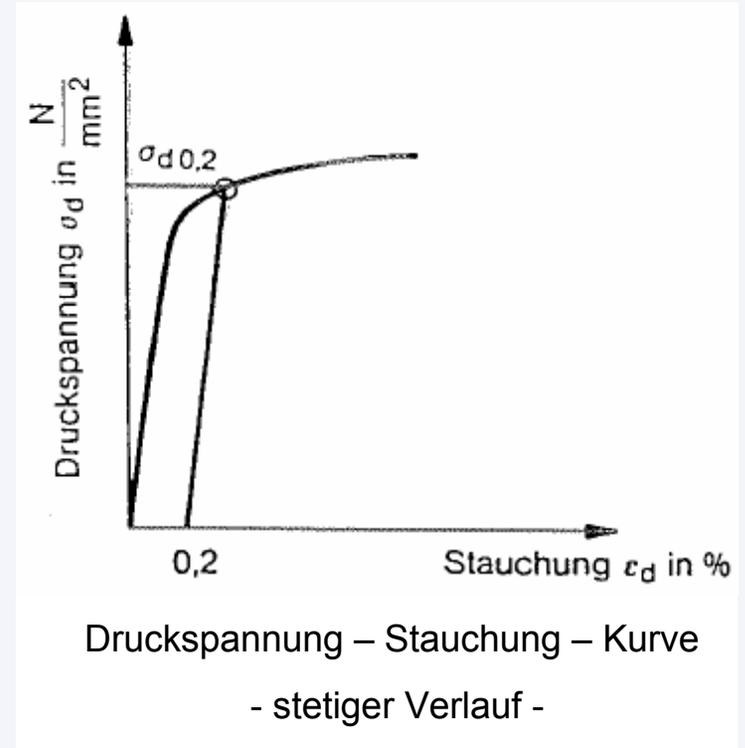
bei Lagermetall:

$$d_0 = 20 \text{ mm}$$

$$h_0/d_0 = 1$$

Messlänge:

$$l_0 = h_0 - 0,5 d_0$$



Druckversuch

Der Druckversuch wird im Bereich der metallischen Werkstoffe nur zur Beurteilung spröder und besonders auf Druck beanspruchter Werkstoffe (Lagermetalle) herangezogen. Dazu wird eine zylindrische Probe einer zunehmenden Stauchung bis zum ersten Anriss, zum Bruch oder einer festgelegten Gesamtstauchung unterworfen und die erforderliche Druckkraft gemessen.

Druckfestigkeit

$$\sigma_{dB} = \frac{F_B}{A_0} \quad [\sigma_{dB}] = \frac{N}{mm^2}$$

Druckfestigkeit bei 50% Gesamtstauchung

$$\sigma_{d50} = \frac{F_{50}}{A_0} \quad [\sigma_{d50}] = \frac{N}{mm^2}$$

Quetschgrenze

$$\sigma_{dF} = \frac{F_F}{A_0} \quad [\sigma_{dF}] = \frac{N}{mm^2}$$

0,2% - Stauchgrenze

$$\sigma_{d0,2} = \frac{F_{d0,2}}{A_0} \quad [\sigma_{d0,2}] = \frac{N}{mm^2}$$

Längenänderung

$$\Delta L = L - L_0 \quad [\Delta L] = mm$$

Stauchung

$$\varepsilon_d = \frac{L_0 - L}{L_0} \cdot 100\%$$

Bruchstauchung

$$\varepsilon_{dB} = \frac{\Delta L_{dB}}{L_0} \cdot 100\%$$

3.3 Biegefestigkeit



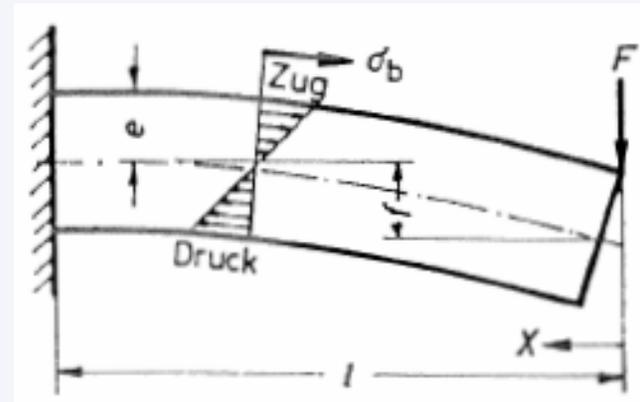
Biegespannung σ_b :

Die Biegespannung an einer Stelle x beträgt

$$\sigma_{bx} = \frac{M_{bx} \cdot e}{I} \leq \sigma_{bzul}$$

mit Biegemoment

$$M_{bx} = F \cdot x$$



M_{bmax} nach folgenden Skizzen und Flächenträgheitsmoment I für verschiedene Querschnitte, e ist der Abstand der äußeren von der neutralen Faser, und zwar der weiteste Abstand (in dieser Randfaser herrscht größte Spannung).

Da das Widerstandsmoment

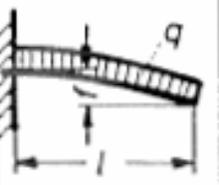
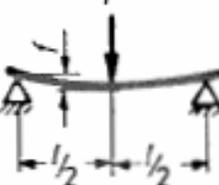
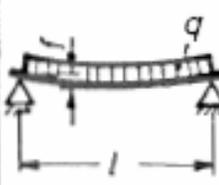
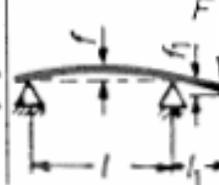
$$W_b = \frac{I}{e}$$

so wird die größte Biegespannung an der Stelle $x = l$

$$\sigma_{bmax} = \frac{M_{bmax}}{W_b} \leq \sigma_{bzul}$$

M_{bmax} nach Gl. 1.20 bis 1.24, W_b aus Tabellenwerken.

Biegefestigkeit

		$F = q \times l$ 		$F = q \times l$ 	
$M_{bmax} =$	$F \cdot l$ (1.20)	$\frac{F \cdot l}{2}$ (1.21)	$\frac{F \cdot l}{4}$ (1.22)	$\frac{F \cdot l}{8}$ (1.23)	$F \cdot l_1$ (1.24)
C	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{48}$	$\frac{5}{384}$	$\frac{1}{9\sqrt{3}} : C_1 = \frac{1}{3}$

Durchbiegung f:

Oft ist für die Dimensionierung eines Werkstückes nicht allein die Festigkeit, sondern die Verformung zu prüfen, hier also die Durchbiegung f

$$f_{\max} = c \frac{Fl^3}{EI}$$

mit Beiwert c abhängig von der Einspannung und Belastung. Bei Streckenlast q in N/mm² wird

$F = q \cdot l$. Für Biegefall nach Gl. (1.24) ist

$$f = c \frac{Fl^2 l_1}{EI}$$

$$f_1 = c_1 \frac{F(l + l_1)l_1^2}{EI}$$

Knickfestigkeit

Bei schlanken Druckstäben ist noch die Knickgefahr zu berücksichtigen.

Knickspannung σ_k :

Die Knickspannung beträgt

$$\sigma_K = \frac{F_{SK}}{A}$$

hier ist S_k die Knicksicherheit. (Regel: für $\lambda > \lambda_0$; $S_k = 3 \dots 6$; für $\lambda < \lambda_0$; $S_k = 4 \dots 1,75$; S_k mit λ abnehmend.) Darüber hinaus, ist σ_k von der Schlankheit des Stabes abhängig, die durch den Schlankheitsgrad λ gekennzeichnet wird.

Schlankheitsgrad λ

$$\lambda = \frac{l_K}{i_{\min}}$$

Trägheitsradius i

mit der Knicklänge l_k und dem Trägheitsradius

$$i_{\min} = \sqrt{\frac{I_{\min}}{A}}$$

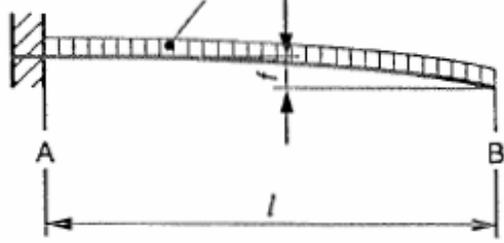
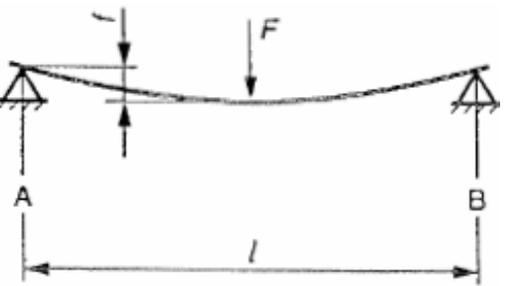
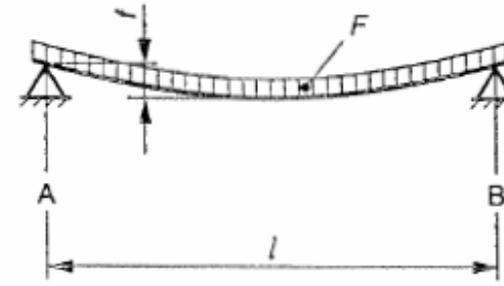
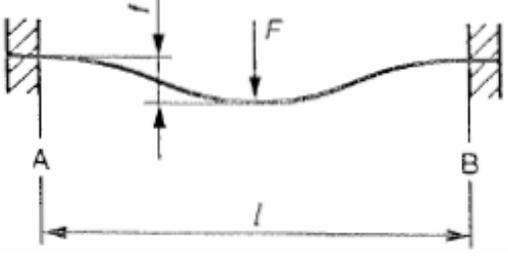
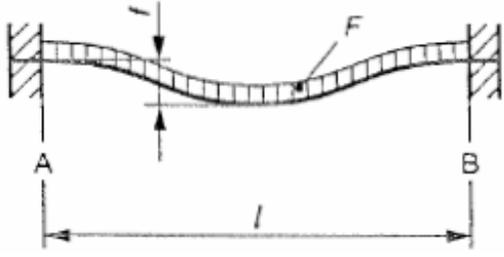
für Rundquerschnitte $i = 0,25 \times d$

Knicklänge l_k :

Für die Rechnung muss zunächst ein Querschnitt geschätzt werden.

Die Knicklänge ist von der Befestigung des Stabes abhängig. Vier Befestigungsfälle sind zu unterscheiden. Die Befestigungsfälle I, III und IV werden auf den Fall II (beidseitig gelenkig) reduziert. Fall II ist der häufigste, weil wirklich starre Befestigungen kaum möglich sind.

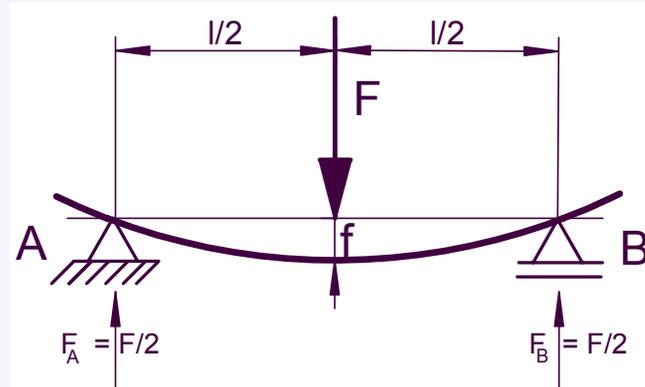
Biegebelastungsfälle

	Belastung durch Einzelkraft	Belastung gleichmäßig verteilt
einseitig eingespannt	 $M_b = F \cdot l$ $f = \frac{F \cdot l^3}{3 \cdot E \cdot I}$ $F_A = F$	 $M_b = \frac{F \cdot l}{2}$ $f = \frac{F \cdot l^3}{8 \cdot E \cdot I}$ $F_A = F$
frei aufliegend	 $M_b = \frac{F \cdot l}{4}$ $f = \frac{F \cdot l^3}{48 \cdot E \cdot I}$ $F_A = F_B = \frac{F}{2}$	 $M_b = \frac{F \cdot l}{8}$ $f = \frac{F \cdot l^3}{384 \cdot E \cdot I}$ $F_A = F_B = \frac{F}{2}$
zweiseitig eingespannt	 $M_b = \frac{F \cdot l}{8}$ $f = \frac{F \cdot l^3}{192 \cdot E \cdot I}$ $F_A = F_B = \frac{F}{2}$	 $M_b = \frac{F \cdot l}{12}$ $f = \frac{5 \cdot F \cdot l^3}{384 \cdot E \cdot I}$ $F_A = F_B = \frac{F}{2}$

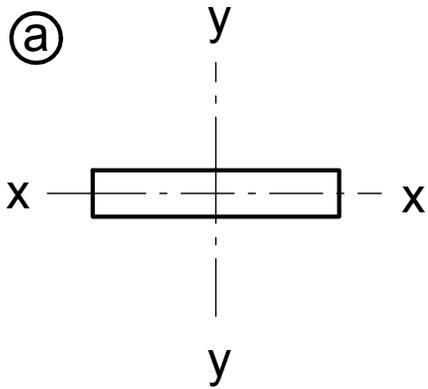
Beispiel 1: Biegebalken

Balken auf zwei Stützen

Einzellast „F“ mittig



$$f = \frac{F \cdot l^3}{48 \cdot E \cdot I}$$



$$h = 1$$

$$b = 10$$

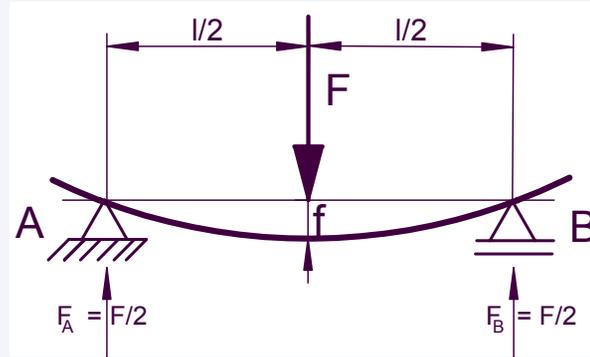
$$I_{X(a)} = \frac{b \cdot h^3}{12}$$
$$= \frac{10 \cdot 1^3}{12}$$

$$f_{(a)} = \frac{F \cdot l^3}{48 \cdot E \cdot I_{X(a)}}$$

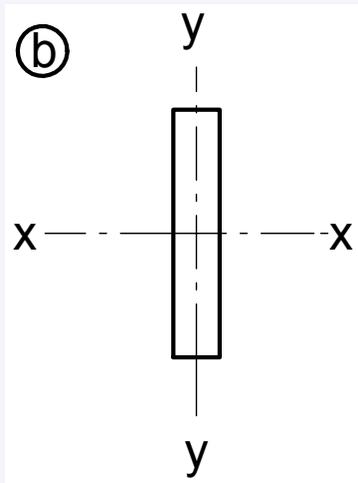
$$= \frac{F \cdot l^3}{48 \cdot E \cdot \frac{10}{12}}$$

Beispiel 1: Biegebalken

Balken auf zwei Stützen
Einzellast „F“ mittig



$$f = \frac{F \cdot l^3}{48 \cdot E \cdot I}$$



$$h = 10$$

$$b = 1$$

$$I_{X_{(b)}} = \frac{b \cdot h^3}{12}$$

$$= \frac{1 \cdot 10^3}{12}$$

$$f_{(b)} = \frac{F \cdot l^3}{48 \cdot E \cdot I_{X_{(b)}}}$$

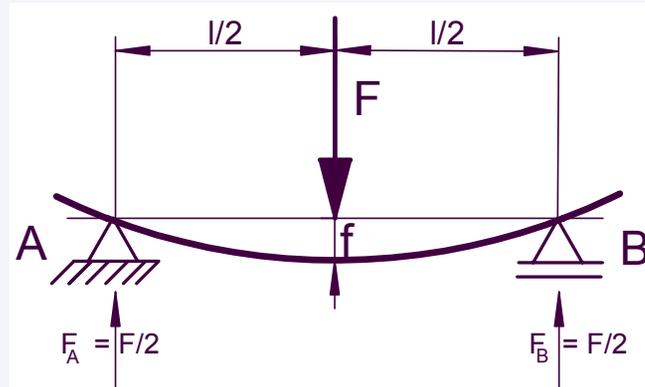
$$= \frac{F \cdot l^3}{48 \cdot E \cdot \frac{1000}{12}}$$

$$\text{Ergebnis: } \frac{f_{(a)}}{f_{(b)}} = \frac{100}{1}$$

Beispiel 2: Biegebalken

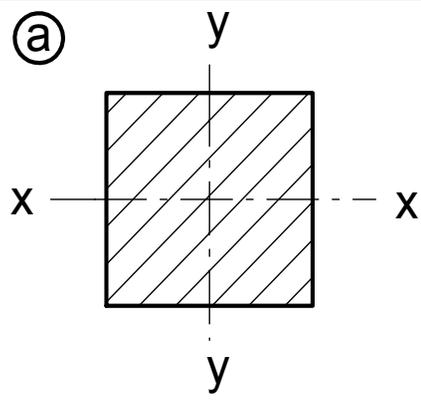
Balken auf zwei Stützen

Einzellast „F“ mittig



$$f = \frac{F \cdot l^3}{48 \cdot E \cdot I}$$

Vollmaterial



$$h = 10$$

$$b = 10$$

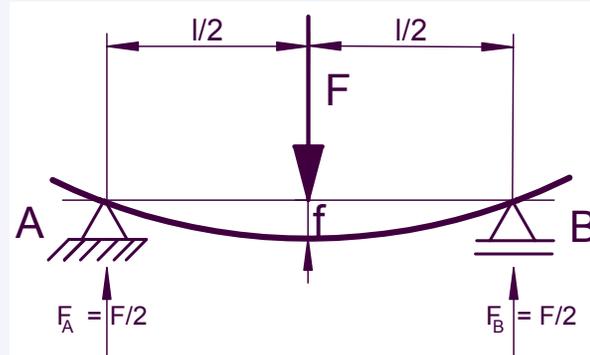
$$\begin{aligned} I_{X(a)} &= \frac{b \cdot h^3}{12} \\ &= \frac{10 \cdot 10^3}{12} \end{aligned}$$

$$f_{(a)} = \frac{F \cdot l^3}{48 \cdot E \cdot I_{X(a)}}$$

$$= \frac{F \cdot l^3}{48 \cdot E \cdot \frac{10}{12}}$$

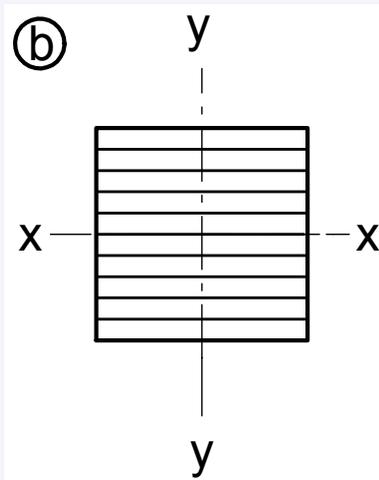
Beispiel 2: Biegebalken

Balken auf zwei Stützen
Einzellast „F“ mittig



$$f = \frac{F \cdot l^3}{48 \cdot E \cdot I}$$

10 Einzelschichten
übereinander



$$h = 1$$

$$b = 10$$

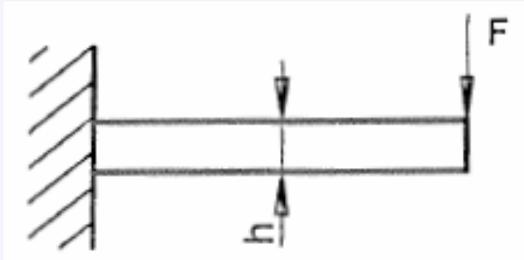
$$\begin{aligned} I_{X_{(b)}} &= 10 \cdot \frac{b \cdot h^3}{12} \\ &= 10 \cdot \frac{10 \cdot 1^3}{12} \end{aligned}$$

$$f_{(b)} = \frac{F \cdot l^3}{48 \cdot E \cdot I_{X_{(b)}}}$$

$$= \frac{F \cdot l^3}{48 \cdot E \cdot \frac{10^2}{12}}$$

$$\text{Ergebnis: } \frac{f_{(a)}}{f_{(b)}} = \frac{1}{100}$$

Träger gleicher Biegespannung



a) am Einspannungsende gilt:

$$\sigma_{b(l)} = \frac{M_b}{W_b} = \frac{F \cdot l}{\frac{b \cdot h^2}{6}}$$

b) am beliebigem Zwischenabstand x gilt:

Breite $b_{(x)}$ an der Stelle x:

$$\frac{b_{(x)}}{b} = \frac{x}{l}$$

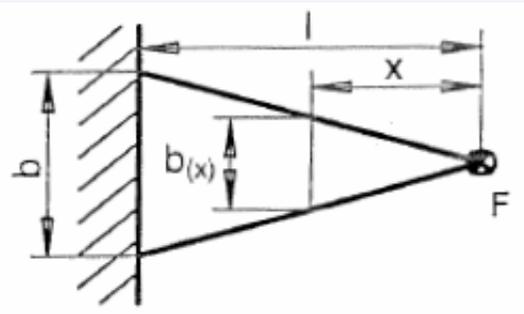
$$\rightarrow b_{(x)} = \frac{x}{l} \cdot b$$

daraus folgt:

$$\sigma_{b(x)} = \frac{M_{b(x)}}{W_{b(x)}} = \frac{F \cdot x}{\frac{b_{(x)} \cdot h^2}{6}} = \frac{F \cdot x}{\frac{x}{l} \cdot b \cdot \frac{h^2}{6}}$$

$$\sigma_{b(x)} = \frac{F}{\frac{1}{l} \cdot \frac{b \cdot h^2}{6}} = \frac{F \cdot l}{b \cdot h^2}$$

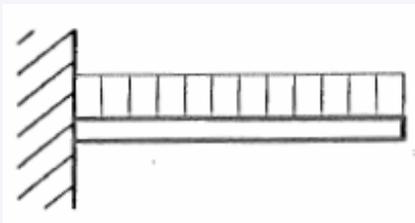
→ d. h. am beliebigen Punkt x herrscht dieselbe Spannung wie am Einspannungsende



M_b



σ_b



Träger gleicher Biegespannung

Federarbeit Dreieckfeder:

$$\sigma = \frac{F \cdot l}{b \cdot h^2} \Rightarrow F = \frac{\sigma \cdot b \cdot h^2}{6 \cdot l}$$

Durchbiegung der Dreiecksfeder:

$$f = \frac{F \cdot l^3}{2 \cdot E \cdot I_0} = \frac{F \cdot l^3}{2 \cdot E \cdot \frac{b \cdot h^3}{12}} \quad V = \frac{b \cdot h \cdot l}{2}$$

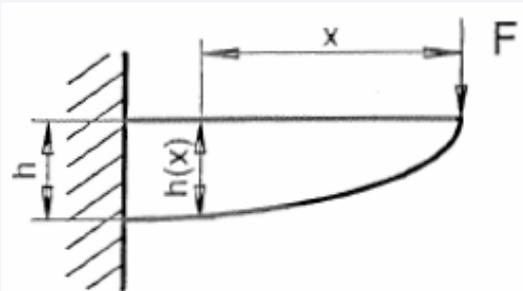
$$W = \frac{1}{2} \cdot F \cdot f = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sigma \cdot b \cdot h^2}{6 \cdot l} \cdot \frac{F \cdot l^3}{2 \cdot E \cdot \frac{b \cdot h^3}{12}}$$

oder umgeschrieben:

$$W = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sigma \cdot b \cdot h^2}{6 \cdot l} \cdot \frac{F \cdot l \cdot l^2}{2 \cdot E \cdot \frac{b \cdot h^2 \cdot h}{2 \cdot 6}}$$
$$= \frac{1}{2} \cdot \sigma^2 \cdot \frac{b \cdot h^2}{6 \cdot l} \cdot \frac{l^2}{2 \cdot E \cdot \frac{h}{2}} = \sigma^2 \cdot \frac{b \cdot h \cdot l}{2 \cdot 6 \cdot l}$$

$$W = \frac{1}{6} \cdot \sigma^2 \cdot \frac{V}{E}$$

Träger gleicher Biegespannung



a) am Einspannende:

$$\sigma_{b(l)} = \frac{M_b}{W_b} = \frac{F \cdot l}{\frac{b \cdot h^2}{6}}$$

b) an der beliebigen Stelle x:

$$\sigma_{b(x)} = \frac{M_{b(x)}}{W_{b(x)}} = \frac{F \cdot x}{\frac{b \cdot h(x)^2}{6}}$$

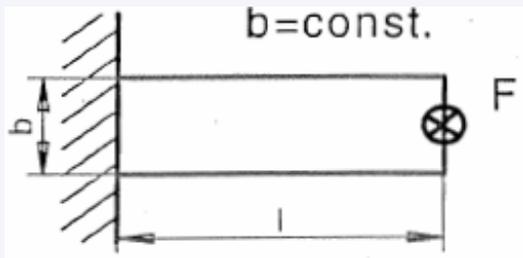
Forderung: $\sigma_{b(l)} = \sigma_{b(x)}$

$$\Rightarrow \frac{F \cdot l}{\frac{b \cdot h^2}{6}} = \frac{F \cdot x}{\frac{b \cdot h(x)^2}{6}} \Rightarrow \frac{l}{h^2} = \frac{x}{h(x)^2}$$

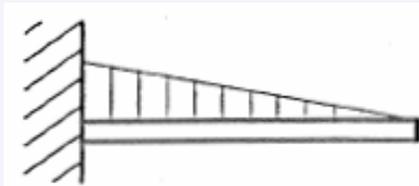
$$\Rightarrow \frac{h(x)^2}{x} = \frac{h^2}{l} \Rightarrow h(x)^2 = h^2 \cdot \frac{x}{l}$$

$$\Rightarrow h(x) = \sqrt{h^2 \cdot \frac{x}{l}}$$

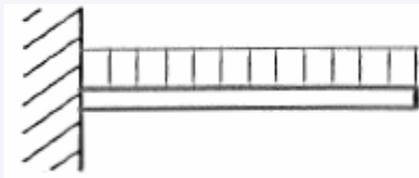
(parabolisch größer werdende Dicke h)



M_b



σ_b



3.4 Abscherfestigkeit

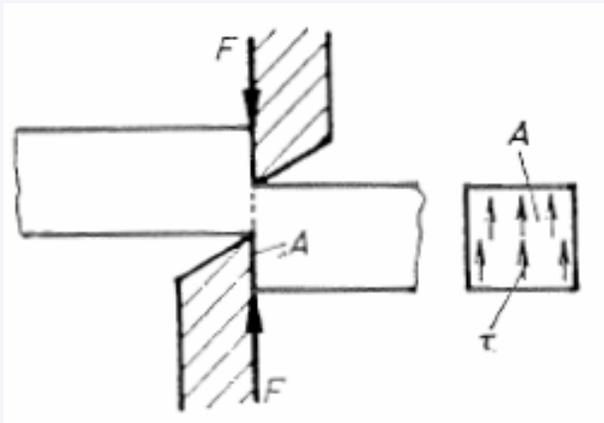


Abscherspannung τ

Schubspannung

$$\tau = \frac{F}{A} \leq \tau_{zul}$$

Bei der Belastung nennt man F oft Querkraft.

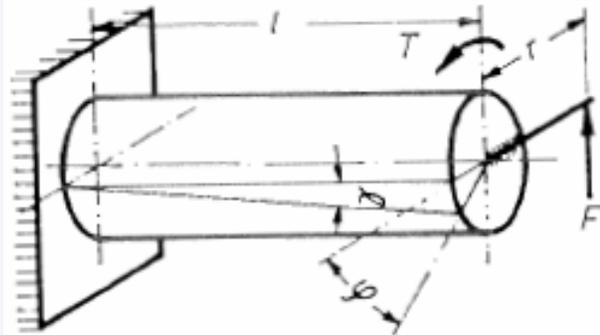


3.5 Verdrehfestigkeit



Verdrehfestigkeit (Torsion)

Torsionsspannung τ_t



Das Drehmoment T ruft im Querschnitt die Torsionsspannung τ_t hervor

$$\tau_t = \frac{T}{W_t} \leq \tau_{tzul}$$

mit Drehmoment T , das aus Umfangskraft F mal Hebelarm r gebildet wird. W_t für Rechteck- und Ellipsenquerschnitte nach Tabellenwerken.

$$T = F \cdot r$$

Verdrehfestigkeit (Torsion)

Verdrehwinkel φ :

Das Torsionswiderstandsmoment W_t ist für verschiedene Querschnitte den Tabellenwerken zu entnehmen. Für die Dimensionierung von Drehstäben sind häufig der Verdrehwinkel φ , und der Verschiebungswinkel γ maßgebend.

$$\gamma = \frac{\tau_t}{G}$$

Gleitmodul G

mit dem Gleitmodul G in N/mm^2 , das Maß für die Verdrehelastizität des Werkstoffes (G nach Tabellenwerken).

$$\varphi = \frac{T \cdot l}{G \cdot I_t} \quad \text{im Bogenmaß}$$

$$\varphi = \frac{180}{\pi} \frac{T \cdot l}{G \cdot I_t} \quad \text{im Gradmaß}$$

Verdrehfestigkeit (Torsion)

Darin ist I_t , das Flächenträgheitsmoment gegen Verdrehung

$$I_t = I_x + I_y$$

(I_t , I_x , I_y aus Tabellen).

I_t wird oft als polares Trägheitsmoment I_p bezeichnet.

→ **Zusammengesetzte Beanspruchung**

Überlagern sich an einem Bauteil mehrere Beanspruchungsarten, so ergeben sich Spannungen, die entweder

- 1) gleiche Richtung haben oder die
- 2) rechtwinklig zueinander verlaufen.

Verdrehfestigkeit (Torsion)

resultierende Spannung

Die Addition erfolgt

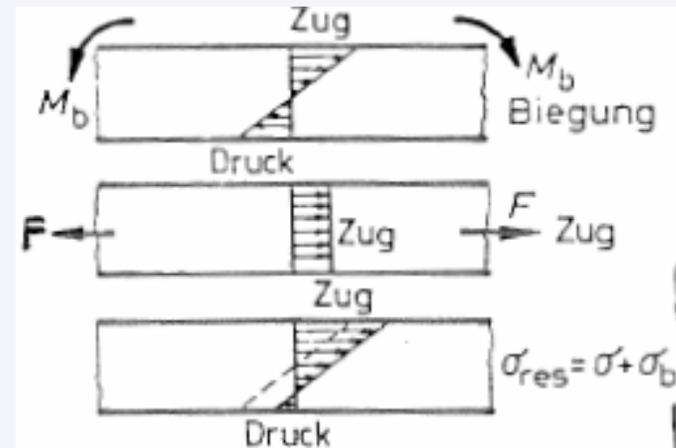
1.) arithmetisch bei gleichgerichteten Spannungen

(resultierende Spannung)

$$\sigma_{res} = \sigma_z + \sigma_b$$

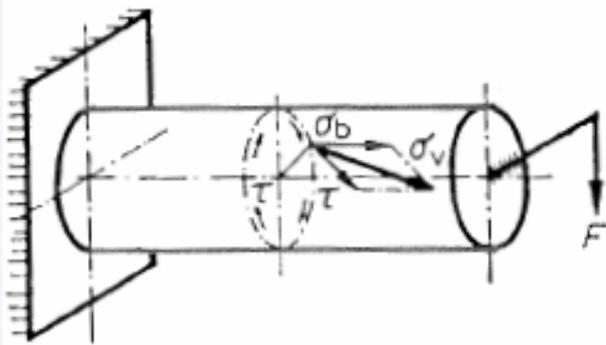
$$\sigma_{res} = \sigma_d + \sigma_b$$

$$\tau_{res} = \tau + \tau_t$$



2.) geometrisch bei rechtwinklig zueinander stehenden Spannungen.

Vergleichsspannung σ_v



Diese geometrische Summe heißt Vergleichsspannung σ_v .

$$\sigma_v = \sqrt{\sigma^2 + (a\tau)^2} \leq \sigma_{zul}$$

Darin können σ und τ schon resultierende Spannungen sein. Man muss also zunächst gleichlaufend Spannungen addieren und damit die Vergleichsspannung bilden.

Verdrehfestigkeit (Torsion)

α kennzeichnet die Empfindlichkeit eines Werkstoffes gegen Schubbelastungen im Verhältnis zur Empfindlichkeit gegen Normalspannungen.

$$a = \frac{\alpha_{zul}}{\tau_{zul}}$$

$$\sigma_v = \sqrt{\sigma^2 + 3(a_0\tau)^2} \leq \sigma_{zul}^2$$

Handelt es sich z. B. um Biegung + Torsion, so sind $\sigma_{b\ zul}$ und $\tau_{t\ zul}$ einzusetzen. Für Stahl kann bei Torsionsbeanspruchung in einer Richtung (statisch) $a = 1$ angenommen werden, für Torsionsbeanspruchung in beiden Richtungen $a = 1,7$ (ebenfalls statisch).

3.6 Spannungen



Definition: Vergleichsspannung

1.) Normalspannungs – Hypothese (NH)

Sie setzt voraus, dass der Bruch senkrecht zur Richtung der größten Normalspannung erfolgt.

Überschreitet diese den Festigkeitskennwert R_m des Werkstoffes, so tritt Bruch ein.

Gilt für spröde Werkstoffe; diese verformen sich bis zum Bruch fast nur elastisch (z.B. Glas, Grauguss).

$$\sigma_V = 0,5 \cdot \left(\sigma + \sqrt{\sigma^2 + 4 \cdot \tau^2} \right) \leq \sigma_{zul}$$

2.) Gestaltänderungsenergie – Hypothese (GEH)

Hier ist die bei Verformung eines elastischen Körperelements gespeicherte Energie das Kriterium.

Überschreitet diese den werkstoffabhängigen Grenzwert, so versagt das Bauteil infolge der plastischen Formänderung.

Definition: Vergleichsspannung

Gilt für duktile (duktil: lat. dehnbar, verformbar) Werkstoffe; bei ihnen ist typisch neben der elastischen Verformung insbesondere eine große plastische Verformung vor dem Bruch (z.B. Baustahl).

$$\sigma_V = \sqrt{\sigma^2 + 3 \cdot \tau^2} \leq \sigma_{zul}$$

3.) Schubspannungs – Hypothese (SH)

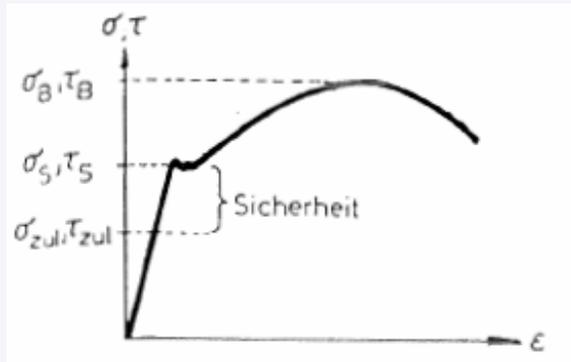
Hier ist das Überschreiten der Gleitfestigkeit durch die größte wirkende Schubspannung maßgebend für das Werkstoffversagen. Gilt für duktile Werkstoffe (s. Pkt. 2) mit ausgeprägter Streckgrenze (z.B. sehr zähe Stähle).

$$\sigma_V = \sqrt{\sigma^2 + 4 \cdot \tau^2} \leq \sigma_{zul}$$

Zulässige Spannungen σ_{zul} , τ_{zul} bei statischer Belastung

zulässige Spannungen σ_{zul} , τ_{zul}

Maßgebend für die zulässige Spannung σ_{zul} sind Streckgrenze σ_S (bei Stahl, Stahlguss, Aluminium, Messing) und die Bruchfestigkeit σ_B (bei spröden Werkstoffen ohne Streckgrenze, wie Gusseisen, Holz, Keramik).



$$\sigma_{zul} = \frac{\sigma_S}{S} \text{ mit Sicherheit } S = 1,5-2$$

$$\sigma_{zul} = \frac{\sigma_B}{S} \text{ mit } S = 2-3$$

Zulässige Spannungen σ_{zul} , τ_{zul} bei statischer Belastung

σ_S , σ_B aus Tabellenwerken für bekanntes σ_B .

Liegen für die zulässigen Druck-, Biege-, Schubspannungen keine Werte vor, dann wird gewählt:

$$\sigma_{d\ zul} \approx \sigma_{zul} \quad \text{für Stahl}$$

$$\sigma_{d\ zul} \approx 2,5\sigma_{zul} \quad \text{für Grauguss}$$

$$\sigma_{d\ zul} \approx 1,2\sigma_{zul} \quad \text{für Stahlguß}$$

p_{zul} nach Tabellenwerken

$$\sigma_{b\ zul} \approx \sigma_{zul} \quad \text{für Stahl, Stahlguß}$$

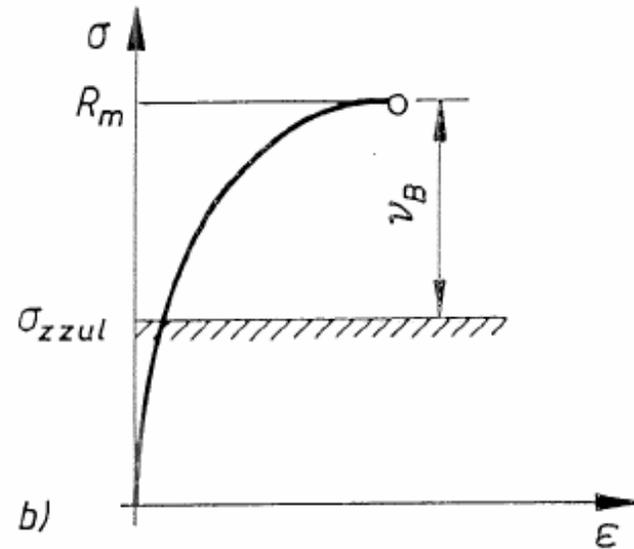
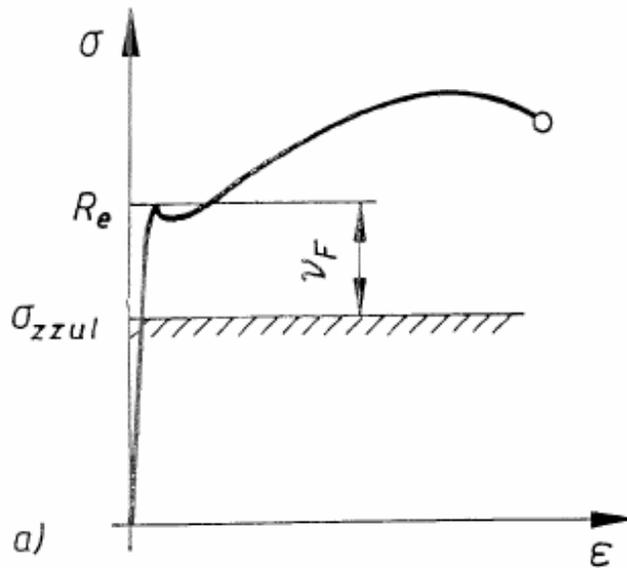
$$\tau_{zul} \approx 0,8\sigma_{zul} \quad \text{für Stahl, Stahlguß}$$

$$\tau_{zul} \approx 0,6\sigma_{zul} \quad \text{für Al, Ms}$$

$$\tau_{zul} \approx 0,6\sigma_{zul} \quad \text{für Al, Ms}$$

$$\tau_{zul} \approx 0,6\sigma_{zul} \quad \text{für Al, Ms}$$

Zulässige Spannungen bei statischer Belastung



Zulässige Spannung bei statischer Beanspruchung (für Entwurfsberechnung)

a) duktile Werkstoffe

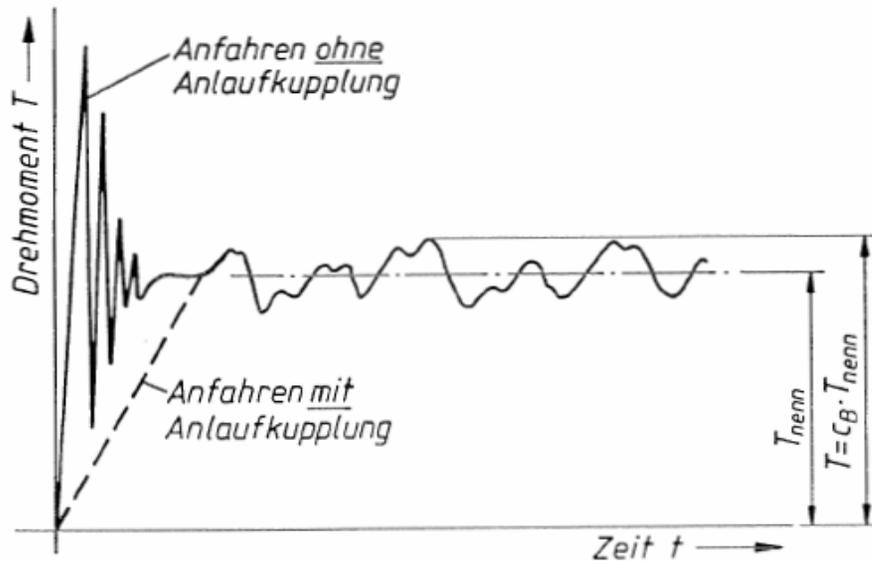
b) spröde Werkstoffe

Zulässige Spannungen bei statischer Belastung

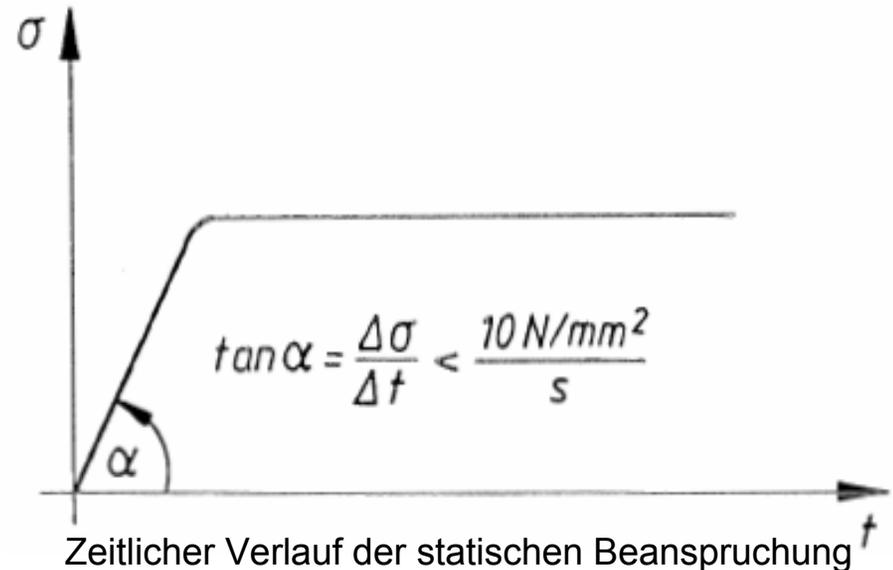
		Werkstoff				
		Duktil (zäh)		spröde		
Beanspruchungsart		St, GS, Cu – Leg.	Al, Al – Leg.	GG	Temperguss	
					weiß	schwarz
Zug		$\sigma_{z\,zul} = \frac{R_e (R_{p0,2})}{v_F}$		$\sigma_{z\,zul} = \frac{R_m}{v_B}$		
Druck	$\sigma_{d\,zul} \approx$	$\sigma_{z\,zul}$	$1,2\sigma_{z\,zul}$	$2,5\sigma_{z\,zul}$	$1,5\sigma_{z\,zul}$	$2\sigma_{z\,zul}$
Biegung	$\sigma_{b\,zul} \approx$	$\sigma_{z\,zul}$	$\sigma_{z\,zul}$	$\sigma_{z\,zul}$	$\sigma_{z\,zul}$	$\sigma_{z\,zul}$
Abscheren	$\tau_{s\,zul} \approx$	$0,8\sigma_{z\,zul}$	$0,8\sigma_{z\,zul}$	$1,2\sigma_{z\,zul}$	$1,2\sigma_{z\,zul}$	$1,2\sigma_{z\,zul}$
Torsion	$\tau_{t\,zul} \approx$	$0,65\sigma_{z\,zul}$	$0,7\sigma_{z\,zul}$	-	-	-

Zulässige Spannung bei statischer Beanspruchung für Überschlagungsrechnungen
(Nährungswerte)

zeitlicher Verlauf des Drehmomentes und der statischen Beanspruchung

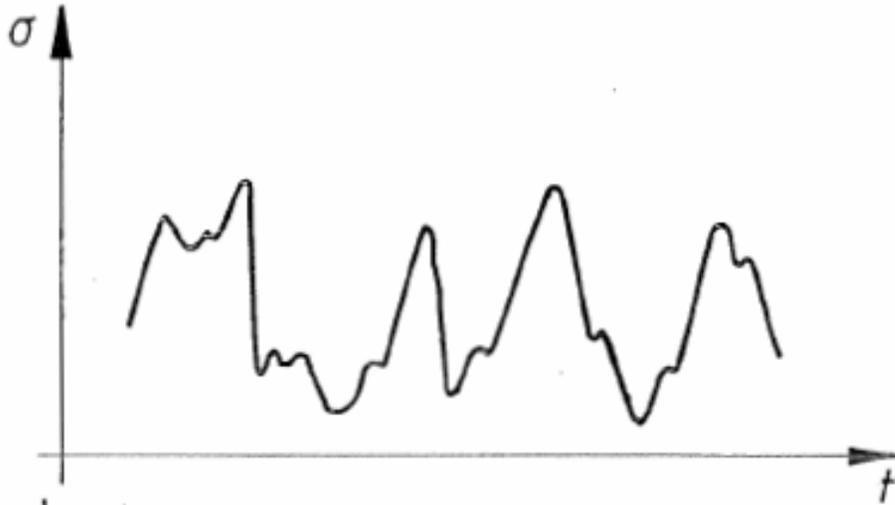


Zeitlicher Verlauf des Drehmomentes der Antriebswelle einer Arbeitsmaschine (schematisch)



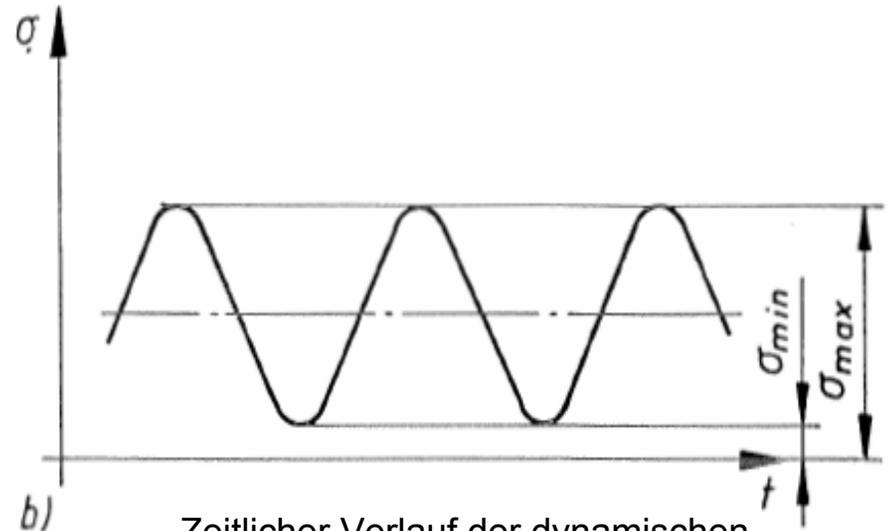
Zeitlicher Verlauf der statischen Beanspruchung

Dynamische Beanspruchung



a) Zeitlicher Verlauf der dynamischen Beanspruchung.

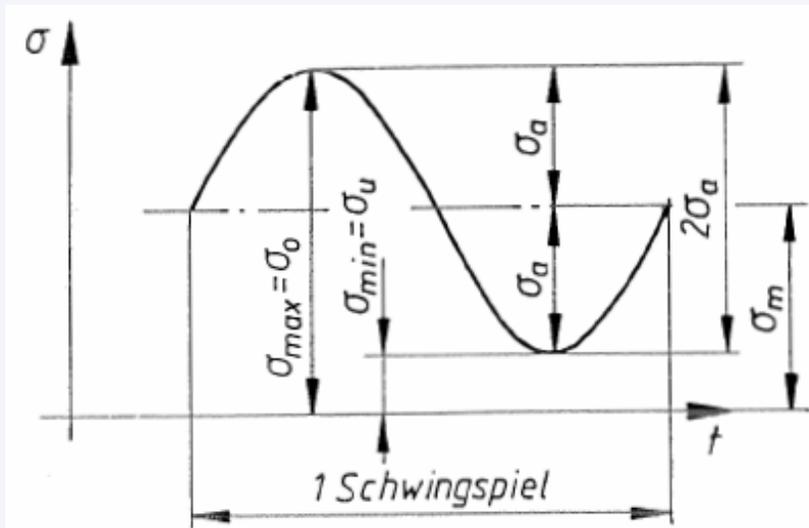
a) allgemein dynamische Beanspruchung



b) Zeitlicher Verlauf der dynamischen Beanspruchung.

b) idealisierte dynamische Beanspruchung

Kenngrößen eines Schwingenspiels



Spannungsamplitude

$$\sigma_a = \sigma_o - \sigma_m$$

oder

$$a = (\sigma_o - \sigma_u) / 2$$

Mittelspannung

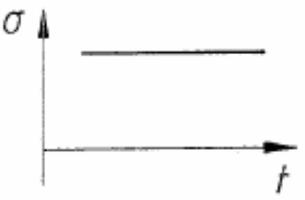
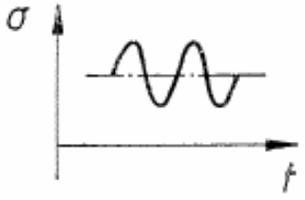
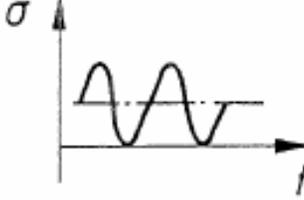
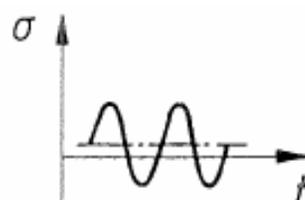
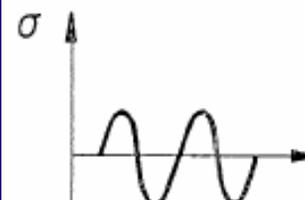
$$\sigma_m = (\sigma_o + \sigma_u) / 2$$

Spannungsverhältnis

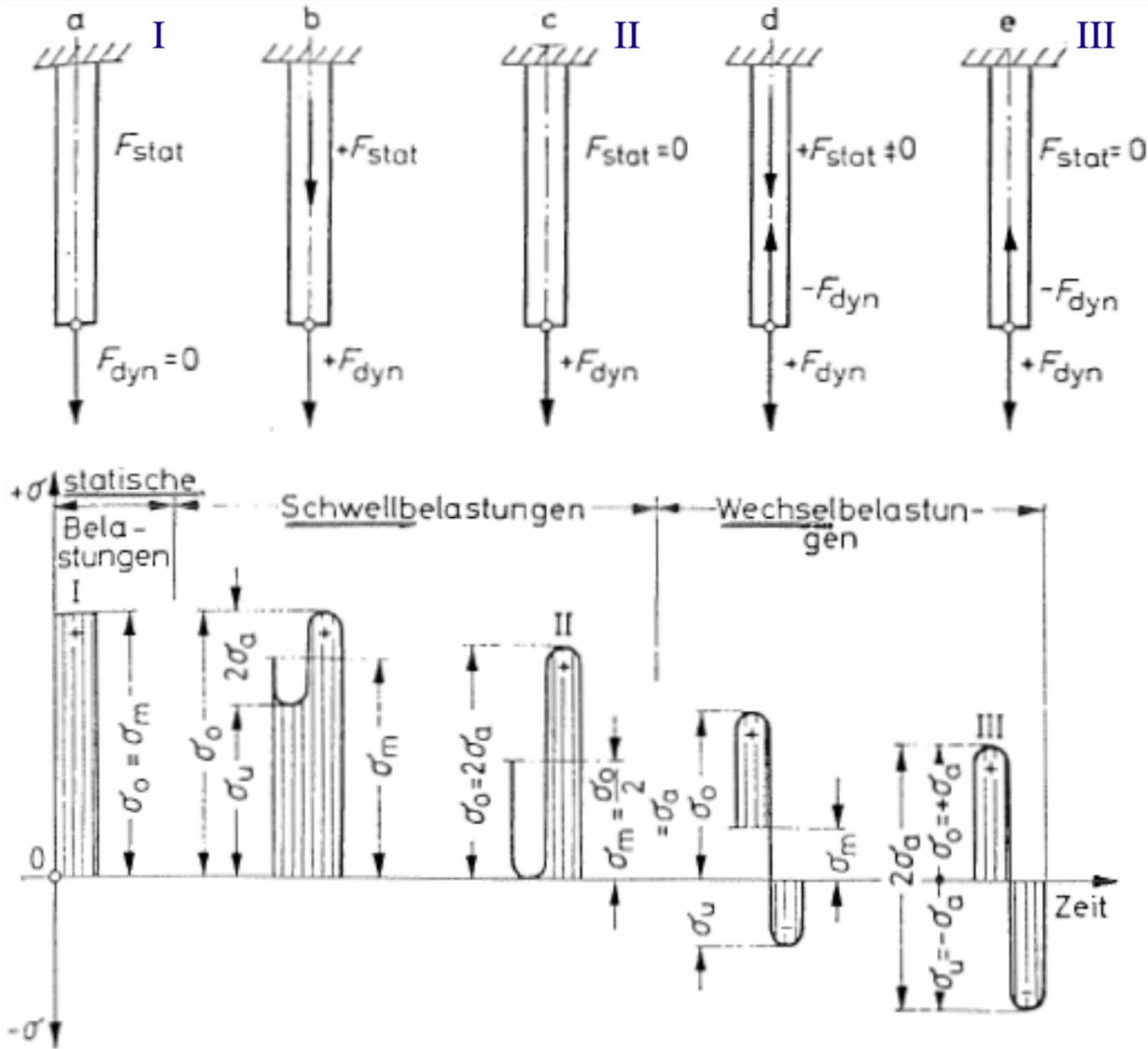
$$\kappa = \sigma_u / \sigma_o$$

Beanspruchungsarten

$$\kappa = \frac{\partial u}{\partial \theta}$$

Beanspruchungsart				
statisch	dynamisch schwellend		dynamisch wechselnd	
Fall I	allgemein	Fall II	allgemein	Fall III
$\kappa = 1$	$1 > \kappa \geq 0$	$\kappa = 0$	$0 > \kappa \geq -1$	$\kappa = -1$
		 rein schwellend		 rein wechselnd
Kenngrößen				
$\sigma_a = 0$ $\sigma_o = \sigma_u = \sigma_m$ $= \sigma = \text{konst.}$	$\sigma_u > 0$ $\sigma_o = \sigma_u + 2\sigma_a$ $\sigma_m = \sigma_u + \sigma_a$	$\sigma_u = 0$ $\sigma_o = 2\sigma_a$ $\sigma_m = \sigma_a + \sigma_o/2$	$\sigma_m > 0$ $\sigma_o = \sigma_m + \sigma_a$ $\sigma_u = \sigma_m - \sigma_u$	$\sigma_m = 0$ $ \sigma_o = \sigma_u = \sigma_m $ $\sigma_u = \sigma_a$

Dauerbeanspruchung bei Zug und Zugdruck



Arten der Dauerbeanspruchung bei Zug und Zugdruck; zeitlicher Verlauf der Spannungen

Dauerbeanspruchung bei Zug und Zugdruck

Ruhegrad

$$\frac{\sigma_m}{\sigma_o} = 1$$

Unterspannung

$$\sigma_u = \frac{F_{stat}}{A}$$

$$\sigma_u = 0$$

$$\frac{\sigma_m}{\sigma_o} = 0,5$$

$$\sigma_o = \frac{F_{stat} + F_{dyn}}{A}$$

$$\sigma_u = \frac{F_{stat} - F_{dyn}}{A}$$

$$\sigma_m = 0$$

$$\frac{\sigma_m}{\sigma_o} = 0$$

Ausschlagspannung

$$\sigma_a = \frac{1}{2} \cdot \frac{F_{dyn}}{A}$$

$$\sigma_m = \sigma_a$$

$$\sigma_a = \frac{\sigma_o + \sigma_u}{2}$$

Oberspannung

$$\sigma_o = \sigma_u + 2 \cdot \sigma_a$$

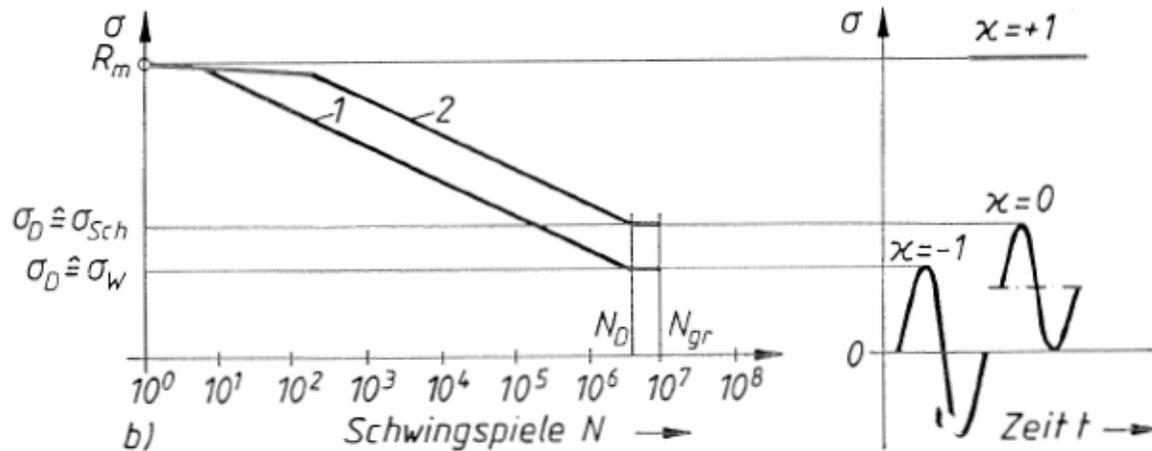
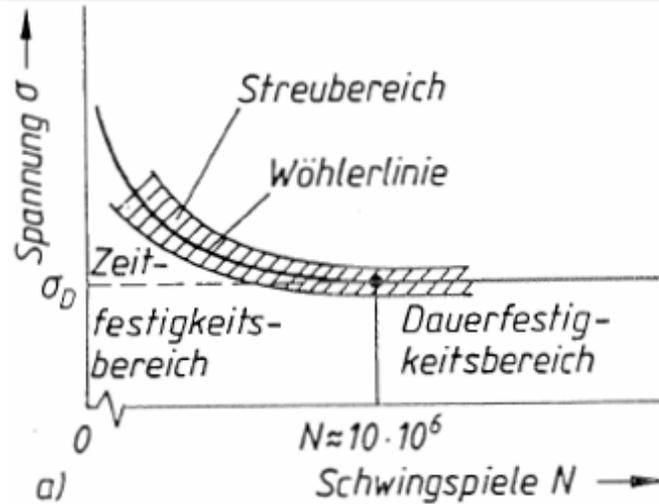
$$\sigma_m = \frac{\sigma_o + \sigma_u}{2}$$

Mittelspannung

$$\sigma_m = \frac{\sigma_o + \sigma_u}{2}$$

- a) ruhend (Belastungsfall I)
- b) schwellend mit Vorspannung
- c) rein schwellend (Belastungsfall II)
- d) wechselnd mit Vorspannung
- e) rein wechselnd (Belastungsfall III)

Wöhlerlinie



Wöhlerlinie (Grenzspannungslinie) für Stahl (schematisch)

a) in linear-,

b) in logarithmisch geteilter Darstellung

1) Wechsel-,

2) Schwellfestigkeit

3.7 Dauerfestigkeit



Dauerfestigkeitsarten

	Dauerfestigkeit, unterschieden nach Art der...
Spannung	<pre> graph TD sigma_D[sigma_D] --- sigma_zD[sigma_zD] sigma_D --- sigma_dD[sigma_dD] sigma_D --- tau_D[tau_D] sigma_zD --- sigma_zSch[sigma_zSch] sigma_zD --- sigma_z_dW[sigma_z,dW] sigma_dD --- sigma_dSch[sigma_dSch] tau_D --- sigma_bD[sigma_bD] tau_D --- tau_tD[tau_tD] sigma_bD --- sigma_bSch[sigma_bSch] sigma_bD --- sigma_bW[sigma_bW] tau_tD --- tau_tSch[tau_tSch] tau_tD --- tau_tW[tau_tW] </pre>
Beanspruchung	
Belastung	

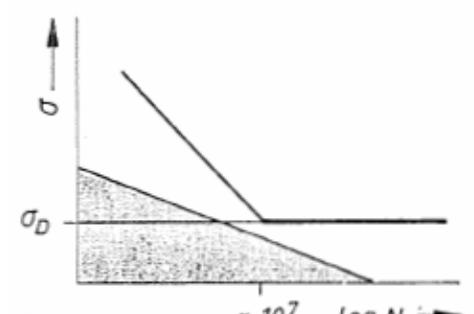
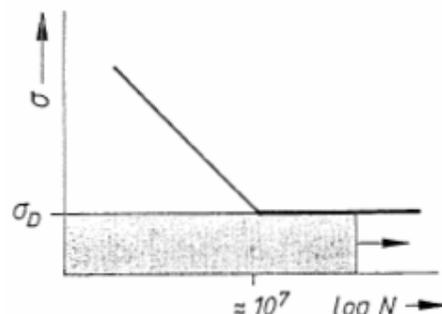
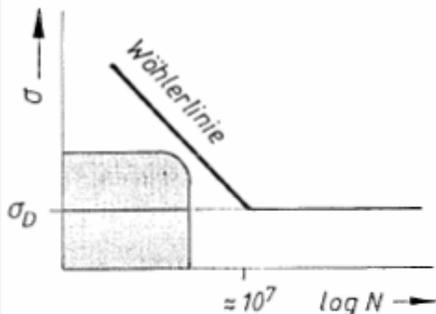
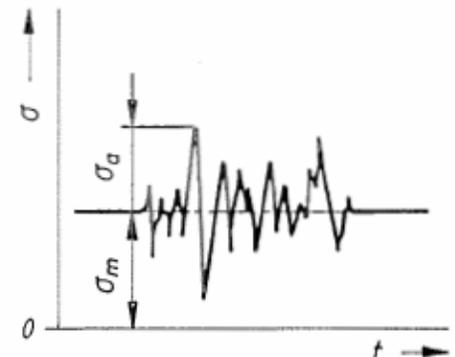
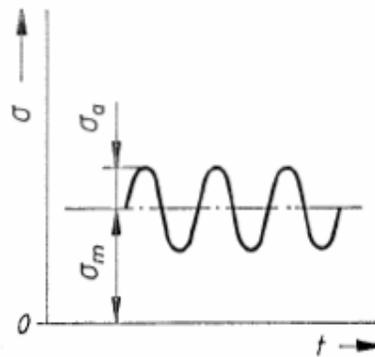
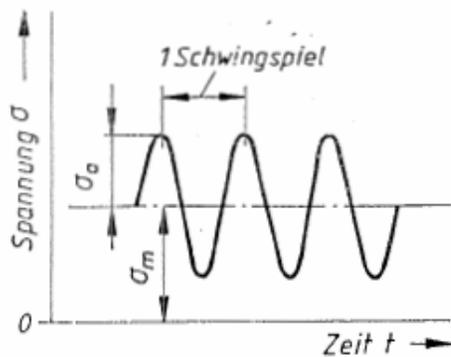
Arten der Schwingfestigkeit

Schwingfestigkeit

Zeitfestigkeit

Dauerfestigkeit

Betriebsfestigkeit



 Beanspruchungsverteilung
 (Häufigkeitsverteilung)

 Bemessungskriterium

a) Zeitfestigkeit

b) Dauerfestigkeit

c) Betriebsfestigkeit

Dauerfestigkeit

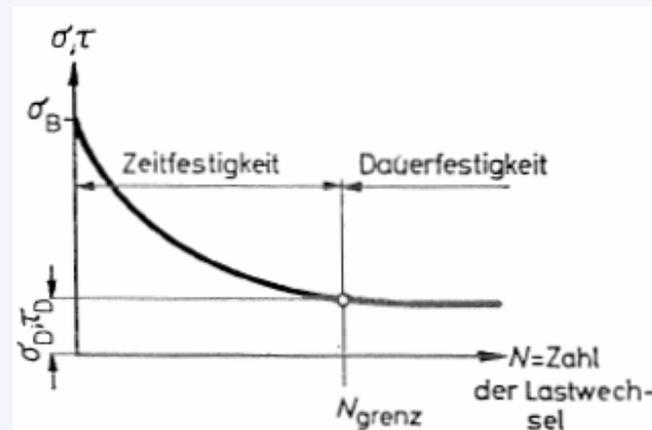
Die für die statische Belastung wichtige Streck- oder Bruchgrenze ist nicht mehr maßgebend, wenn ein Bauteil dynamisch beansprucht wird (z. B. Wellen, Zahnräder, Federn). Hier entscheidet die Dauerfestigkeit, die für verschiedene Werkstoffe im Dauerschwingversuch ermittelt wird. Man zählt die Anzahl der Lastwechsel bis zum Dauerbruch. Je kleiner die Höchstbelastung während eines Lastwechsels, desto größer ist die mögliche Lastspielzahl N .

Die Dauerfestigkeit σ_D, τ_D ist die größte Spannung, die ein glatter polierter Stab bei dynamischer Belastung beliebig lange ohne Bruch aushält.

Dauerfestigkeit (dynamische Belastung)

Wöhlerkurve

Diese Zusammenhänge stellt die sog. Wöhlerkurve im Spannungs-Lastwechsel-Diagramm dar. Die DIN-Norm empfiehlt eine metrisch geteilte Ordinate für den Spannungsausschlag und eine logarithmisch geteilte Abszisse für die Lastspielzahl.



Ausschlagfestigkeit σ_A, τ_A

Ein weiterer wesentlicher Begriff für die Dauerfestigkeit ist die Ausschlagfestigkeit. Die Ausschlagfestigkeit (σ_A, τ_A) ist die höchste Ausschlagspannung, die ein glatter polierter Stab um eine ruhend gedachte Mittelspannung (σ_m, τ_m) nach beiden Seiten beliebig lange ohne Bruch ertragen kann.

$$\sigma_D = \sigma_m \pm \sigma_A \geq \sigma_m + \sigma_A = \sigma_{\max}$$

Dauerfestigkeit (dynamische Belastung)

ruhende, schwellende, wechselnde Belastung

Eine Belastung kann ruhend (statisch), schwellend oder wechselnd sein, gleichgültig, um welche der Belastungsarten (Zug, Druck, Biegung, Abscheren, Verdrehung) es sich handelt. Es werden bezeichnet: ruhende Belastung ohne Index, schwellende mit Index sch, wechselnde mit Index w. Eine vorhandene Biegeschwellspannung ist also mit $\sigma_{b\ sch}$ zu bezeichnen.

Die werkstoffeigenen Festigkeitswerte für ruhende, schwellende und wechselnde Belastung werden mit gleichen Indizes, jedoch großen Anfangsbuchstaben gekennzeichnet. Die Verdrehwechselfestigkeit eines Werkstoffes heißt also τ_{tW} .

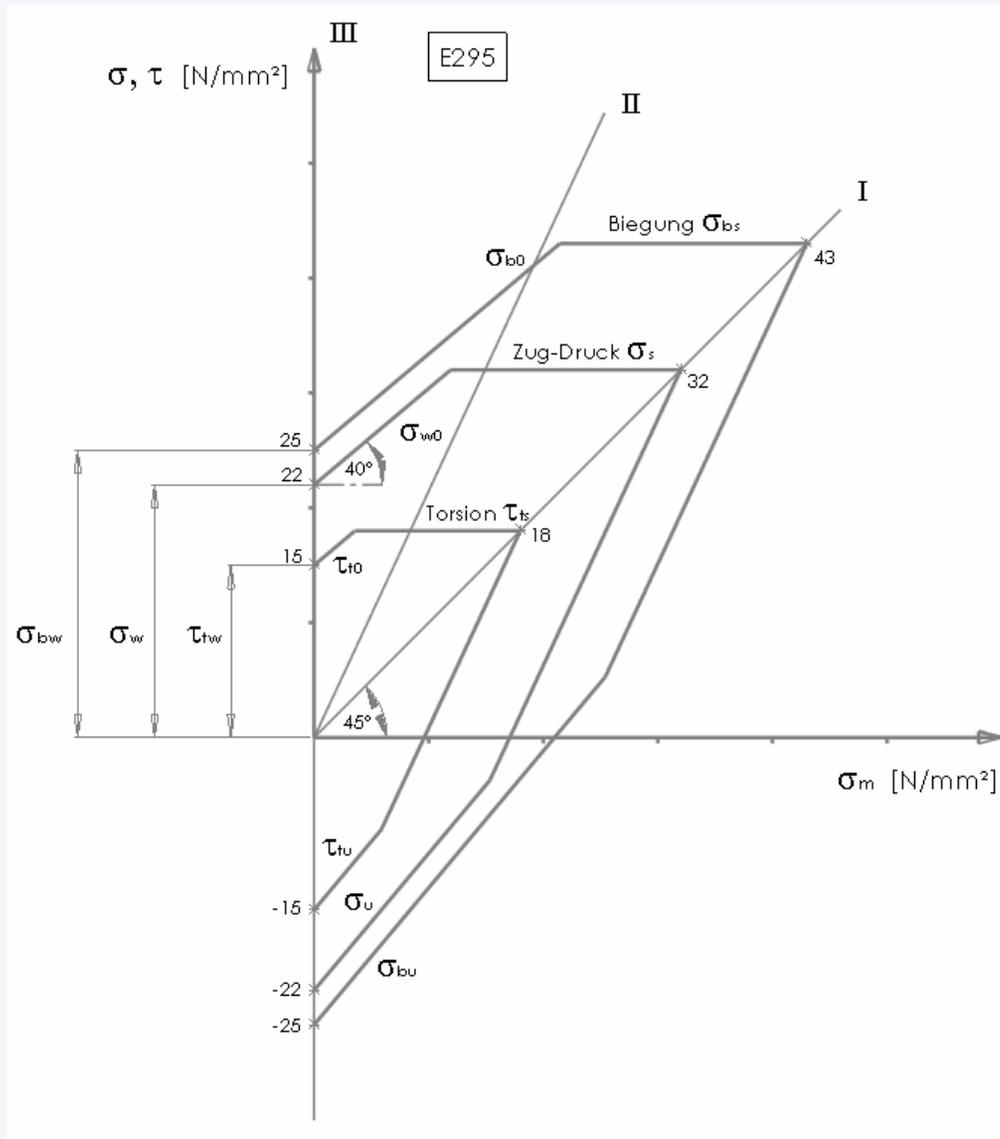
Das Beispiel eines Zugstabes auf den folgenden Folien zeigt die einzelnen Spannungsgrößen, die Belastungsfälle I, II, III und ihre allgemeinen Zwischenstufen.

Schaubild nach Smith

Die Dauerfestigkeitsschaubilder geben den Zusammenhang zwischen vorhandener Mittelspannung σ_m und der zugehörigen werkstoffabhängigen Ausschlagspannung σ_A für die Beanspruchungsarten (Zug, Druck, Biegung, Torsion) anschaulich wieder. Im allgemeinen Maschinenbau sind die Schaubilder nach Smith am gebräuchlichsten. Aus ihnen lassen sich also die Schwell-, Wechsel- und die Ausschlagfestigkeit bei vorliegender Mittelspannung für jede der Beanspruchungsarten ermitteln.

Der Aufbau dieser Schaubilder geschieht folgendermaßen: die Streckgrenzen σ_S , σ_{bS} und τ_{tS} werden als Parallele zur Abszisse angetragen. Ausgehend von den Wechselfestigkeitswerten σ_W , σ_{bW} und τ_{tW} auf der Ordinate, werden die Oberspannungslinien σ_O , σ_{bO} und τ_{tO} unter 40° von der Wechselfestigkeit angetragen. $\sigma_O = \sigma_m + \sigma_A$. Die Kurve für die Unterspannung $\sigma_u = \sigma_m - \sigma_A$ entsteht durch Spiegelung der σ_O – Kurve an der unter 45° geneigten σ_m – Linie. Diese Spiegelung ist parallel zur Ordinate durchzuführen.

Dauerfestigkeitsschaubilder (werkstoffeigene Festigkeitswerte)



zulässige Spannungen

Die Festigkeitswerte aus den Dauerfestigkeitsschaubildern erfassen nicht die Einflüsse von Bauteilgröße, Oberflächenbeschaffenheit, Stoßbelastungen, Kerbwirkungen und sonstigen rechnerisch nicht bestimmbareren Einflüssen, die durch einen Sicherheitszuschlag berücksichtigt werden.

Größeneinfluss b_1

Der Größeneinfluss b_1 (nur bei Biegung und Torsion) ist das Verhältnis von σ_A des zu berechnenden Querschnittes zu σ_A des Normprobestabes ($d \leq 15$ mm Durchmesser).

$$b_1 = \frac{\sigma_A \text{ zu berechn. Querschnitt}}{\sigma_A \text{ Normprobestab}} \leq 1$$

Werte b_1 aus Tabellenwerken.

Oberflächeneinfluss b_2

Der Oberflächeneinfluss b_2 ist das Verhältnis der Ausschlagfestigkeit σ_A der gegebenen Oberfläche zu σ_A des polierten Probestabes gleicher Abmessung.

Zulässige Spannungen bei dynamischer Belastung

$$b_2 = \frac{\sigma_A \text{ geg. Oberfläche}}{\sigma_A \text{ polierte Oberfläche}} \leq 1$$

Werte b_2 aus Tabellen für Normalspannungen.

Für Torsion b_{2t} aus

$$b_{2t} = 0,5 \cdot (1 + b_2)$$

Stoßfaktor φ

Stöße und Erschütterungen werden durch den Stoßfaktor φ nach Tabelle berücksichtigt.

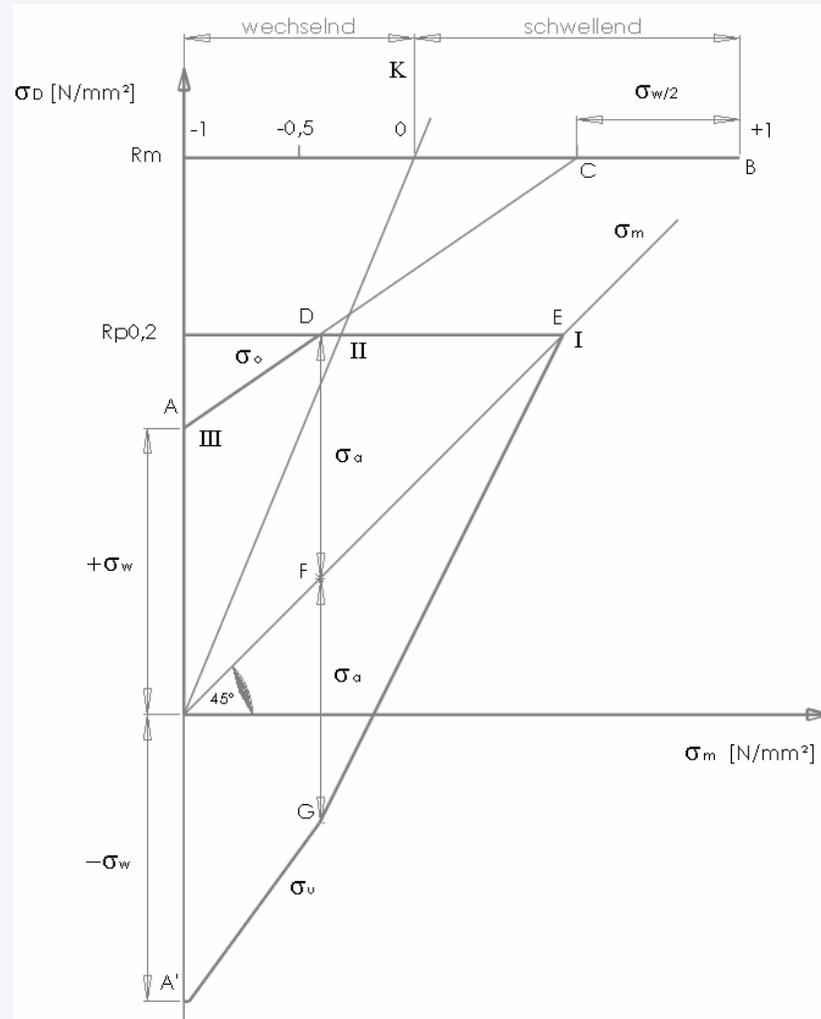
Kerbwirkungen

Sind durch die konstruktive Ausbildung Kerben im Bauteil vorhanden (z. B. Wellenabsätze, Nuten, Schweißnähte, Löcher usw.), so wird deren Einfluss durch die Kerbwirkungszahl β berücksichtigt (β aus Tabellenwerken).

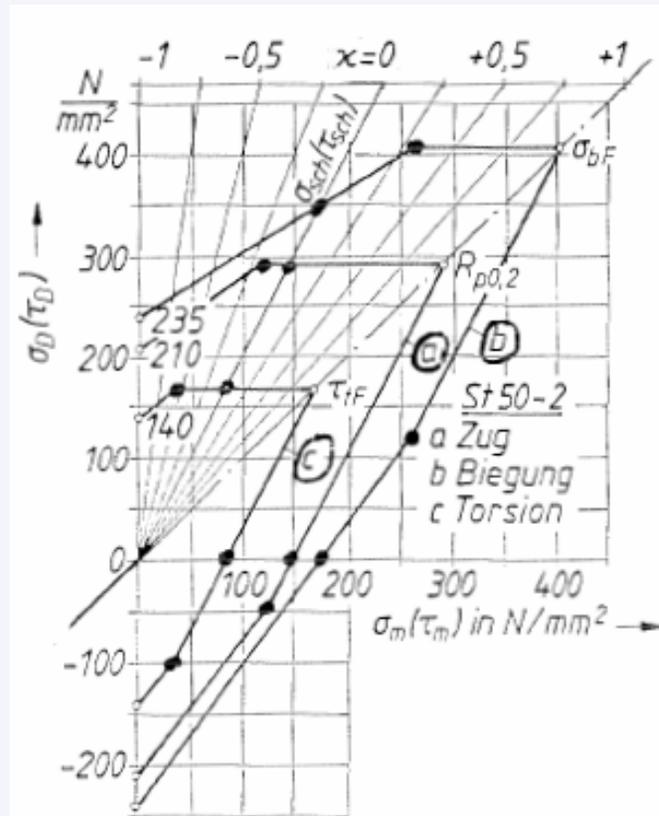
Dauerfestigkeitsschaubild

$$K = \frac{\delta_u}{\delta_o}$$

Konstruktion der DFK's für
Zug/Druck-Beanspruchung

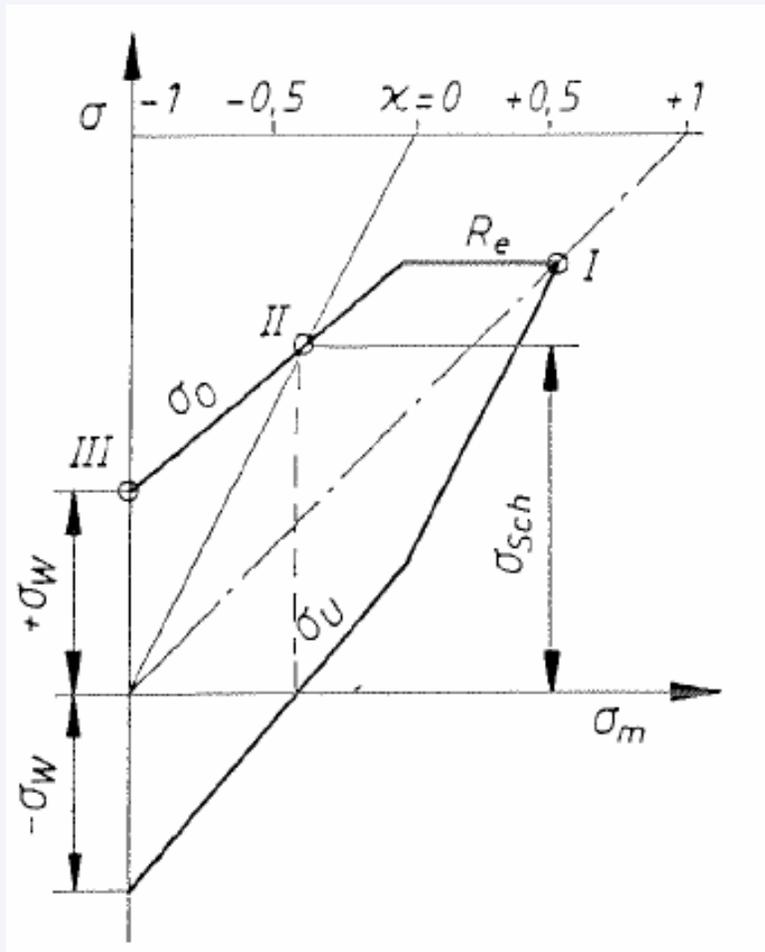


Dauerfestigkeitsschaubild

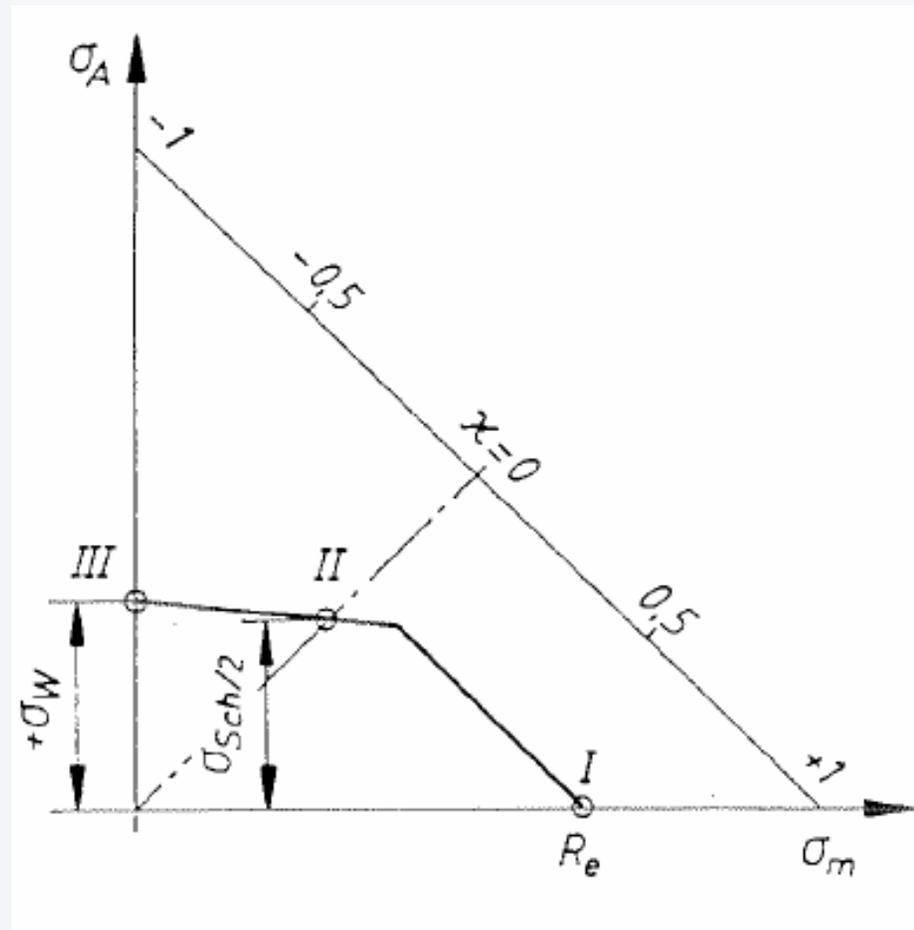


DFK – Schaubild für St 50-2,
ermittelt mit den Verhältnisswerten
 K_1, K_2 nach TB 3-1

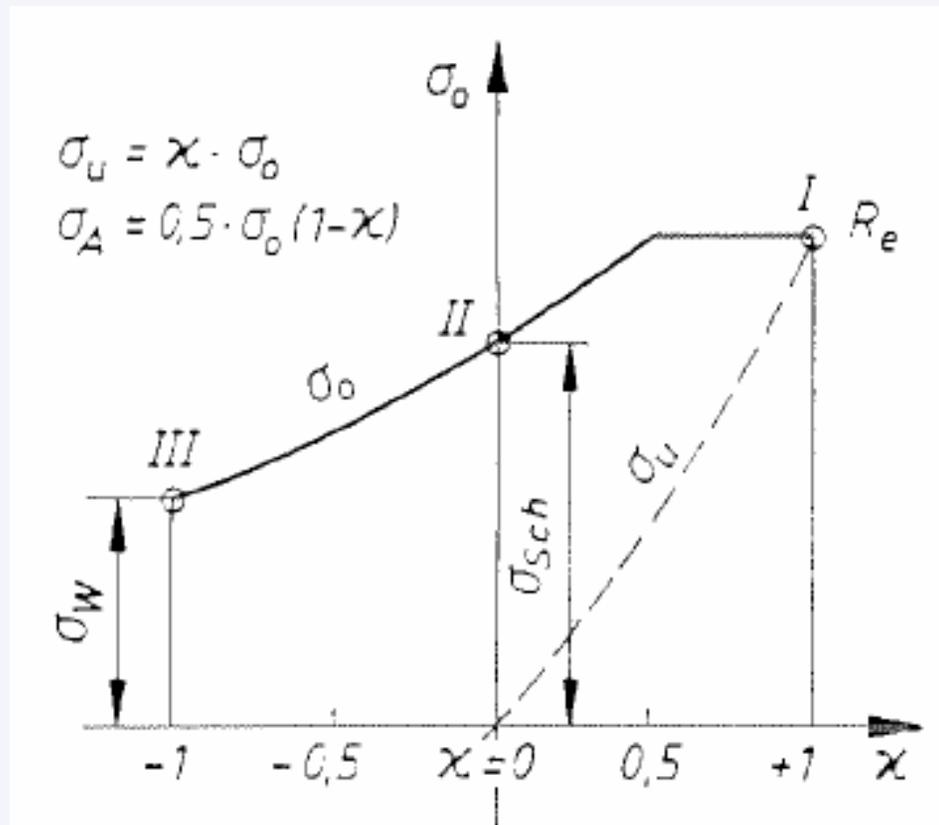
Dauerfestigkeitsschaubild nach Smith



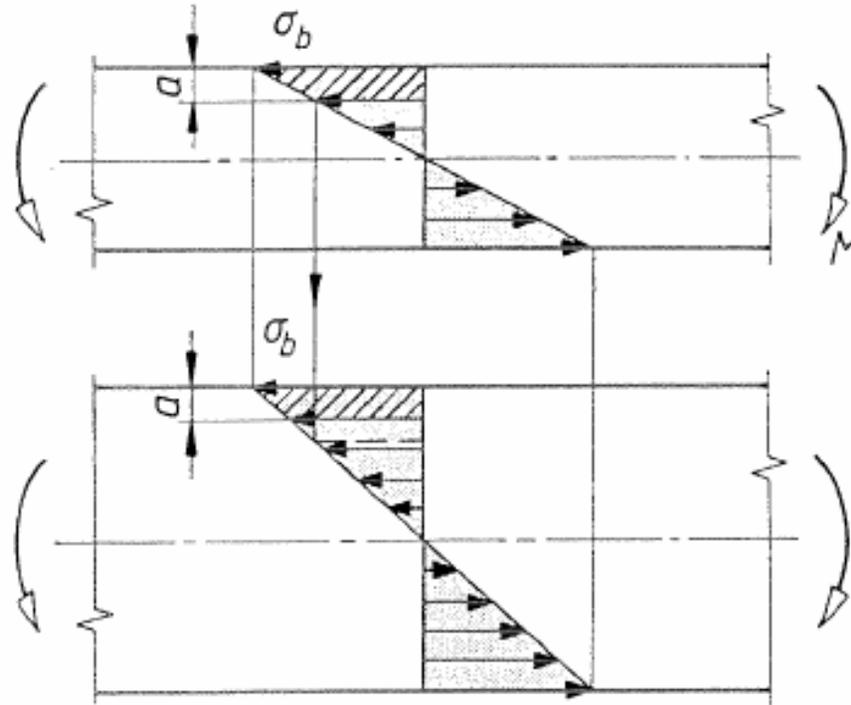
Dauerfestigkeitsschaubild nach Haigh



Dauerfestigkeitsschaubild nach Moore – Kommers – Jasper

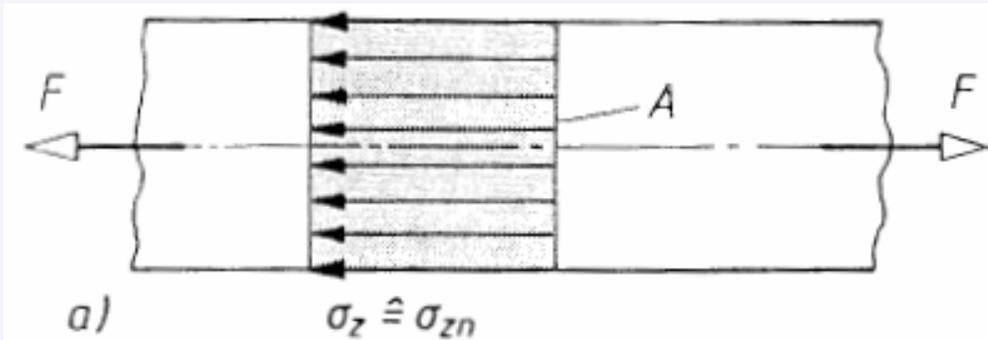


Spannungsgefälle

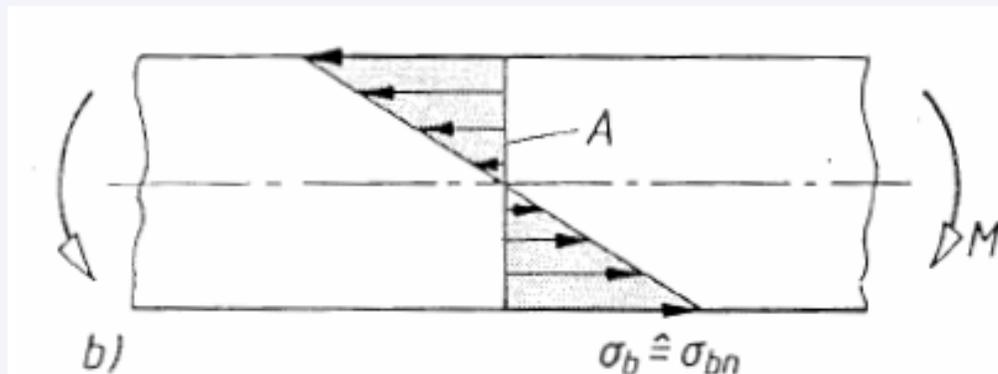


Spannungsgefälle bei biegebeanspruchten Rundstäben
mit verschiedenen Durchmessern

Spannungsverteilung im nicht gekerbten Bauteil

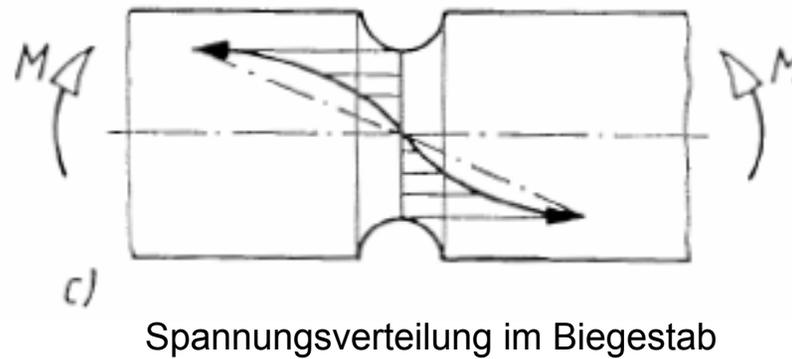
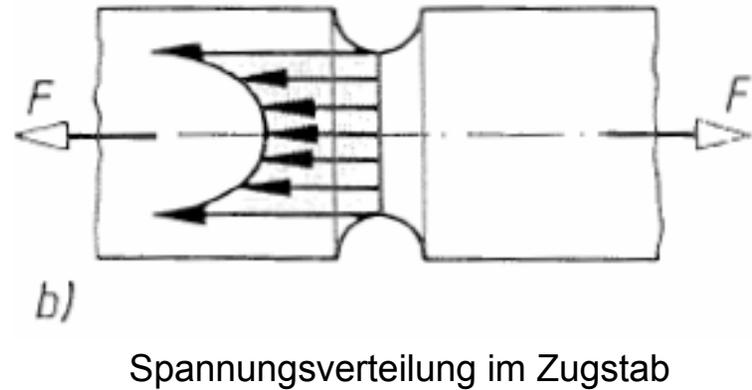
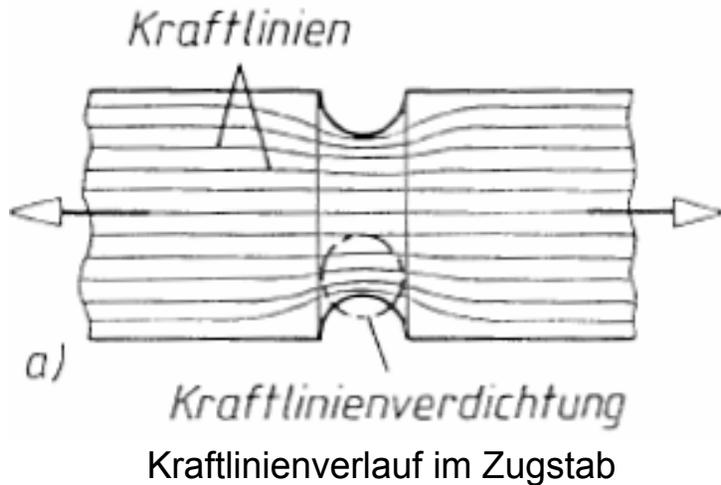


Nennspannung bei Zugbeanspruchung

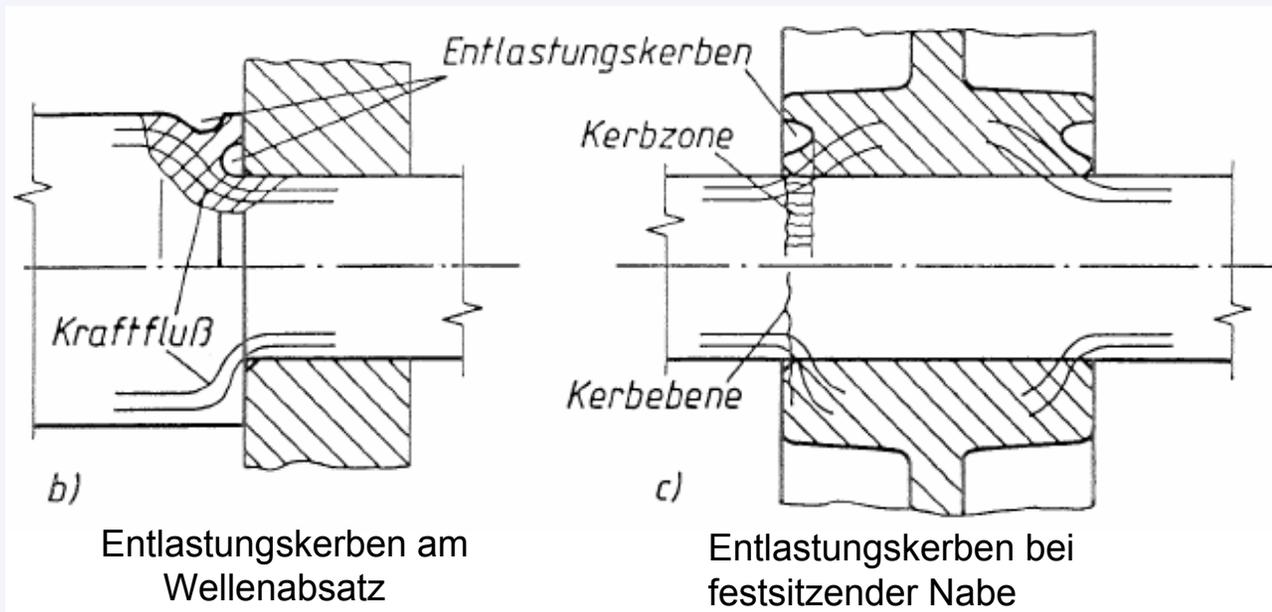
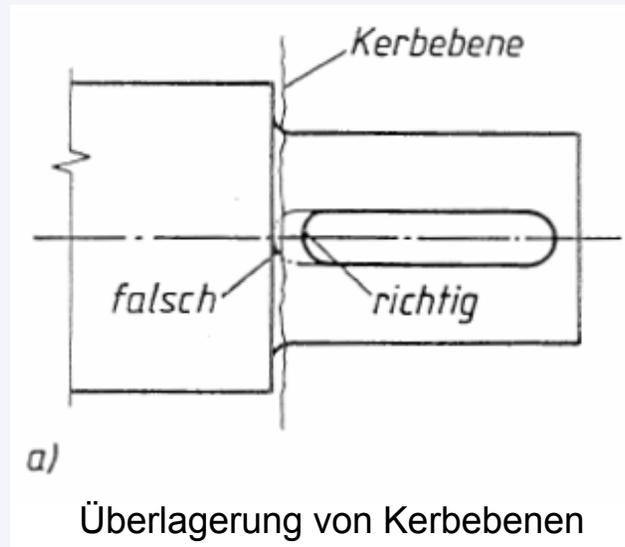


Nennspannung bei Biegebeanspruchung

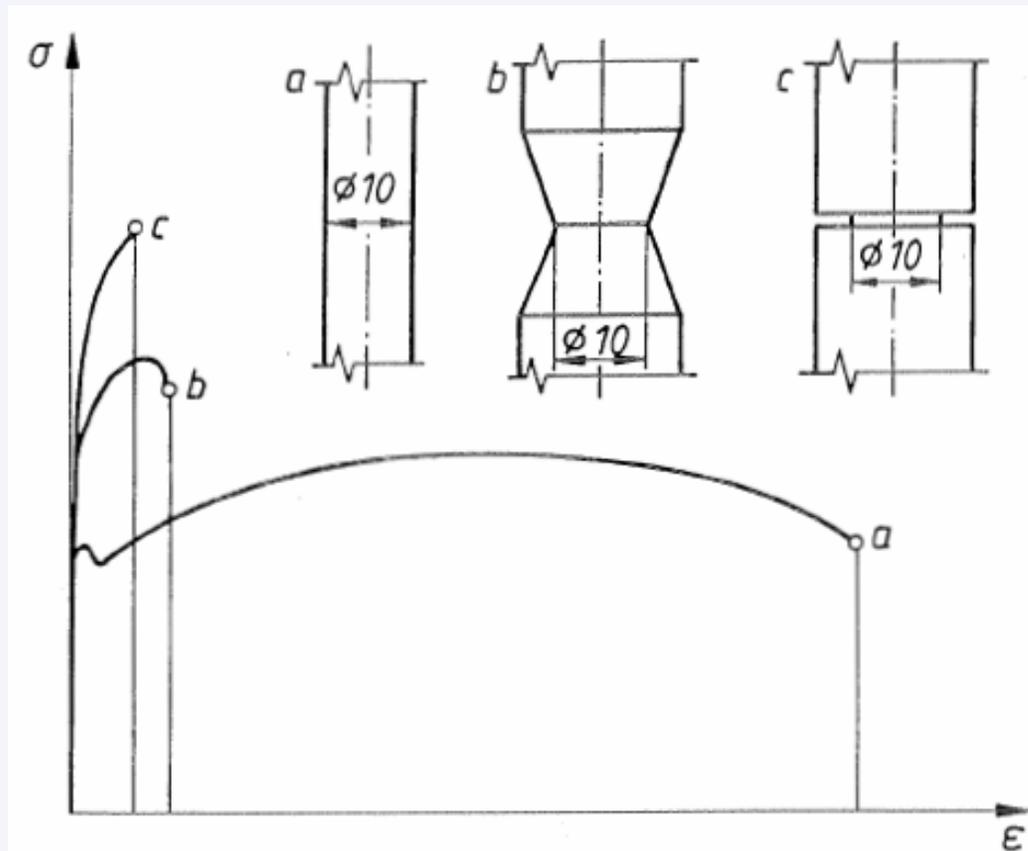
Spannungsverteilung im gekerbten Bauteil



Gestaltung und Kerbwirkung

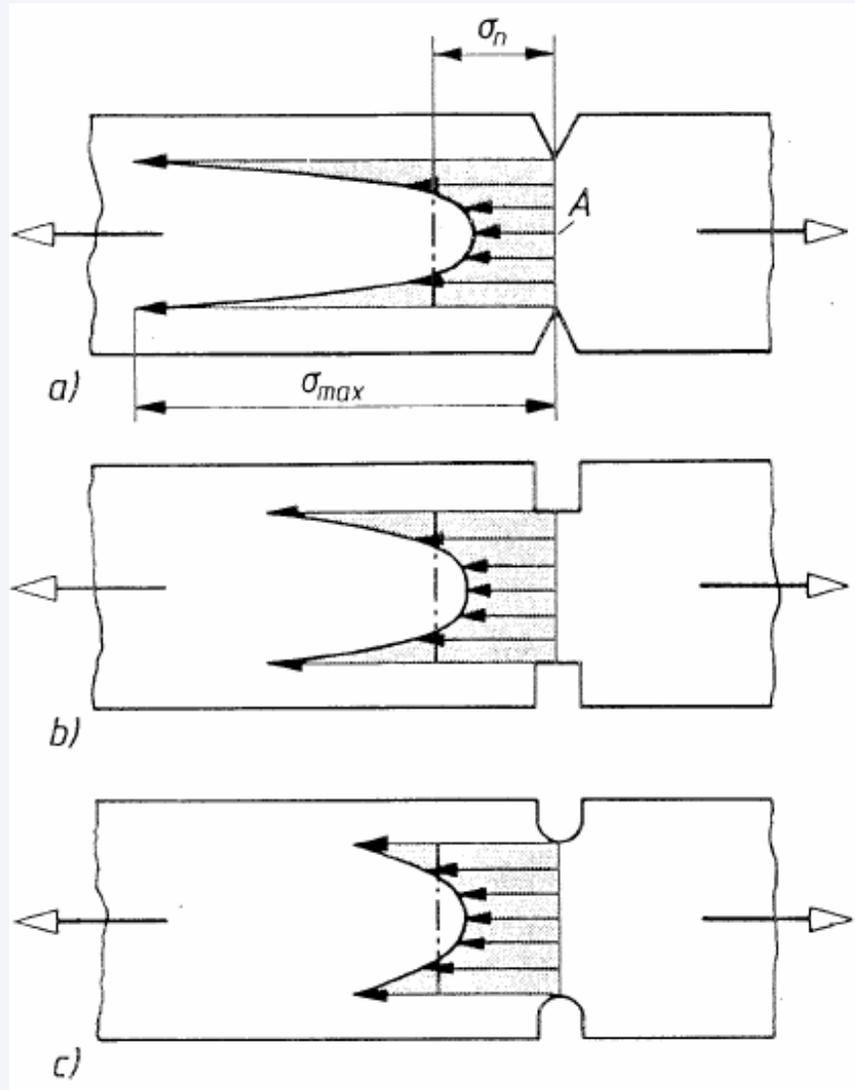


Spannungs-Dehnungsdiagramm-Verlauf

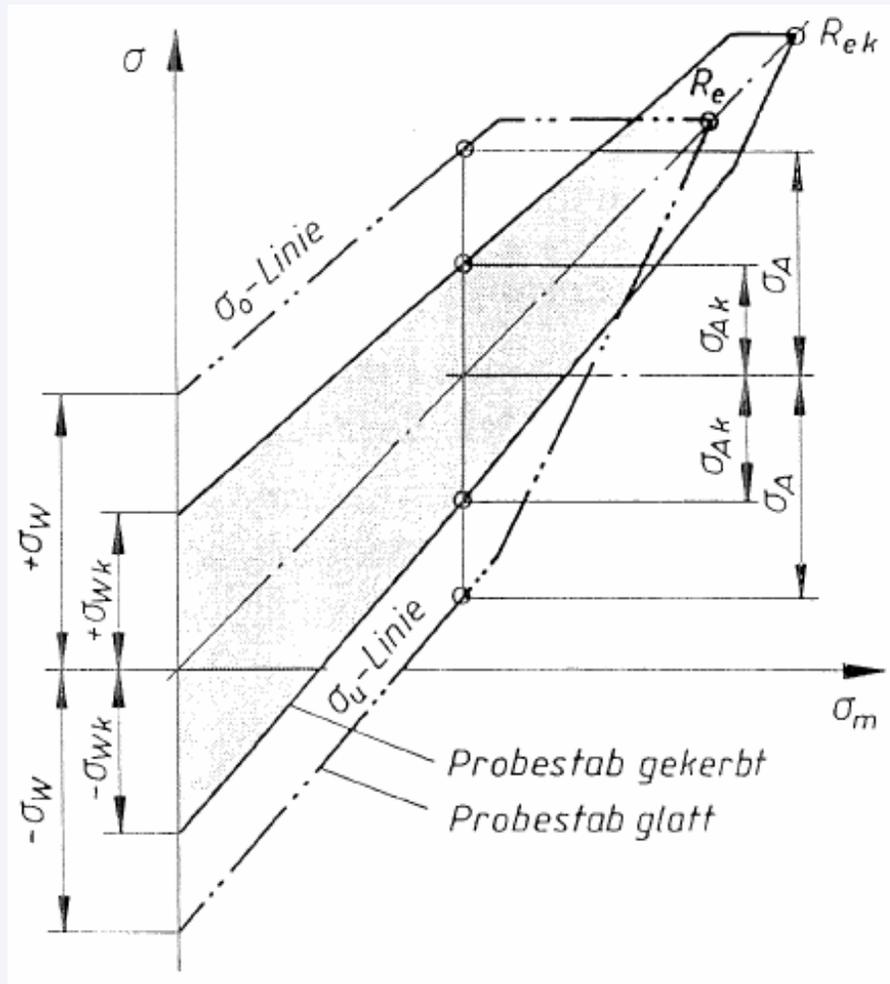


Spannungs-Dehnungs-Verlauf
für unterschiedlich scharf
gekerbte Prüflinge (schematisch)

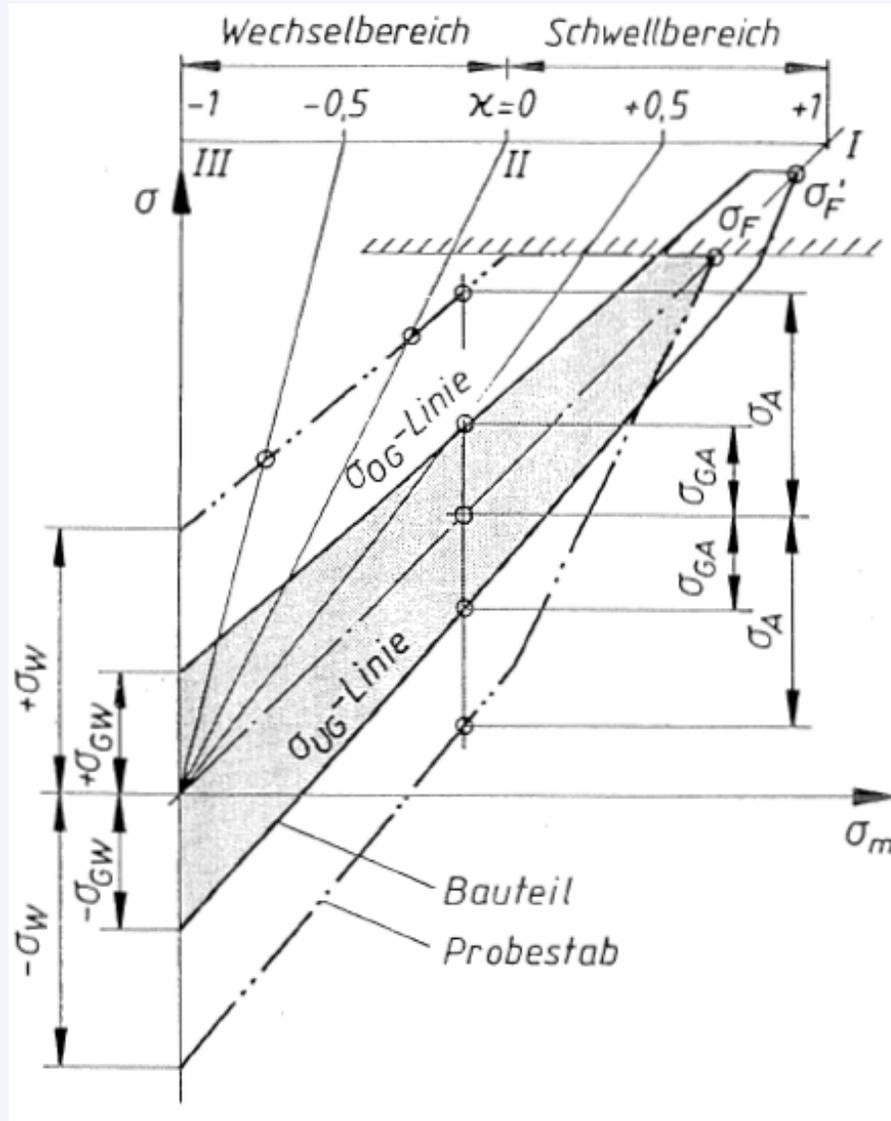
Einfluss der Kerbformen



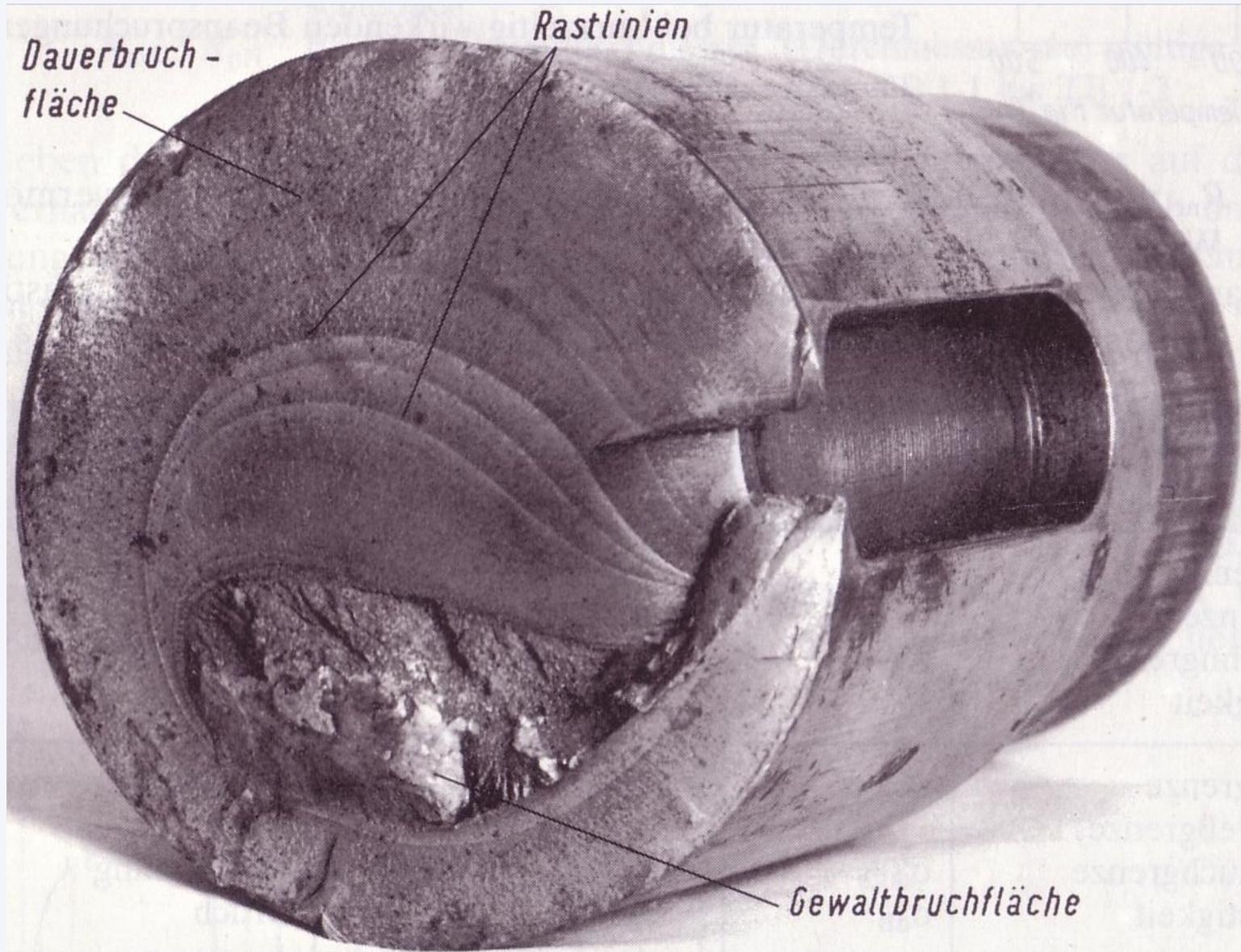
DFS eines gekerbten Probestabes



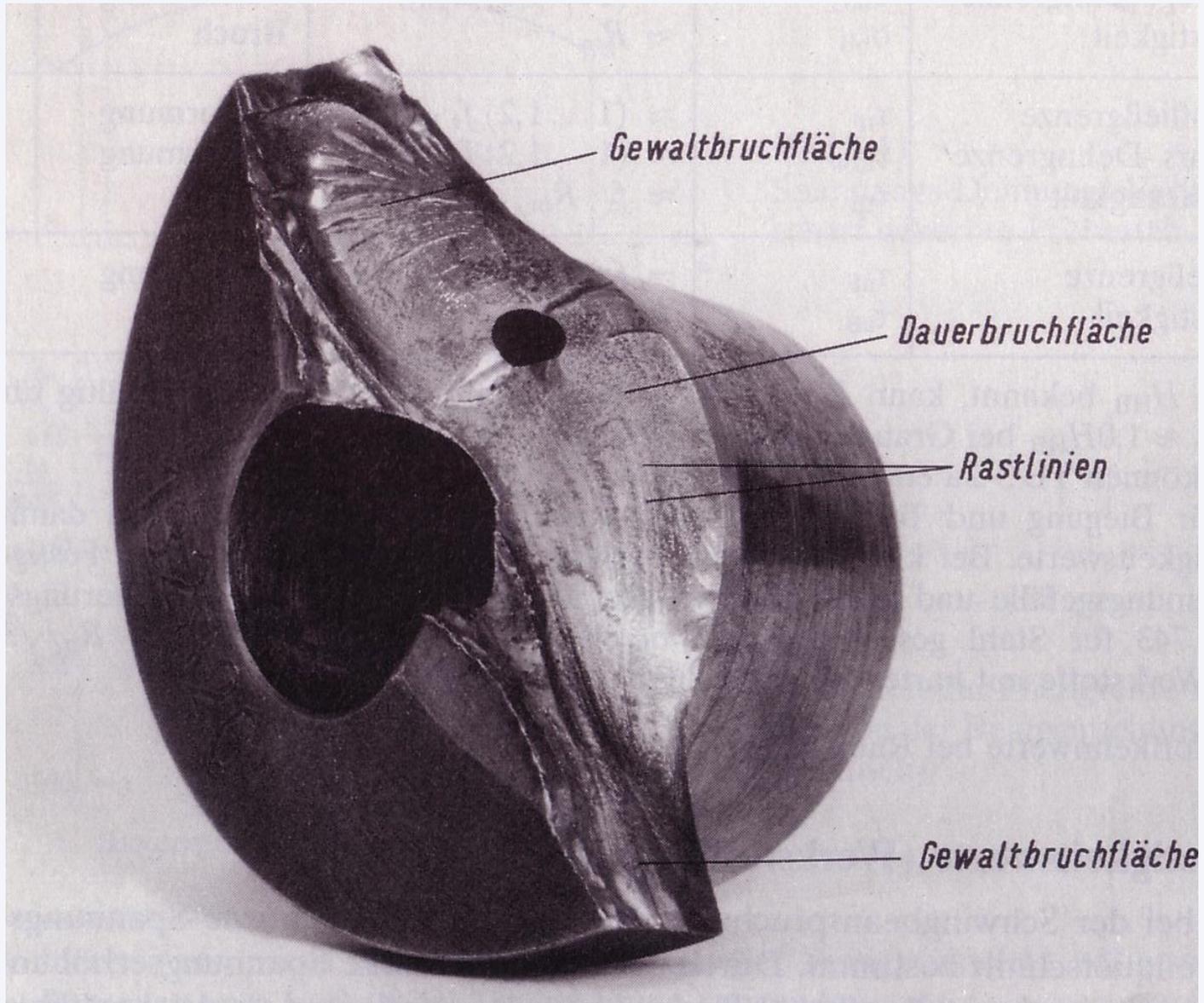
Gestaltfestigkeitsschaubild



Schadensfälle 1



Schadensfälle 2



Definition: zulässige Spannungen

$$\sigma_{zul} = \frac{\sigma_D \cdot b_1 \cdot b_2}{\beta_K \cdot v}$$

sch – schwell
w – wechsel

$$\tau_{zul} = \frac{\tau_D \cdot b_1 \cdot b_2}{\beta_K \cdot v}$$

σ_D – Dauerfestigkeit – Normalspannung:

σ_{Dz}

σ_{Dd}

σ_{Db}

τ_{Dt}

Aus

Smith – Diagramm

τ_D – Dauerfestigkeit – Schubspannung:

b_1 – Oberflächenbeiwert

b_2 – Größenbeiwert

β_K – Kerbfaktor

v – Sicherheit (-sbeiwert)

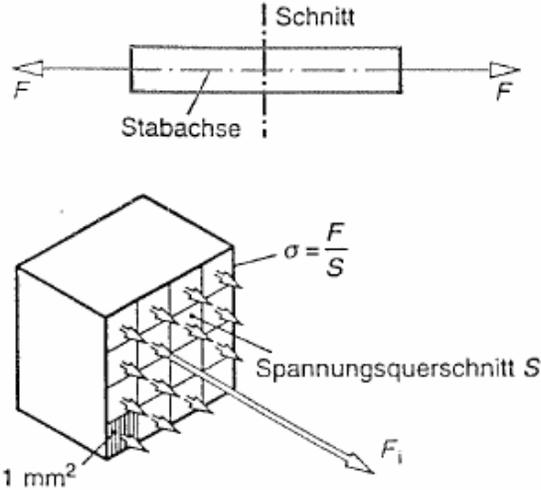
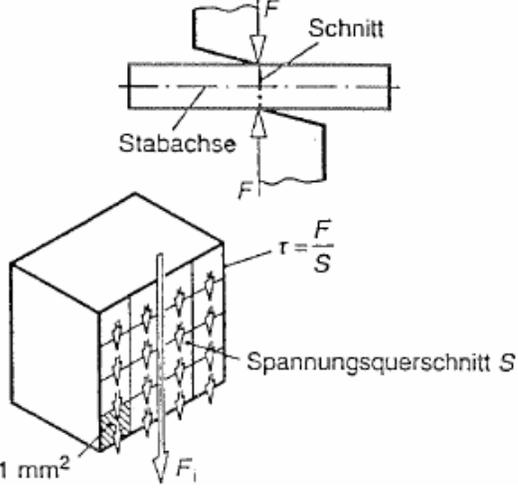
3.8 Zusammenfassung Festigkeitsberechnung



Festigkeitslehre

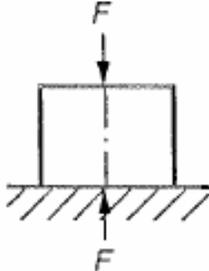
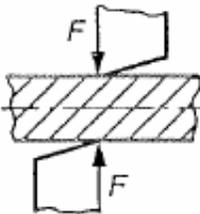
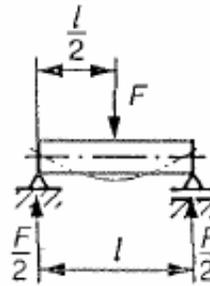
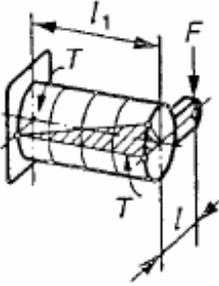
Bauteile werden durch äußere Kräfte belastet, die in ihnen innere Kräfte hervorrufen. Die inneren Kräfte beanspruchen über den Querschnitt verteilt den Werkstoff. Das Maß für den Betrag dieser Beanspruchung ist die Spannung.

Spannung = innere Kraft / Querschnitt

Spannungsart	Normalspannung	Scherspannung
	 <p>Normalspannung $\sigma = \frac{F}{S}$</p>	 <p>Scherspannung $\tau = \frac{F}{S}$</p>
Kraftverlauf	senkrecht zur Querschnittsfläche	parallel zur Querschnittsfläche
Bezeichnung der Größe, Formel	σ : Normalspannung F: Normalkraft S: Querschnitt $\sigma = \frac{F}{S}$	τ : Scherspannung F: Querkraft S: Querschnitt $\tau = \frac{F}{S}$

Beanspruchungen

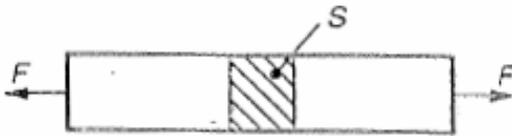
Grundbeanspruchungsarten

Beanspruchung	Zug	Druck	Abscherung	Biegung	Verdrehung (Torsion)	Knickung
						
Spannungsart; Formelzeichen	Zugspannung σ_z	Druckspannung σ_d	Scher- spannung τ_a	Biege- spannung σ_b	Torsions- spannung τ_t	Knick- spannung σ_k
Festigkeit; Formelzeichen	Zugfestigkeit R_m	Druckfestigkeit σ_{dB}	Scherfestigkeit τ_{aB}	Biegefestigkeit σ_{bB}	Torsionsfestigkeit τ_{tB}	Knickfestigkeit σ_{kB}
Grenzwert der bleibenden Formänderung	Streckgrenze R_e 0,2%- Dehngrenze $R_{p0,2}$ ¹⁾	Quetsch- grenze σ_{dF} 0,2%- Stauch- grenze $\sigma_{d0,2}$ ¹⁾	-	Biegefließ- grenze σ_{bF}	Torsionsfließ- grenze τ_{tF}	-
Bleibende Formänderung	Dehnung ε Bruch- dehnung A	Stauchung ε_d Bruch- stauchung ε_{dB}	-	Durchbiegung f	Verdrehwinkel φ	-

¹⁾ Mit der 0,2% - Dehngrenze R_{P02} (0,2% - Stauchgrenze $\sigma_{d0,2}$) wird bei solchen Werkstoffen gerechnet, die keine ausgeprägte Streckgrenze R_e (Quetschgrenze σ_{dF}) aufweisen.

Beanspruchungen

Zugbeanspruchung



$$\sigma_z = \frac{F}{S}$$

$$\sigma_{z \text{ zul}} = \frac{F}{S}$$

$$F = \sigma_z \cdot S$$

$$\sigma_{z \text{ zul}} = \frac{\sigma_{z \text{ max}}}{v}$$

$$S = \frac{F}{\sigma_z}$$

$\sigma_{z \text{ max}}$ kann sein: R_m , R_e oder $R_{p0,2}$

σ_z : Zugspannung

F: Zugkraft

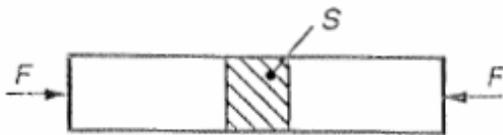
S: Querschnitt

$\sigma_{z \text{ zul}}$: zulässige Zugspannung

$\sigma_{z \text{ max}}$: maximale Zugspannung

v: Sicherheitszahl

Druckbeanspruchung



$$\sigma_d = \frac{F}{S}$$

$$\sigma_{d \text{ zul}} = \frac{F}{S}$$

$$F = \sigma_d \cdot S$$

$$\sigma_{d \text{ zul}} = \frac{\sigma_{d \text{ max}}}{v}$$

$$S = \frac{F}{\sigma_d}$$

$\sigma_{d \text{ max}}$ kann sein: σ_{dB} , σ_{dF} oder $\sigma_{d0,2}$

σ_d : Druckspannung

F: Druckkraft

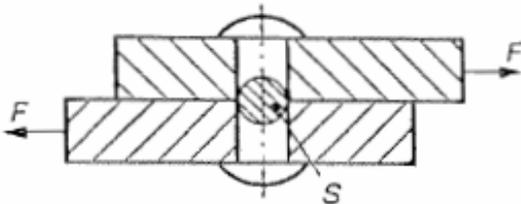
S: Querschnitt

$\sigma_{d \text{ zul}}$: zulässige Druckspannung

$\sigma_{d \text{ max}}$: maximale Druckspannung

v: Sicherheitszahl

Scherbeanspruchung (belasteter Querschnitt darf nicht abgeschert werden)



$$\tau_a = \frac{F}{S}$$

$$\tau_{a \text{ zul}} = \frac{F}{S}$$

$$F = \tau_a \cdot S$$

$$\tau_{a \text{ zul}} = \frac{\tau_{aB}}{v}$$

$$S = \frac{F}{\tau_a}$$

τ_a : Scherspannung

F: Scherkraft

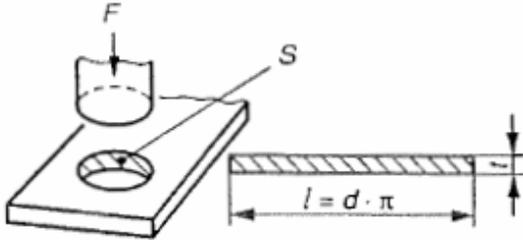
S: Querschnitt

$\tau_{a \text{ zul}}$: zulässige Scherspannung

τ_{aB} : Scherfestigkeit

Beanspruchungen

Scherbeanspruchung (belasteter Querschnitt soll abgeschert werden)



$$F > \tau_{aB} \cdot S$$

$$S = l \cdot t$$

$$\frac{F}{\tau_{aB}} > S$$

Stahl:

$$\tau_{aB} \approx 0,8 \cdot R_m$$

Gusseisen:

$$\tau_{aB} \approx 1,1 \cdot R_m$$

$$\frac{F}{S} > \tau_{aB}$$

F: Scherkraft

τ_{aB} : Scherfestigkeit

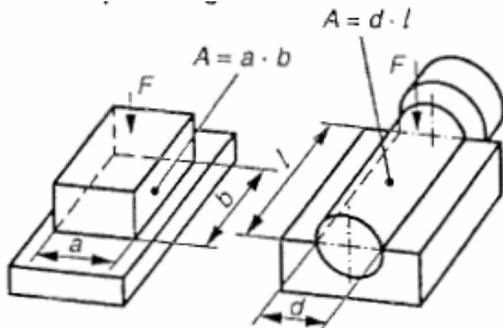
S: Scherfläche

l: Scherlänge

t: Werkstückdicke

R_m : Mindestzugfestigkeit

Flächenpressung



$$p = \frac{F}{A}$$

$$p_{zul} = \frac{F}{A}$$

$$f = p \cdot A$$

$$A = \frac{F}{p}$$

p: Flächenpressung

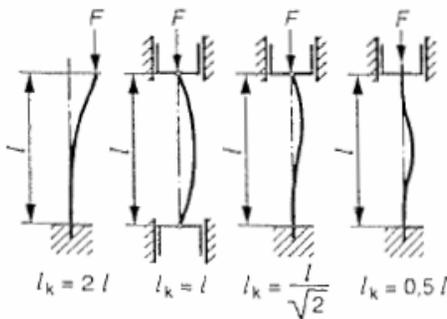
F: Kraft

A: Berührungsfläche
Projektion der Berührungsfläche

p_{zul} : zulässige Flächenpressung

F_{zul} : zulässige Kraft

Knickung



$$\sigma_k = \frac{F}{S}$$

$$F_{k\ zul} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{l_k^2 \cdot v}$$

$$F = \sigma_k \cdot S$$

$$S = \frac{F}{\sigma_k}$$

σ_k : Knickspannung

F: Knickkraft

S: Querschnitt

E: Elastizitätsmodul

I: Flächenmoment 2. Grades

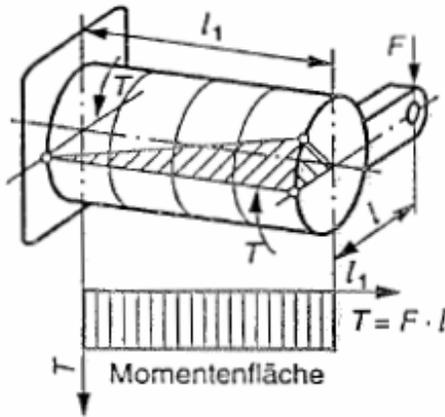
l_k : freie Knicklänge

$F_{k\ zul}$: zulässige Knickkraft

v: Sicherheitszahl

Beanspruchungen

Verdrehung



$$\tau_i = \frac{T}{W_p}$$

$$\tau_{i \text{ zul}} = \frac{T}{W_p}$$

$$T = \tau \cdot W_p$$

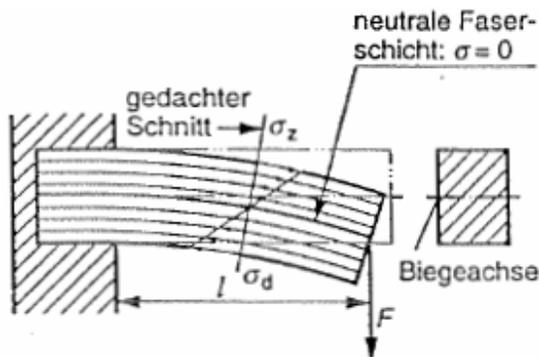
$$\tau_{i \text{ zul}} = \frac{T_{\max}}{\nu}$$

$$W_p = \frac{T}{\tau}$$

$\tau_{t \max}$ kann sein: τ_{tB} ; τ_{tF}

- τ_t : Torsionsspannung
- T: Torsionsmoment
- W_p : Mindestzugfestigkeit
- F: Kraft
- l: Hebellänge
- $\tau_{t \text{ zul}}$: zulässige Torsionsspannung
- $\tau_{t \max}$: maximale Torsionsspannung
- ν : Sicherheitszahl

Biegung



$$\sigma_b = \frac{M_b}{W}$$

$$\sigma_{b \text{ zul}} = \frac{M_b}{W}$$

$$M_b = \sigma_b \cdot W$$

$$\sigma_{b \text{ zul}} = \frac{\sigma_{b \max}}{\nu}$$

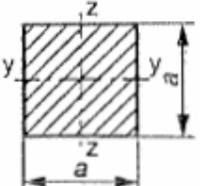
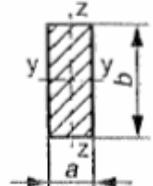
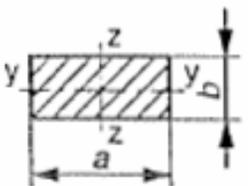
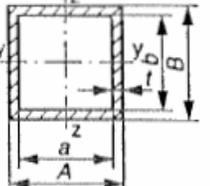
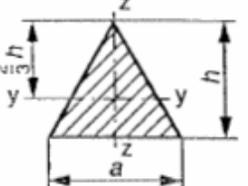
$$W_p = \frac{M_b}{\sigma_b}$$

$\sigma_{b \max}$ kann sein: σ_{bB} ; σ_{bF}

- σ_b : Biegespannung
- M_b : Biegemoment
- W: axiales Widerstandsmoment
- F: Kraft
- l: Hebellänge
- $\sigma_{b \text{ zul}}$: zulässige Biegespannung
- $\sigma_{b \max}$: maximale Biegespannung
- ν : Sicherheitszahl

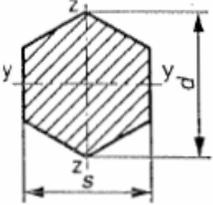
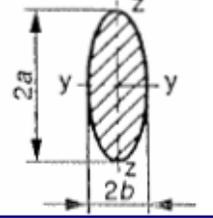
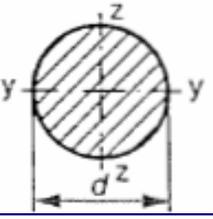
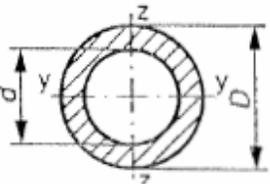
Flächenmomente und Widerstandsmomente

Flächenmomente und Widerstandsmomente einfacher Querschnitte

Querschnitt ¹⁾	axiales Flächenmoment 2. Grades	axiales Widerstandsmoment	polares Flächenmoment 2. Grades	polares Widerstandsmoment
	$I_y = I_z = \frac{a^4}{12}$	$W_y = W_z = \frac{a^3}{6}$	$I_p = 0,141 \cdot a^4$	$W_p = 0,208 \cdot a^3$
	$I_y = \frac{a \cdot b^3}{12}$ $I_z = \frac{b \cdot a^3}{12}$	$W_y = \frac{a \cdot b^2}{6}$ $W_z = \frac{b \cdot a^2}{6}$	—	—
	$I_y = \frac{a \cdot b^3}{12}$ $I_z = \frac{b \cdot a^3}{12}$	$W_y = \frac{a \cdot b^2}{6}$ $W_z = \frac{b \cdot a^2}{6}$	—	—
	$I_y = \frac{A \cdot B^3 - a \cdot b^3}{12}$ $I_z = \frac{B \cdot A^3 - b \cdot a^3}{12}$	$W_y = \frac{A \cdot B^3 - a \cdot b^3}{6 \cdot B}$ $W_z = \frac{B \cdot A^3 - b \cdot a^3}{6 \cdot A}$	$I_p = \frac{t \cdot (Aa + Bb) \cdot (A + a) \cdot (B + b)}{A + B + a + b}$	$W_p = \frac{t \cdot (A + a) \cdot (B + b)}{2}$
	$I_y = \frac{a \cdot h^3}{36}$ $I_z = \frac{h \cdot a^3}{48}$	$W_y = \frac{a \cdot h^2}{24}$ $W_z = \frac{h \cdot a^2}{24}$	$I_p = \frac{a^4}{46,19} = \frac{h^4}{15\sqrt{3}}$	$W_p = \frac{a^3}{20} = \frac{h^3}{7,5\sqrt{3}}$

Flächenmomente und Widerstandsmomente

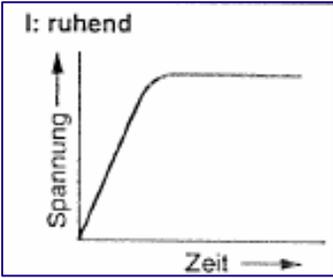
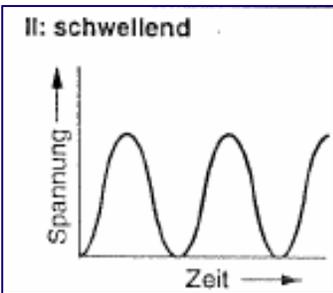
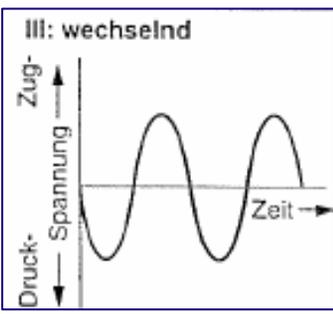
Flächenmomente und Widerstandsmomente einfacher Querschnitte

Querschnitt ¹⁾	axiales Flächenmoment 2. Grades	axiales Widerstandsmoment	polares Flächenmoment 2. Grades	polares Widerstandsmoment
	$I_y = I_z = \frac{5 \cdot \sqrt{3} \cdot d^4}{256}$ $I_y = I_z = \frac{5 \cdot \sqrt{3} \cdot s^4}{144}$	$W_y = \frac{5 \cdot \sqrt{3} \cdot d^3}{128}$ $W_z = \frac{5 \cdot d^3}{64}$	$I_p = 0,0649 \cdot d^4$	$W_p = 0,1226 \cdot d^3$
	$I_y = \frac{a^3 \cdot b \cdot \pi}{4}$ $I_z = \frac{b^3 \cdot a \cdot \pi}{4}$	$W_y = \frac{a^2 \cdot b \cdot \pi}{4}$ $W_z = \frac{b^2 \cdot a \cdot \pi}{4}$	$I_p = \frac{b^4 \cdot n^3 \cdot \pi}{n^2 + 1}$ $n = \frac{2a}{2b} > 1$	$W_p = \frac{b^3 \cdot n \cdot \pi}{2}$ $n = \frac{2a}{2b} > 1$
	$I_y = I_z = \frac{d^4 \cdot \pi}{64}$	$W_y = W_z = \frac{d^3 \cdot \pi}{32}$	$I_p = \frac{d^4 \cdot \pi}{32}$	$W_p = \frac{d^3 \cdot \pi}{16}$
	$I_y = I_z$ $I_z = \frac{(D^4 - d^4) \cdot \pi}{64}$	$W_y = W_z$ $W_z = \frac{(D^4 - d^4) \cdot \pi}{32 \cdot D}$	$I_p = \frac{(D^4 - d^4) \cdot \pi}{32}$	$W_p = \frac{(D^4 - d^4) \cdot \pi}{16 \cdot D}$

¹⁾Achsbezeichnungen in Anlehnung an DIN 1080

Festigkeitslehre

Maximale Festigkeitswerte

Belastungsfall		Maximaler Festigkeitswert σ_{\max} bzw. τ_{\max} bei Beanspruchung auf				
		Zug	Druck	Abscherung	Biegung	Torsion
statisch	 <p>I: ruhend</p>	Mindestzugfestigkeit R_m oder Streckgrenze R_e oder 0,2 %-Dehngrenze $R_{p0,2}$	Druckfestigkeit σ_{db} oder Quetschgrenze σ_{dF} oder 0,2 %-Stauchgrenze $\sigma_{d0,2}$	Scherfestigkeit τ_{aB}	Bigefestigkeit σ_{bB} oder Beigefließgrenze σ_{bF}	Torsionsfestigkeit τ_{tB} Oder Torsionsfließgrenze τ_{tF}
	 <p>II: schwellend</p>	Zug-Schwellfestigkeit σ_{zSch}	Druck-Schwellfestigkeit σ_{dSch}	-	Biege-Schwellfestigkeit σ_{bSch}	Torsions-Wechselfestigkeit τ_{tSch}
dynamisch	 <p>III: wechselnd</p>	Zug-Druck-Wechselfestigkeit σ_{zW}	Zug-Druck-Wechselfestigkeit σ_{zW}	-	Biege-Wechselfestigkeit σ_{bW}	Torsions-Wechselfestigkeit τ_{tW}

Festigkeitslehre

Zulässige Spannung

Normalspannung

$$\sigma_{zul} = \frac{\sigma_{max}}{\nu}$$

wenn

$$\sigma_{max} = R_m$$

$$\sigma_{max} = R_e$$

$$\sigma_{max} = R_{p0,2}$$

dann

$$\sigma_{zul} = \frac{R_m}{\nu}$$

$$\sigma_{zul} = \frac{R_e}{\nu}$$

$$\sigma_{zul} = \frac{R_{p0,2}}{\nu}$$

Scherspannung

$$\tau_{zul} = \frac{\tau_{max}}{\nu}$$

$$\tau_{zul} = \tau_{aB}$$

$$\tau_{zul} = \frac{\tau_{aB}}{\nu}$$

σ_{zul} : zulässige Normalspannung

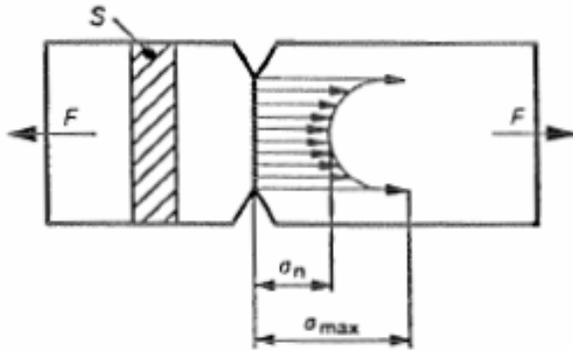
τ_{zul} : zulässige Scherspannung

σ_{max} : maximale Normalspannung

τ_{max} : maximale Scherspannung

ν : Sicherheitszahl

Kerbwirkung und Kerbspannung



$$\sigma_{max} = \sigma_n \cdot \beta_k$$

$$\sigma_n = \frac{F}{S}$$

$$\sigma_{zul} = \frac{\sigma_D \cdot b_1 \cdot b_2}{\beta \cdot \nu}$$

σ_{max} : Spannungsspitze

σ_n : Nennspannung

β_k : Kerbwirkungszahl

F: Kraft

S: Querschnitt

σ_{zul} : zulässige Spannung

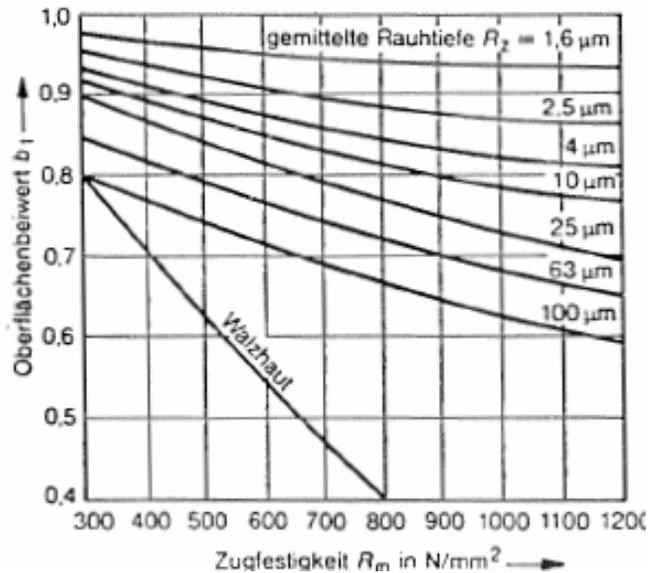
σ_D : Dauerfestigkeit des ungekerbten Querschnitts

b_1 : Oberflächenbeiwert

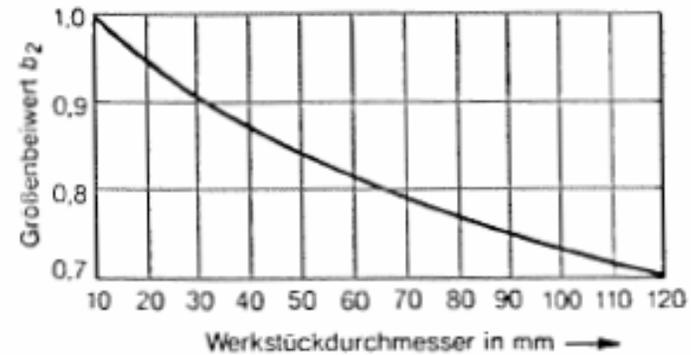
b_2 : Größenbeiwert

ν : Sicherheitszahl

Oberflächenbeiwert b_1



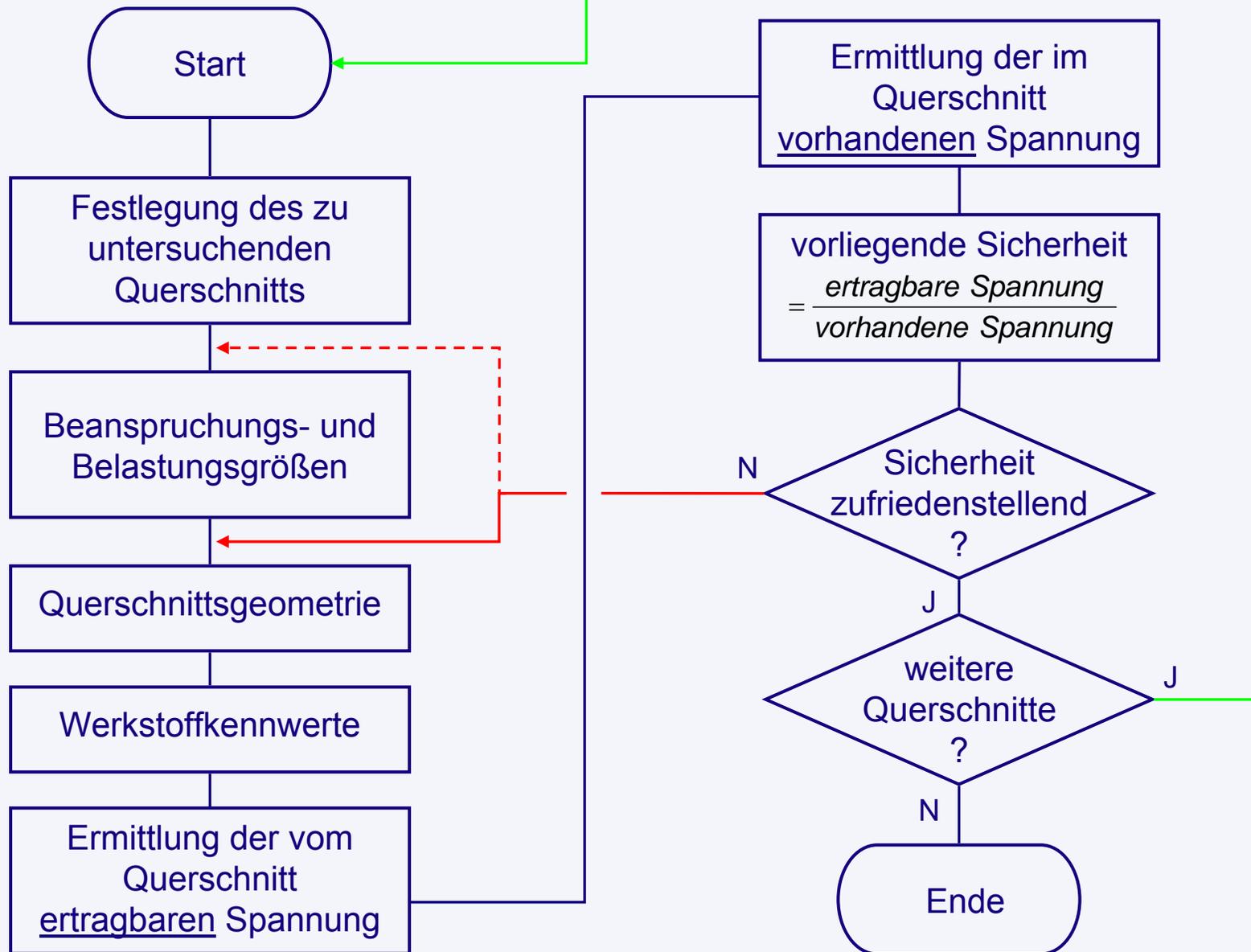
Größenbeiwert b_2



Für andere Querschnittsformen gilt:

Beanspruchung	Quadrat	Rechteck
Biegung	Katenlänge $\approx d$	Katenlänge in Biegeebene $\approx d$
Verdrehung	Flächendiagonale $\approx d$	Flächendiagonale $\approx d$

Ablaufplan für den allgemeinen Festigkeitsnachweis



Festigkeitsvergleich Vollmaterial (rund) / Hohlwelle

1.) Rundmaterial (voll)

$$\underline{d = 100\text{mm}}$$

$$W_{x_{\text{voll}}} = W_y = \frac{\pi \cdot d^3}{32} \approx \frac{1}{10} \cdot d^3 = \frac{1}{10} \cdot 100^3 = \frac{1}{10} \cdot 10^6 = 100.000 \text{mm}^3$$

2.) Rohrmaterial

$$\frac{d_a}{d_i} = \frac{2}{1} \quad d_i = \frac{1}{2} \cdot d_a$$

$$W_{x_{\text{Rohr}}} = W_y = \frac{\pi(d_a^4 - d_i^4)}{32 \cdot d_a} = \frac{\pi \left[d_a^4 - \left(\frac{1}{2} d_a \right)^4 \right]}{32 \cdot d_a} \approx \frac{1}{10} \cdot \frac{d_a^4 - \frac{1}{16} \cdot d_a^4}{d_a} = \frac{1}{10} \cdot \frac{d_a^4 \left(1 - \frac{1}{16} \right)}{d_a}$$

$$= \frac{1}{10} \cdot \frac{d_a^4 \left(1 - \frac{1}{16} \right)}{d_a}$$

$$= \frac{1}{10} \cdot d_a^3 \cdot \frac{15}{16}$$

Festigkeitsvergleich Vollmaterial (rund) / Hohlwelle

Bedingung: gleiches Widerstandsmoment

$$W_{x_{\text{voll}}} = 100.000 \text{ mm}^3 = W_{x_{\text{Rohr}}} = \frac{1}{10} \cdot d_a^3 \cdot \frac{15}{16} \text{ mm}^3$$

$$100.000 \cdot 10 \cdot \frac{16}{15} = d_a^3$$

$$10^6 \cdot \frac{16}{15} = d_a^3 \Rightarrow d_a = \sqrt[3]{10^6 \cdot \frac{16}{15}} = 100 \cdot \sqrt[3]{\frac{16}{15}} = 100 \cdot 1,022$$

$$d_a = 102 \text{ mm} \Rightarrow d_i = 51 \text{ mm}$$

Gewichtvergleich Vollmaterial (rund) / Hohlwelle

Gewichtskraft: $F_G = m \cdot g$ $m = V \cdot \rho$

mit Erdbeschleunigung: $g = 9,81 \frac{m}{s^2}$

Masse: m [kg]

Volumen: V [dm³]

Dichte (Stahl): $\rho = 7,85 \frac{kg}{dm^3}$

1.) Rundmaterial (voll):

$$d = 100\text{mm} = 1\text{dm} \quad l = 1\text{m} = 10\text{dm}$$

$$V = A \cdot l = \frac{\pi}{4} \cdot d^2 \cdot l$$

$$= \frac{\pi}{4} \cdot 1^2 \cdot 10$$

$$= 7,85\text{dm}^3 \quad \rightarrow \quad m_1 = V \cdot \rho = 7,85\text{dm}^3 \cdot 7,85 \frac{kg}{dm^3} = 61,6\text{kg}$$

$$\rightarrow \quad F_{G1} = m_1 \cdot g = 61,6\text{kg} \cdot 9,81 \frac{m}{s^2} = 604 \frac{kgm}{s^2} = 604\text{N}$$

Gewichtvergleich Vollmaterial (rund) / Hohlwelle

2.) Rohrmaterial:

$$V = \pi \cdot \frac{(d_a^2 - d_i^2)}{4} \cdot l \quad d_a = 102\text{mm} = 1,02\text{dm} \quad l = 1\text{m} = 10\text{dm}$$

$$= \pi \cdot \frac{(1,02^2 - 0,51^2)}{4} \cdot 10 \quad d_i = 51\text{mm} = 0,51\text{dm}$$

$$= \pi \cdot \frac{(1,04 - 0,26)}{4} \cdot 10$$

$$= \pi \cdot \frac{0,78}{4} \cdot 10$$

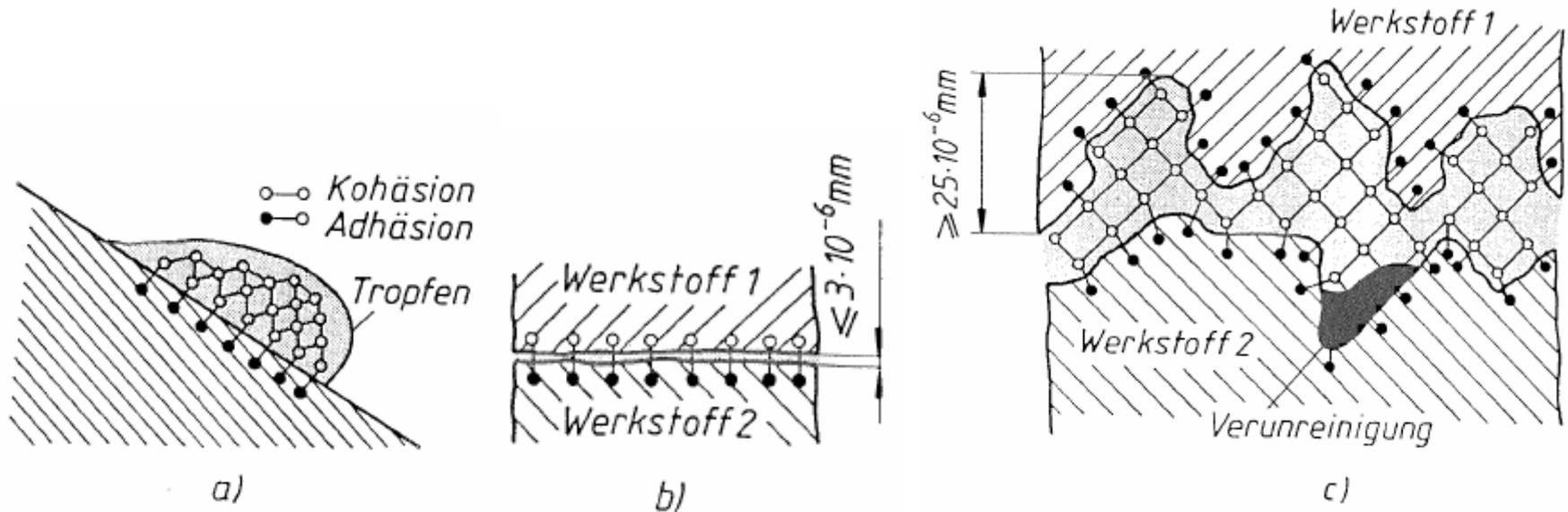
$$= 6,12\text{dm}^3 \quad \rightarrow \quad m_2 = V \cdot \rho = 6,12\text{dm}^3 \cdot 7,85 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} = 48\text{kg}$$

$$\rightarrow \quad F_{G2} = m_2 \cdot g = 48\text{kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 471 \frac{\text{kgm}}{\text{s}^2} = 471\text{N}$$

4. Klebverbindungen

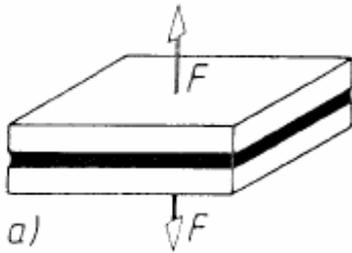


Physikalische Kräfte in der Klebeverbindung

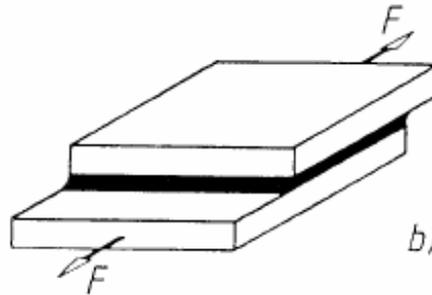


- a) Adhäsion und Kohäsion am Beispiel eines Flüssigkeitstropfens auf der schiefen Ebene
- b) das Wirken der zwischenmolekularen Kräfte (spezifische Adhäsion)
- c) Kräfte in einer Klebeverbindung mit bearbeiteten Oberflächen der Bauteile

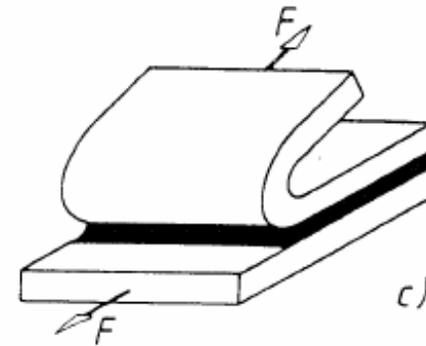
Beanspruchung der Klebeverbindung



a) Zug-/Druckbeanspruchung



b) Scherbeanspruchung



c) Schälbeanspruchung

Klebgerechte Konstruktion

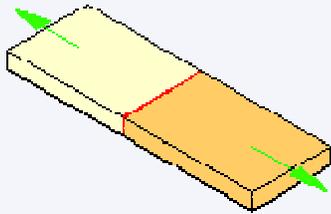
Klebgerechte Konstruktion heißt:

- Große Klebeflächen vorsehen
- möglichst nur Zug- und Scherbeanspruchung
- Schäl- und Biegebeanspruchung vermeiden

Die wesentlichen konstruktiven Herausforderungen bei Klebverbindungen sind:

- Flacher Stoß
- Runder Stoß
- Winkelstoß
- Schälbeanspruchungen
- Hohlräume
- Steg am Rand einer Fläche
- Steg auf einer ebenen Fläche
- Welle-Nabe Verbindungen

Klebgerechte Konstruktion: Flacher Stoß



Ungünstige Konstruktion, da nur kleine
Klebefläche (rot)

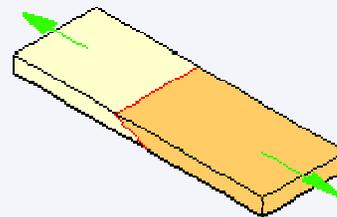
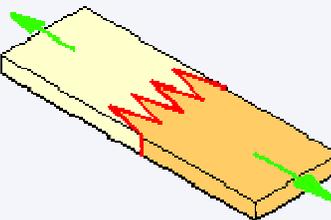
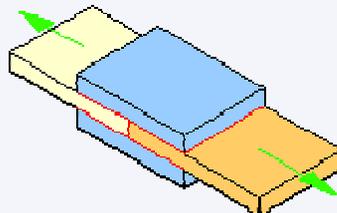
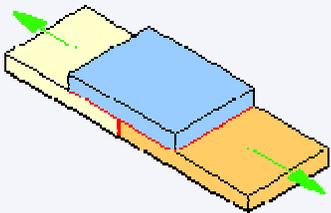
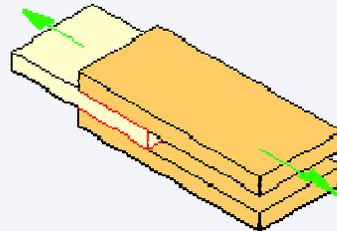
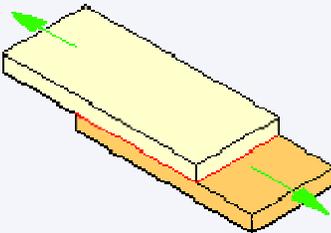
Lösungsansatz: Vergrößerung der
Klebefläche durch:

- Überlappung

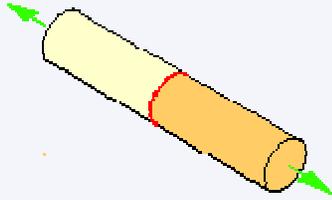
- Laschung = Einbringen zusätzlicher
Bauteile (blau)

- Fingerverklebung = Fingerförmiges
einschneiden (links)

- Schärfung in einem Winkel von ungefähr
30 Grad (rechts)

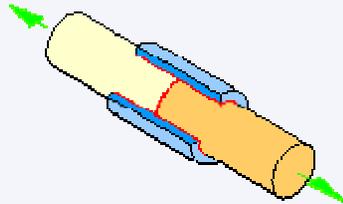


Klebgerechte Konstruktion: Runder Stoß

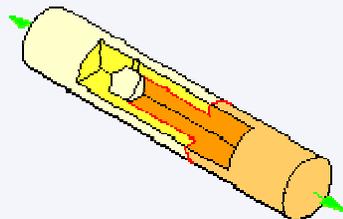


Ungünstige Konstruktion, da zu kleine Klebefläche (rot)

Lösungsansatz: Vergrößerung der Klebefläche durch:

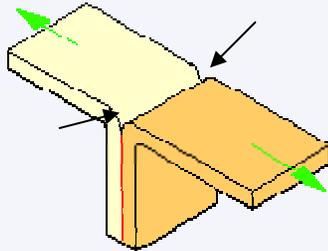


- aufbringen einer Hülse;
(dies verbessert zudem die seitliche Stabilität)



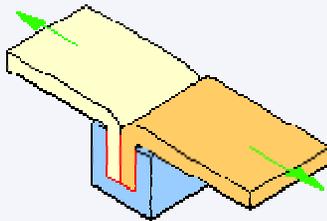
- einbringen eines Zapfens;
(dabei ist eine Sacklochbohrung zur Entlüftung erforderlich)

Klebgerechte Konstruktion: Winkelstoß

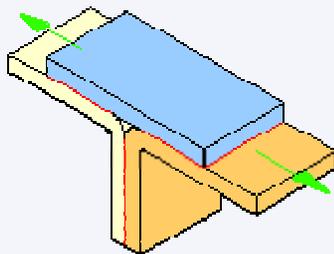


Ungünstige Konstruktion, da eine kritische Belastungsstelle entsteht (↗)

Lösungsansatz: Entlastung der Klebefläche durch Einbringen eines stabilisierenden Bauteils (blau):

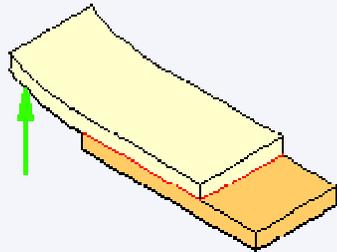


- einbringen eines U-Profils zur Entlastung der Schenkel



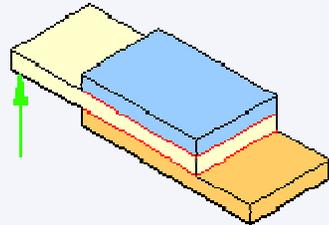
- aufbringen von Flachmaterial zur Entlastung der kritischen Stelle (zudem Vergrößerung der Klebefläche)

Klebgerechte Konstruktion: Schälbeanspruchung

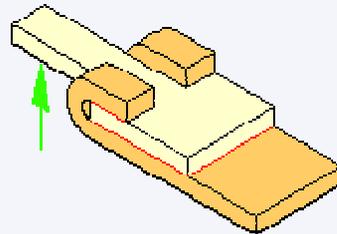
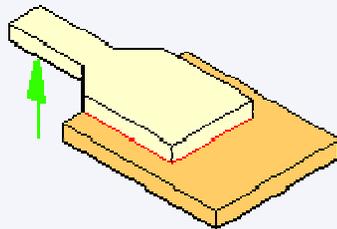


Ungünstiger Belastungsfall

Lösungsansätze: Verringerung der Schälbeanspruchung durch:

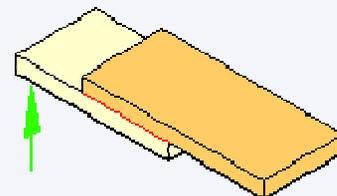
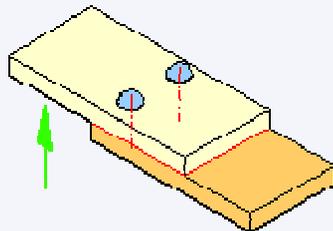


- Versteifung im gefährdeten Bereich



- Vergrößerung der Klebefläche (links)

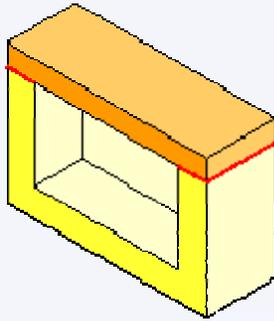
- Vergrößerung der Klebefläche mit kombinierter Laschung (rechts)



- Nieten im gefährdeten Bereich (links)

- andere Anordnung der Bauteile (rechts)

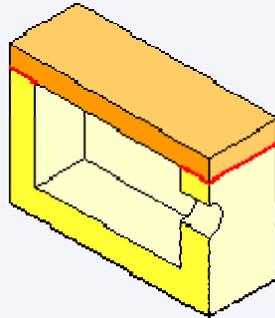
Klebgerechte Konstruktion: Hohlräume



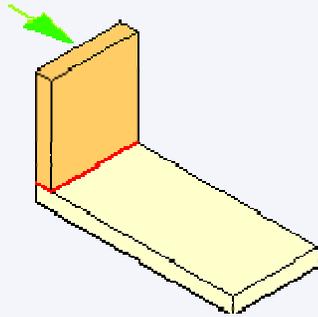
Ungünstige Konstruktion, da sich die im Hohlraum eingeschlossene Luft bei Temperaturschwankungen ausdehnt und die Klebverbindung dadurch zusätzlich belastet.

Lösungsansatz: Entlüftung durch:

- einbringen einer Entlüftungsbohrung



Klebgerechte Konstruktion: Steg am Rande einer Fläche

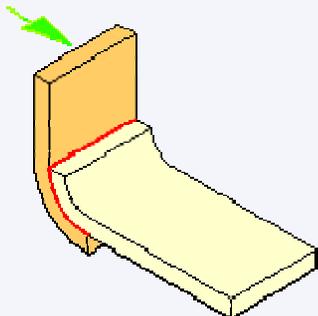
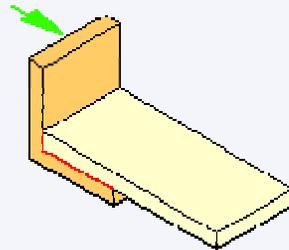
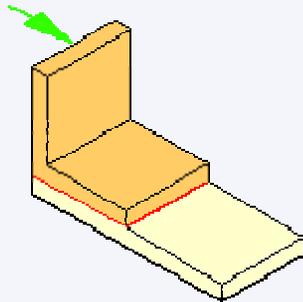


Ungünstige Konstruktion, da zu kleine Klebefläche (rot) und außerdem Schälbeanspruchungen auftreten

Lösungsansatz: Vergrößerung der Klebefläche und Verringerung der Schälbeanspruchung durch:

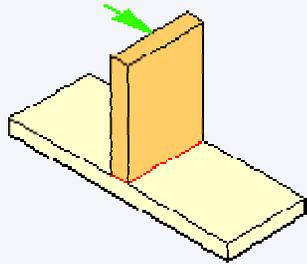
- Konstruktion eines Winkels

(bei der rechten Anordnung wird eine zusätzliche Verringerung der Schälbeanspruchung erzielt)



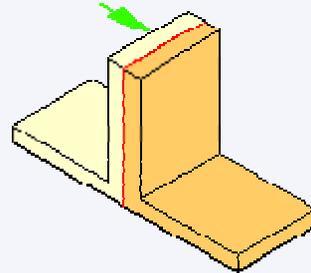
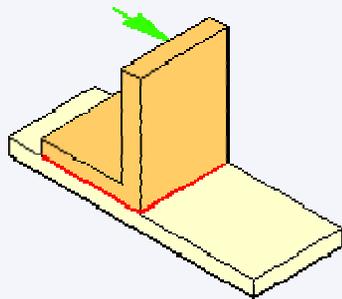
- Bördelung der Kanten

Klebgerechte Konstruktion: Steg auf ebener Fläche

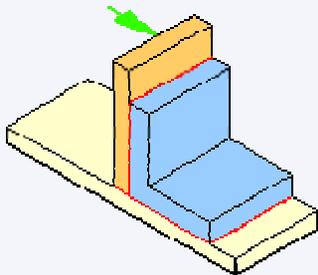


Ungünstige Konstruktion, da zu kleine Klebefläche (rot) und außerdem Schälbeanspruchungen auftreten

Lösungsansatz: Vergrößerung der Klebefläche und Verringerung der Schälbeanspruchung durch:

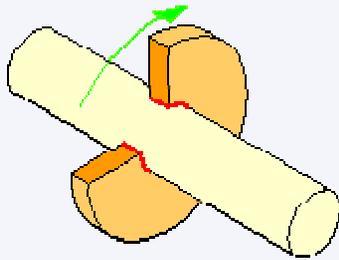


- Konstruktive Änderungen
(links: Winkel, rechts: anderes Profil)



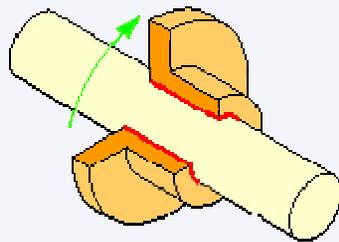
- Einbringen eines zusätzlichen Bauteils

Klebgerechte Konstruktion: Welle-Nabe Verbindung

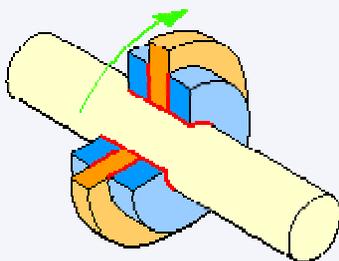


Ungünstige Konstruktion, da zu kleine
Klebefläche (rot)

Lösungsansatz: Vergrößerung der
Klebefläche durch:

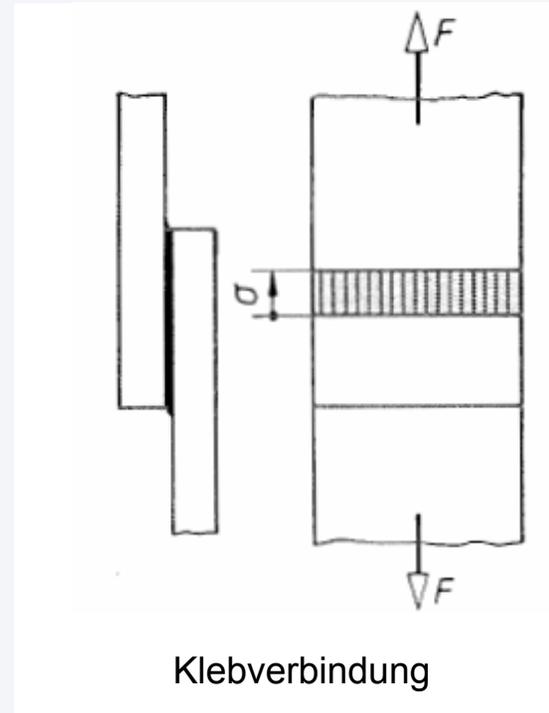
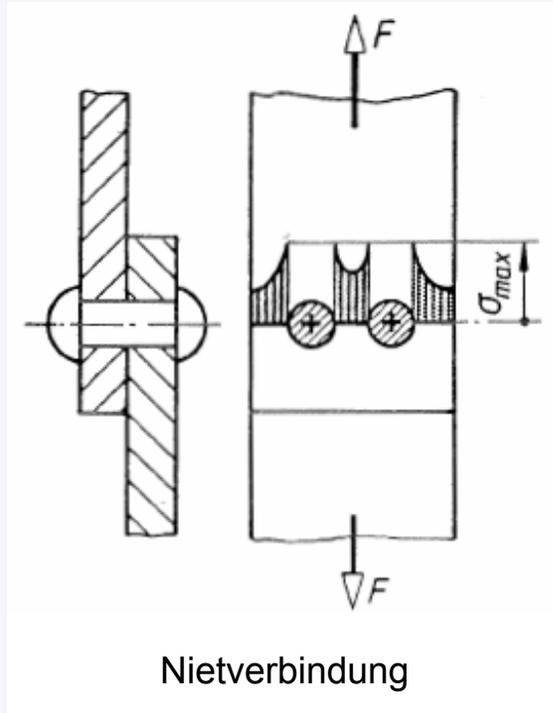


- Vergrößerung der Nabe

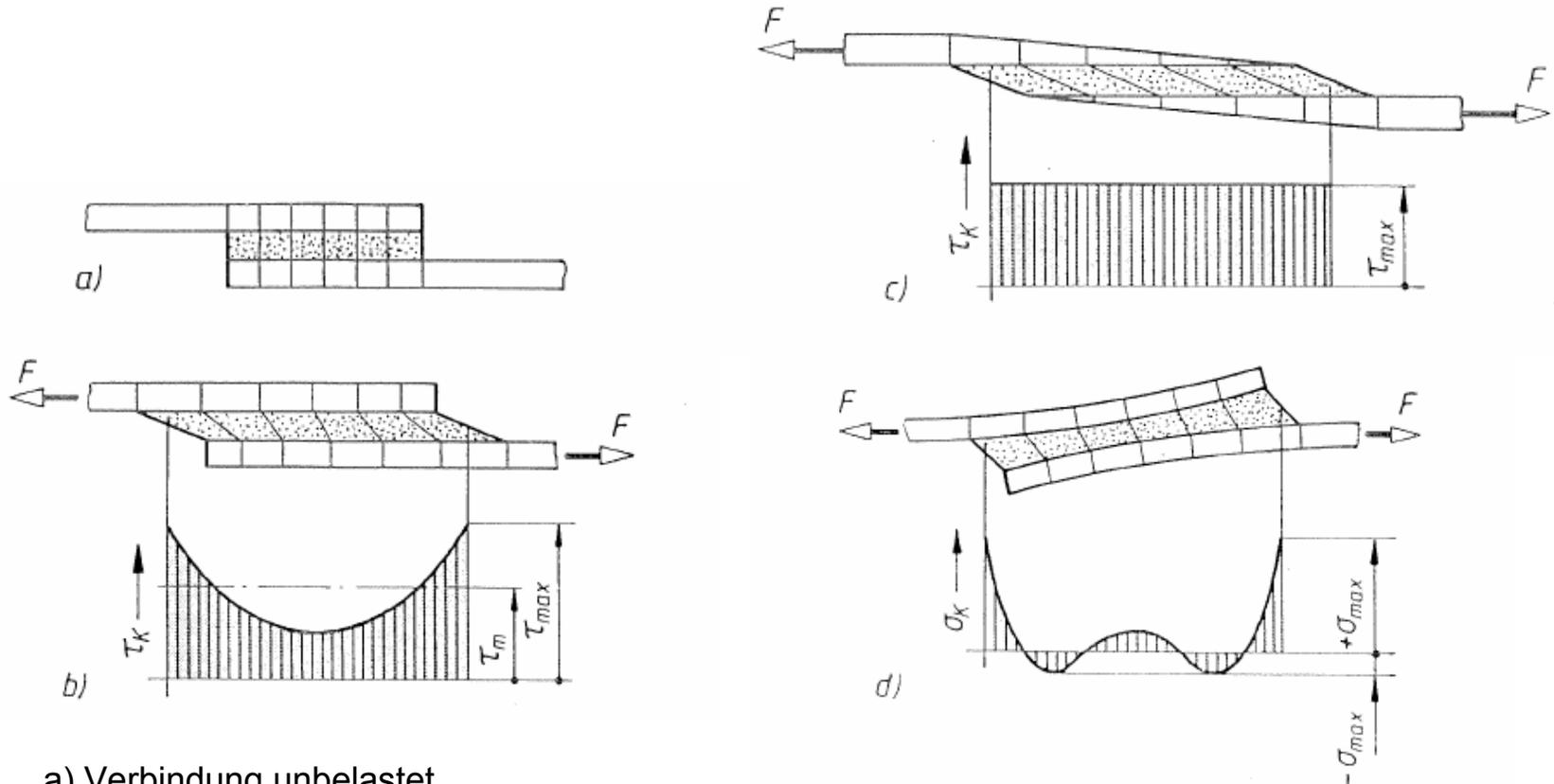


- durch zusätzliche Ringe

Spannungsverlauf im Bauteil



Spannungsverlauf in einer Klebeverbindung



a) Verbindung unbelastet,

b) Schubspannung in der Klebstoffschicht bei biegesteifen, einfach überlappten Bauteilen,

c) Bauteile angeschrägt überlappt (konstante Drehung im Bauteil)

d) Normalspannungsverlauf bei nicht biegesteifen Bauteilen.

Bindefestigkeit

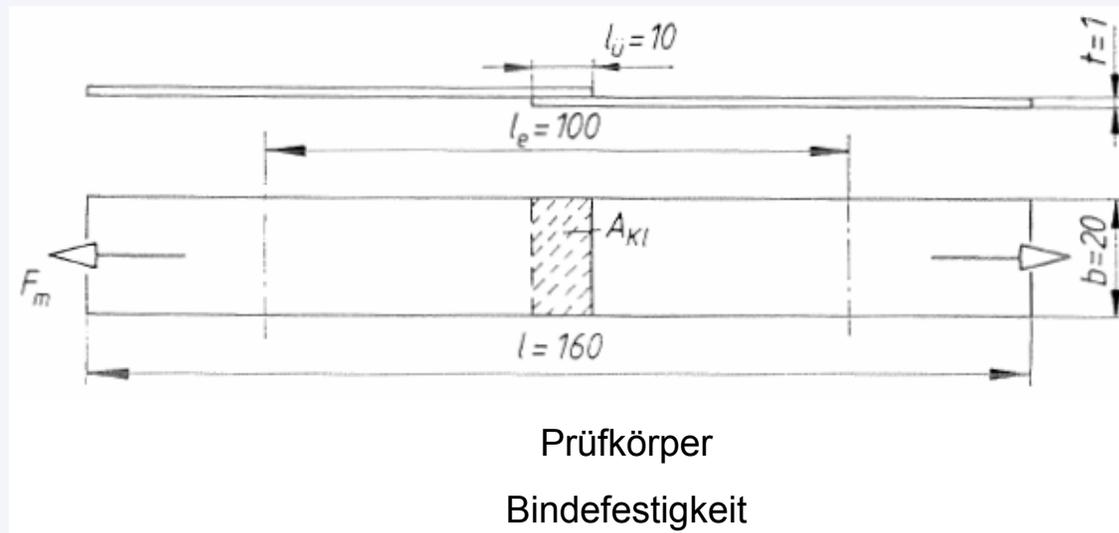
$$\tau_{KB} = \frac{F_m}{A_{Kl}} = \frac{F_m}{l_{\ddot{u}} \cdot b}$$

F_m Zerreißkraft

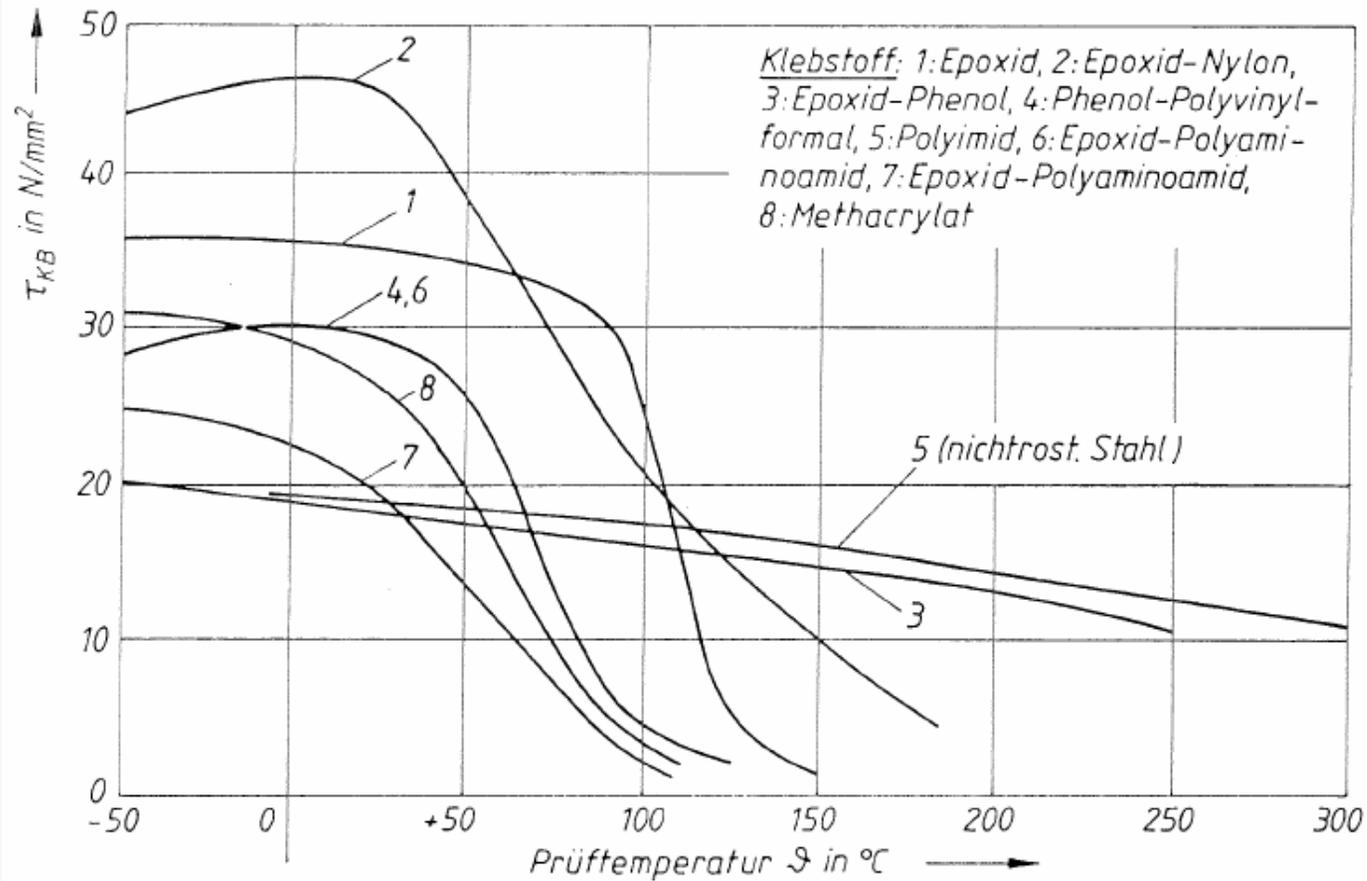
A_{Kl} Klebfugenfläche

$l_{\ddot{u}}$ Überlappungslänge

b Breite der Klebfugenfläche



Warmfestigkeit



Kurzzeit – Bindefestigkeit von Überlappungsverklebungen

1-6 warmabbindende;

7 und 8 kaltabbindende Klebstoffe;

Werkstoff:

AlCuMg 2 pl, 12 mm Überlappungslänge

zulässige Spannung für eine statisch bzw. dynamisch belastete Klebverbindung

Allgemein

$$\tau_{Kzul} = \frac{\text{Bindefestigkeit}}{\text{Sicherheit}}$$

statisch

τ_{KB} Bindefestigkeit

$$\tau_{Kzul} = \frac{\tau_{KB.stat}}{\nu}$$

τ_{dyn} dynamische Bindefestigkeit

dynamisch wechselnd

ν Sicherheit

$$\tau_{Kzul} = \frac{\tau_{KB.dyn.w.}}{\nu}$$

$\nu \approx 1,5 \dots 2,5$

dynamisch schwellend

$$\tau_{Kzul} = \frac{\tau_{KB.dyn.schw.}}{\nu}$$

Berechnung der Klebeverbindung

Zugbeanspruchung (möglichst vermeiden)

$$F_{\max} \leq A_{Kl} \cdot \sigma_{Kzul} = b \cdot t \cdot \sigma_{Kzul}$$

Schubbeanspruchung

$$F_{\max} \leq A_{Kl} \cdot \tau_{Kzul} = b \cdot l_{\ddot{u}} \cdot \tau_{Kzul}$$

Verdrehbeanspruchung

$$T_{\max} \leq 0,5 \cdot b \cdot \pi \cdot d^2 \cdot \tau_{Kzul}$$

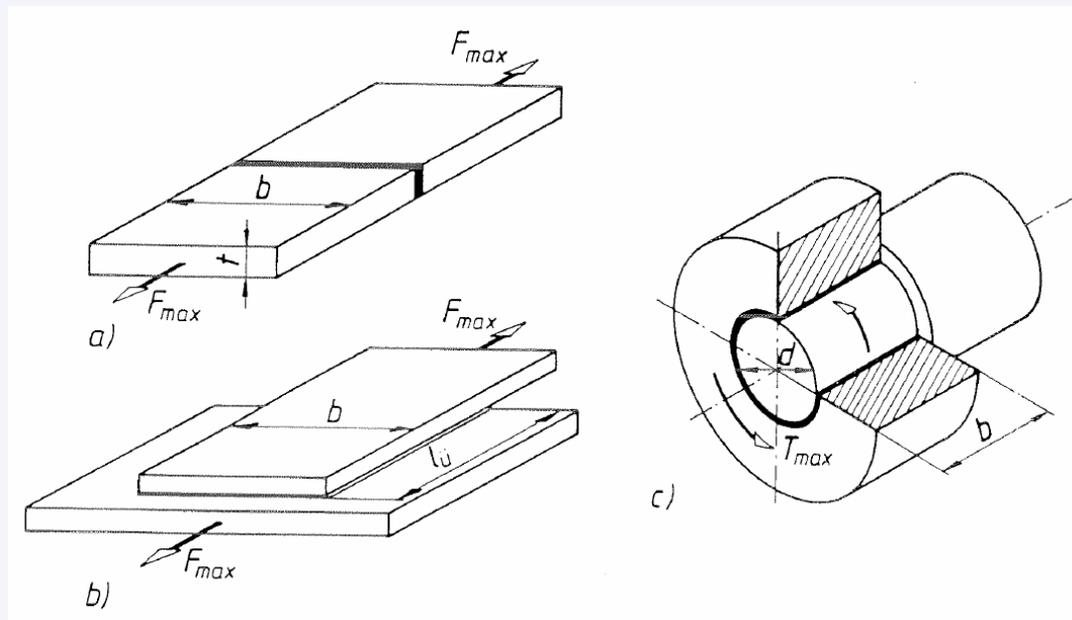
A_{Kl} Klebfugenfläche

b Klebfugenbreite

t kleinste Bauteildicke

$l_{\ddot{u}}$ Überlappungslänge

$\tau_{Kzul} \approx \sigma_{Kzul}$ zulässige Spannung



5. Lötverbindungen



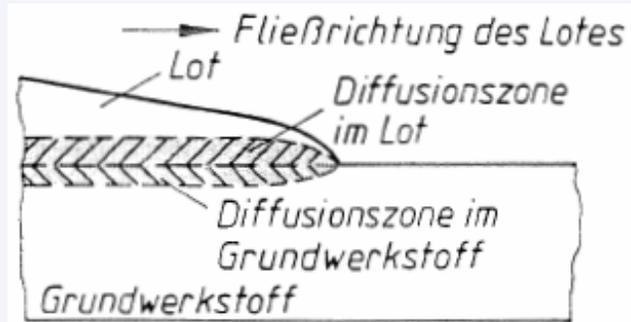
Lötverbindungen

Das Löten ist ein Verfahren zum Verbinden metallischer Werkstoffe mit Hilfe eines geschmolzenen Zusatzmaterials, dem Lot.

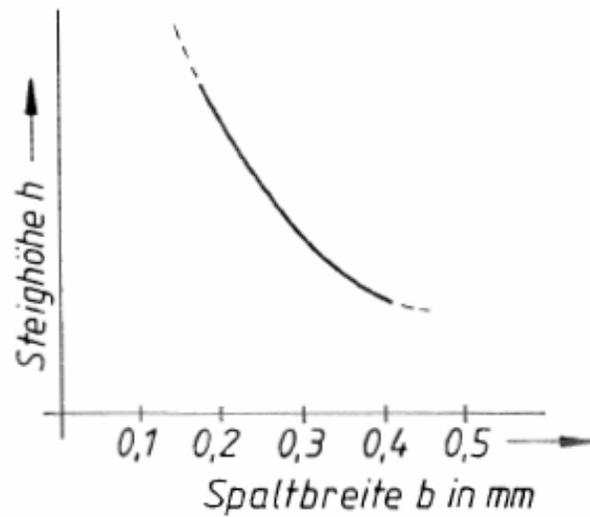
Nach DIN 8505 ist das Löten ein thermisches Verfahren zum stoffschlüssigen Fügen und Beschichten von Werkstoffen, wobei eine flüssige Phase durch Schmelzen des Lotes (Schmelzlöten) oder durch Diffusion an den Grenzflächen (Diffusionslöten) entsteht.

Dabei werden gegebenenfalls Flußmittel, Schutzgase oder Vakuum zur Hilfe genommen.

Lötverbindungen

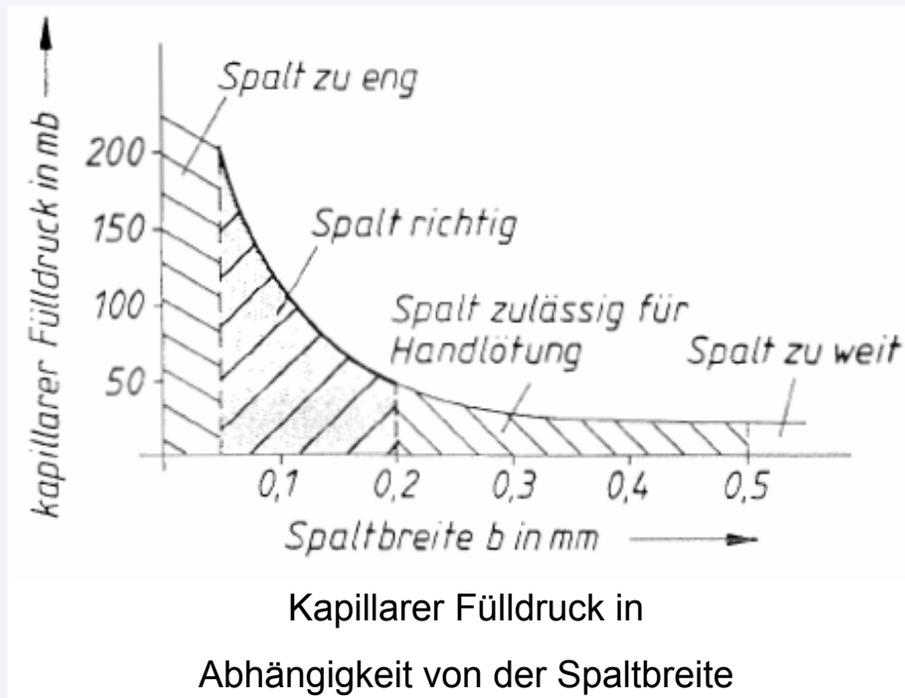


Diffusion von Lot und
Grundwerkstoff

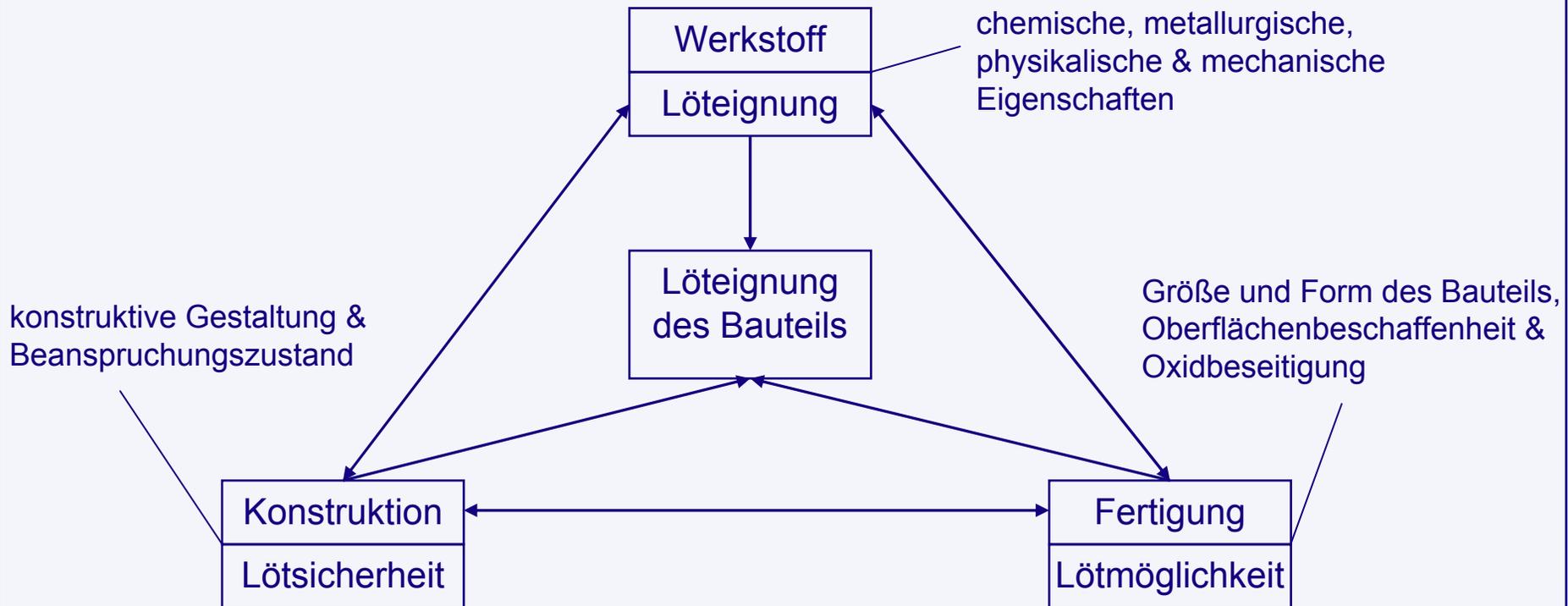


Kapillare Steighöhe in
Abhängigkeit von der Spaltbreite

Lötverbindungen



Lötbarkeit



Einflussgrößen auf die Lötbarkeit eines Bauteiles nach DIN 8514 T1

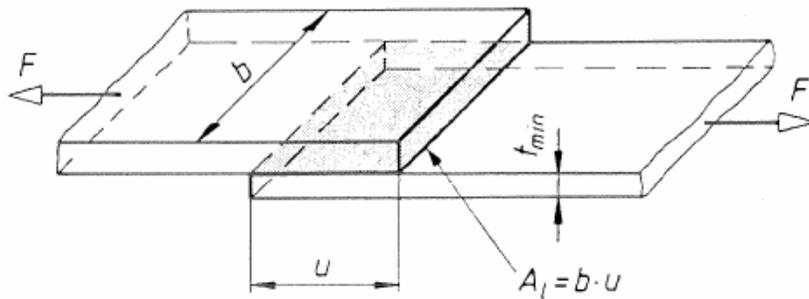
Berechnung der Lötverbindungen

Bei Stumpfstößen ($t \geq 1 \text{ mm}$) gilt bei Belastung durch eine Normalkraft F für die Normalspannung in der Lötnaht

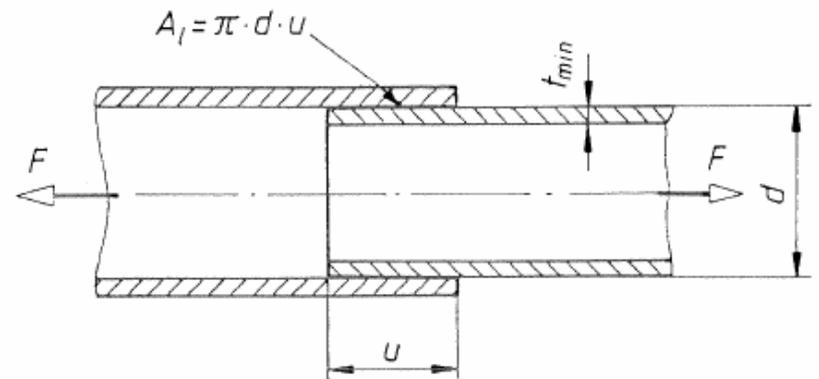
$$\sigma_l = \frac{C_B \cdot F}{A_l} \geq \sigma_{lzul}$$

Für die überwiegend ausgeführten Überlappstöße ergibt sich bei Belastung in der Bauteilebene in der Lötfläche A_l die (mittlere) Scherspannung

$$\tau_l = \frac{C_B \cdot F}{A_l} \geq \tau_{lzul}$$



Überlappstoß



Rohrsteckverbindung

Berechnung der Lötverbindung

Die Überlappungslänge wählt man meist so, dass die Lötnaht die gleiche Tragfähigkeit wie die zu verbindenden Bauteile aufweist:

$$b \cdot t_{\min} \cdot R_m = b \cdot u \cdot \tau_{lB}$$

Daraus ergibt sich die erforderliche Überlappungslänge bei vollem Anschluss

$$u = \frac{R_m}{\tau_{lB}} \cdot t_{\min}$$

R_m Zugfestigkeit des Grundwerkstoffes

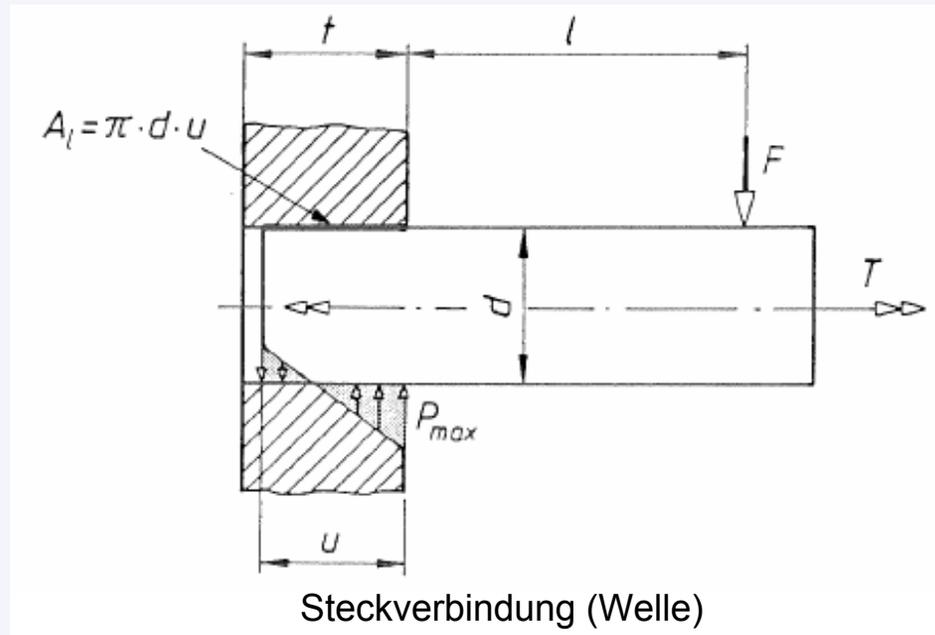
τ_{lB} Scherfestigkeit der Lötnaht

t_{\min} kleinste Bauteildicke

Berechnung der Lötverbindung

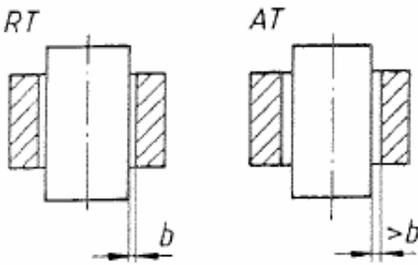
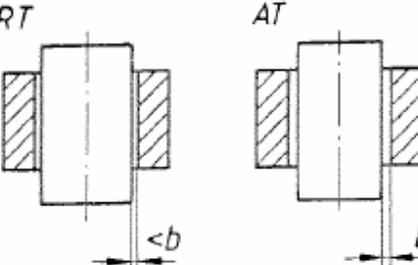
Torsionsbelastung von runden Steckverbindungen

$$\tau_{lB} = \frac{2 \cdot c_B \cdot T}{u \cdot \pi \cdot d^2} \leq \tau_{lzul}$$

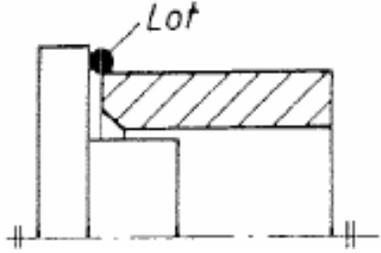
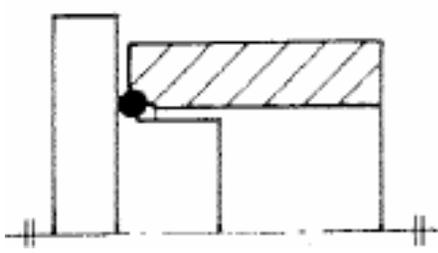
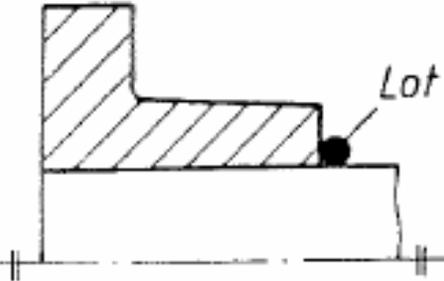
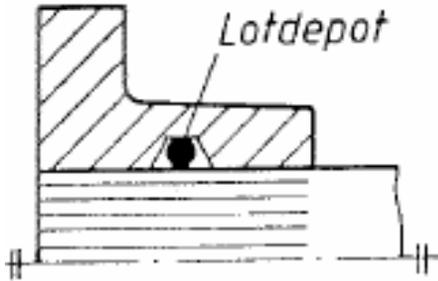
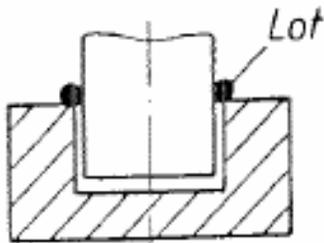
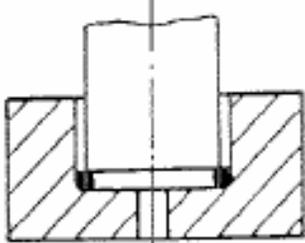


- c_B Betriebsfaktor
- T zu übertragendes Torsionsmoment
- d Durchmesser des Lötstoßes
- u Überlappungslänge (Einstecktiefe)
- τ_{lzul} zulässige Scherspannung in der Lötnaht

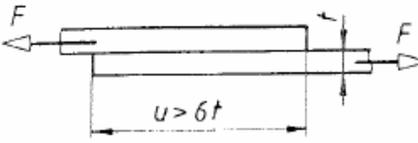
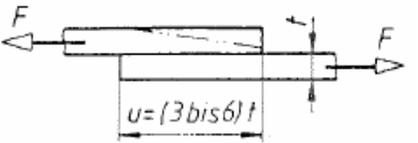
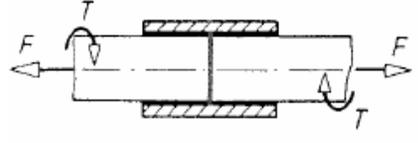
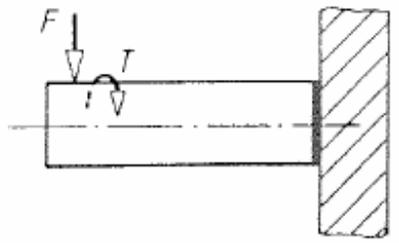
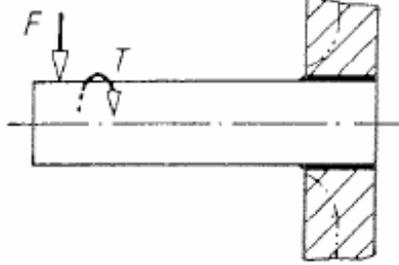
Gestaltung der Lötverbindung

Lfd. Nr.	unzweckmäßig	zweckmäßig	Hinweise
1			<p>Lötspaltverhalten</p> <p>Die erforderliche Lötspalt-breite b muss bei der Arbeitstemperatur vorhanden sein.</p> <p>Der Lötspalt soll parallel oder in Lotflussrichtung enger werdend verlaufen.</p>
2			<p>RT = Raumtemperatur</p> <p>AT = Arbeitstemperatur</p>

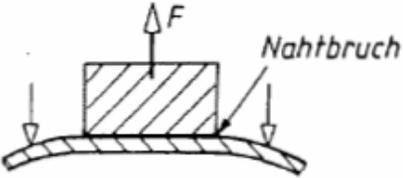
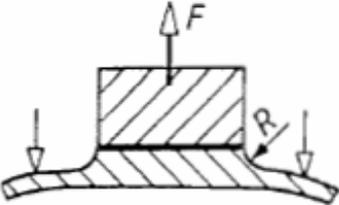
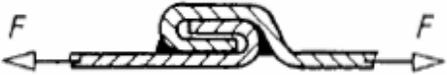
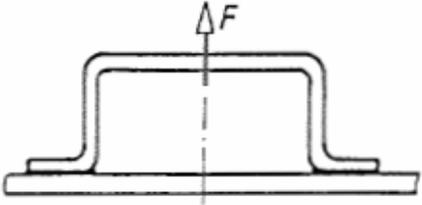
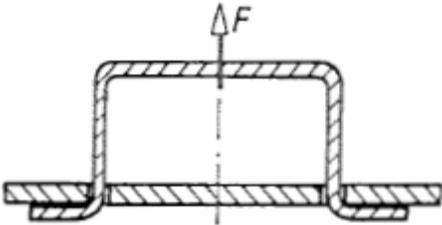
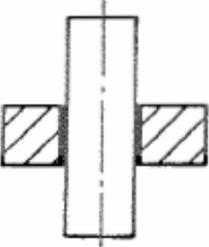
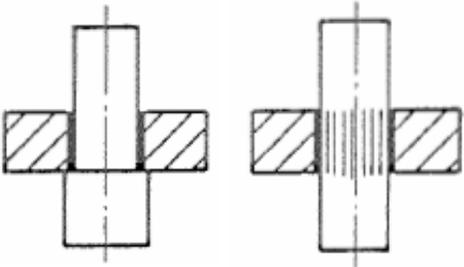
Gestaltung der Lötverbindung

Lfd. Nr.	unzweckmäßig	zweckmäßig	Hinweise
3			<p>Lötflussverhalten Lötspalt darf nicht unterbrochen werden. Lot kann Spaltenweiterung nicht überbrücken.</p>
4			<p>Lotfließweg wird durch eingelegten Lotdrahtring halbiert. Steigerung der Festigkeit durch achsparallele Rändelspalte.</p>
5			<p>Lot fließt von innen nach außen, Flussmittel kann entweichen. Zusätzliche Kontrolle über Ausfüllung des Lötspaltes möglich</p>

Gestaltung der Lötverbindung

Lfd. Nr.	unzweckmäßig	zweckmäßig	Hinweise
6			<p>Kraftübertragung Um die Festigkeit Der Grundwerkstoffes zu erreichen, genügt: $u = (3 \dots 6) t$ Bei hoher Beanspruchung allmählicher Übergang günstiger.</p>
7			<p>Erhöhung der Festigkeit durch Vergrößerung der Lotfläche.</p>
8			<p>Steckverbindung bei Biegebeanspruchung (Welle) günstig. Verbesserung der Dauerfestigkeit durch allmählichen Übergang.</p>

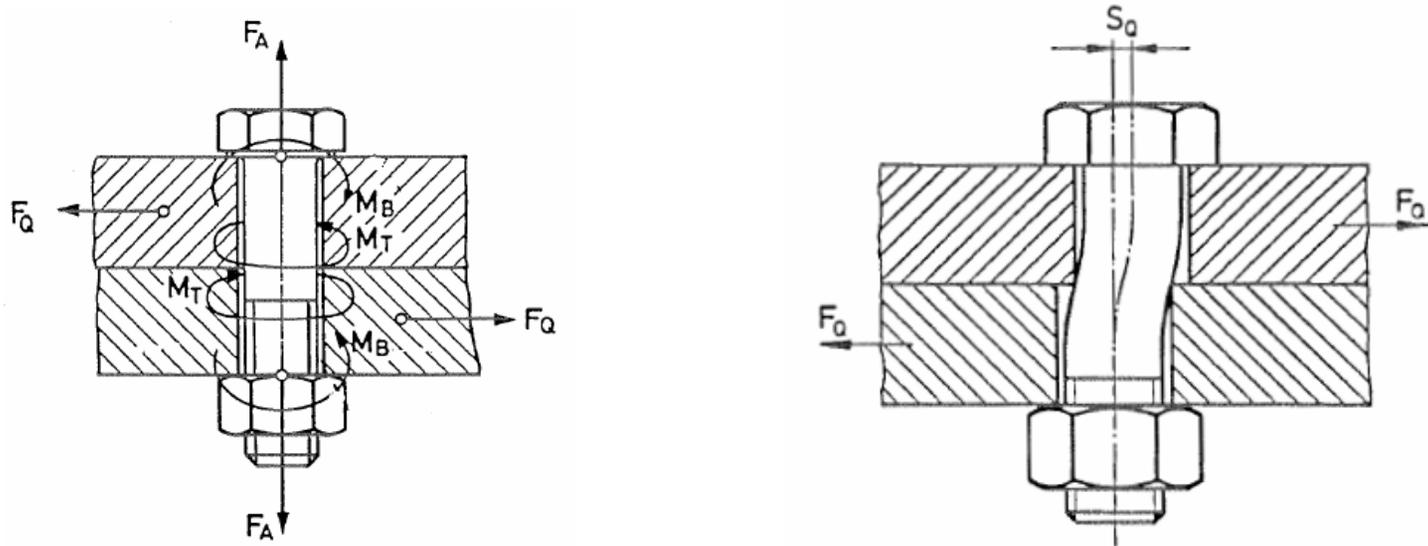
Gestaltung der Lötverbindung

Lfd. Nr.	unzweckmäßig	zweckmäßig	Hinweise
9			<p>Durch Steifigerhöhung im Nahtbereich und allmähliche Übergänge können Spannungsspitze abgebaut und in die Bauteile verlagert werden.</p>
10			<p>Entlastung der Lötverbindung</p> <p>Bei weichgelöteten Verbindungen Kraftentlastung der Lötstähte durch Formscluß der Bauteile. Lötstähte übernehmen z.B. nur Dichtfunktion.</p>
11			<p>Fertigungserleichterung</p> <p>Beim Löten ohne Vorrichtung Lagesicherung der Bauteile durch Anschläge, Rändel-Press-Sitze und Heftstellen.</p>
12			

6. Schraubenverbindungen

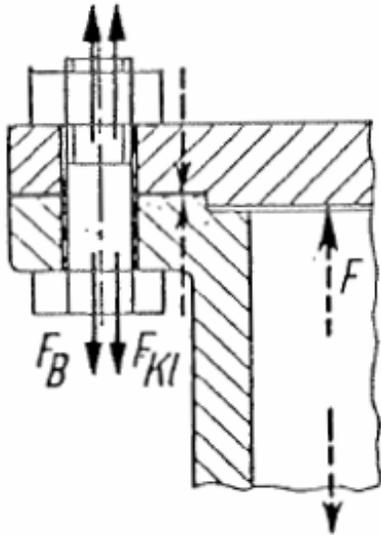


Schraubenbolzenverbindung bei gleitender Verbindung

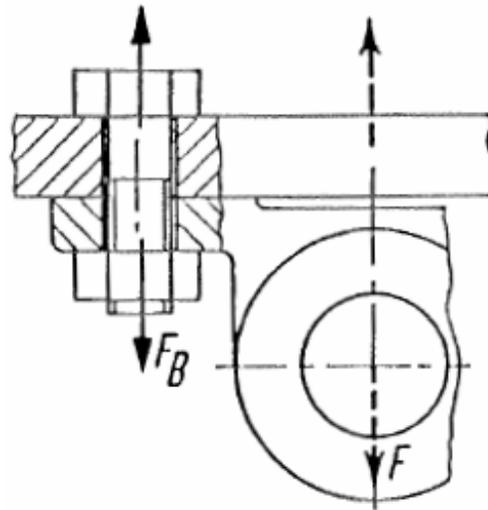


Mögliche Arten von Betriebskräften und
-momenten in einer Schraubenverbindung

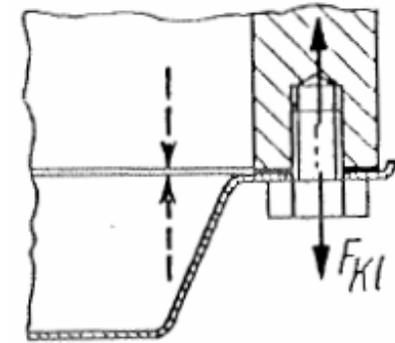
Verschraubungsfälle für vorgespannte Schrauben



bei Längs- und
Dichtungskraft

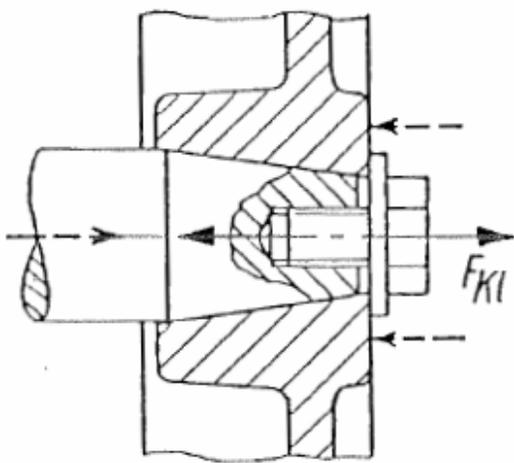


bei Längskraft

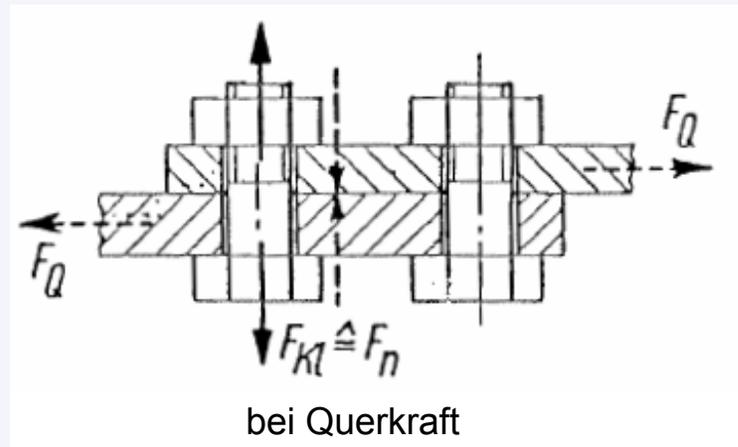


bei alleiniger
Dichtungskraft

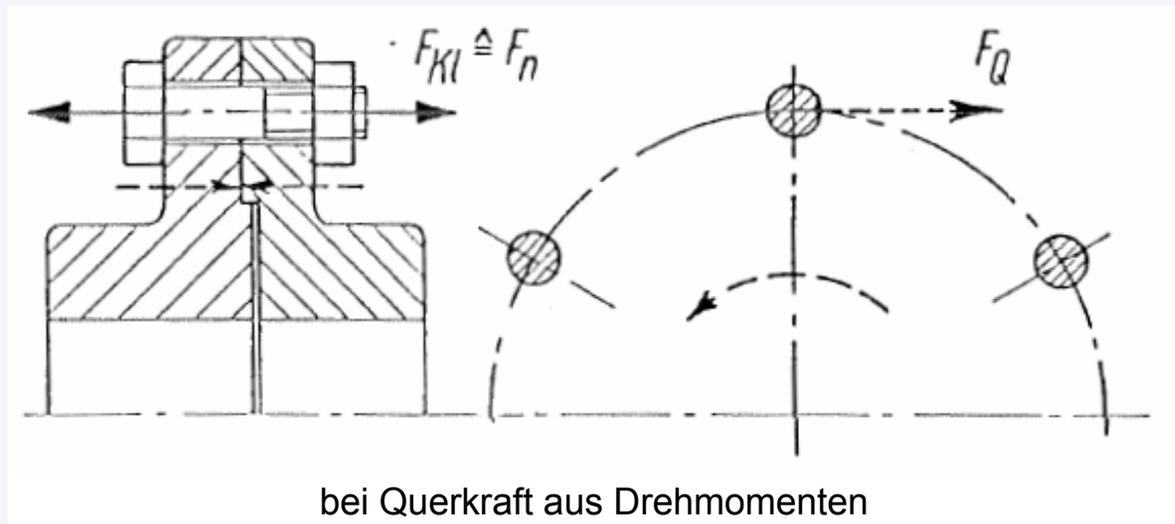
Verschraubungsfälle für vorgespannte Schrauben



bei Klemm- und
Spannkraft



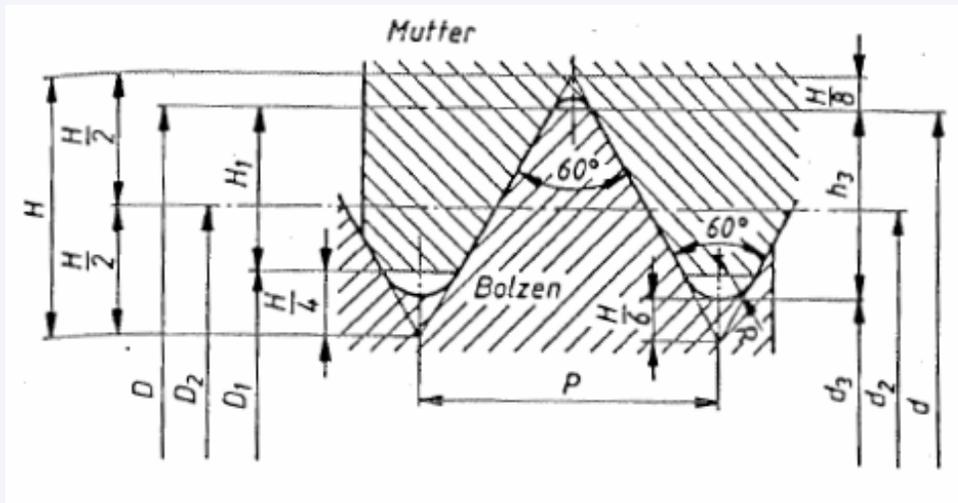
bei Querkraft



bei Querkraft aus Drehmomenten

Metrisches ISO – Gewinde

Metrisches ISO – Gewinde (Regelgewinde) nach DIN 13 T1 (Auszug)



$$H = 0,86603 P$$

$$h_3 = 0,61343 P$$

$$H_1 = 0,54127 P$$

$$R = H/6 = 0,14434 P$$

Die Gewindedurchmesser der Reihe1 sind zu bevorzugen.

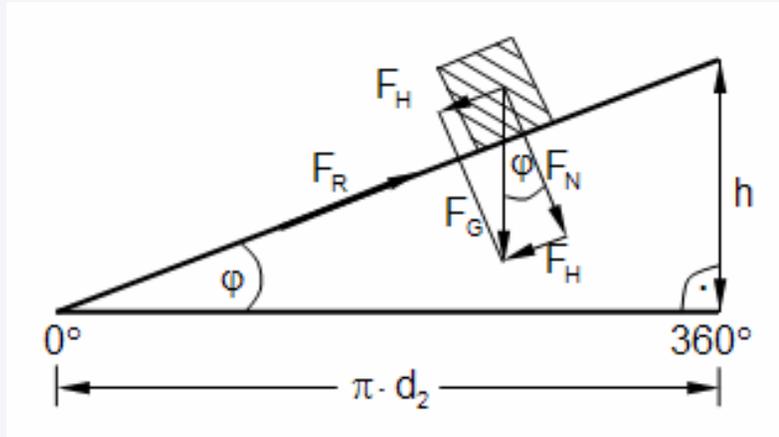
Metrisches ISO – Gewinde

Gewinde- Nenn- durchmesser d=D		Steigung P	Flanken- durch- messer d ₂ =D ₂	Kern- durchmesser		Gewindetiefe		Spannungs- querschnitt A ₃ mm ²	Kern- guerschnitt A ₃ mm ²	Steigungs- winkel φ Grad
Reihe 1	Reihe 2			d ₃	D ₁	h ₃	H ₁			
1		0,25	0,838	0,693	0,729	0,153	0,135	0,460	0,377	5,43
1,2		0,25	1,038	0,893	0,929	0,153	0,135	0,732	0,626	4,38
1,6		0,35	1,373	1,170	1,221	0,215	0,189	1,27	1,075	4,64
2		0,4	1,740	1,509	1,567	0,245	0,217	2,07	1,788	4,19
2,5		0,45	2,208	1,948	2,013	0,276	0,244	3,39	2,980	3,71
3		0,5	2,675	2,387	2,459	0,307	0,271	5,03	4,475	3,41
	3,5	0,6	3,110	2,764	2,850	0,368	0,325	6,78	6,000	3,51
4		0,7	3,545	3,141	3,242	0,429	0,379	8,78	7,749	3,60
	4,5	0,75	4,013	3,580	3,688	0,460	0,406	11,3	10,07	3,41
5		0,8	4,480	4,019	4,134	0,491	0,433	14,2	12,69	3,25
6		1	5,350	4,773	4,917	0,613	0,541	20,1	17,89	3,41
8		1,25	7,188	6,466	6,647	0,767	0,677	36,6	32,84	3,17
	(9)	1,25	8,188	7,466	7,647	0,767	0,677	48,1	43,78	2,78
10		1,5	9,026	8,160	8,376	0,920	0,812	58,0	52,30	3,03
	(11)	1,5	10,026	9,160	9,376	0,920	0,812	72,3	65,90	2,73
12		1,75	10,863	9,853	10,106	1,074	0,947	84,3	76,25	2,94
	14	2	12,701	11,546	11,835	1,227	1,083	115	104,7	2,87

Metrisches ISO – Gewinde

Gewinde- Nenn- durchmesser d=D		Steigung P	Flan-ken durch- messer d ₂ =D ₂	Kern- durchmesser		Gewindetiefe		Spannungs- querschnitt A ₃ mm ²	Kern- guerschnitt A ₃ mm ²	Steigungs- winkel φ Grad
Reihe 1	Reihe 2			d ₃	D ₁	h ₃	H ₁			
16		2	14,701	13,546	13,835	1,227	1,083	157	144,1	2,48
	18	2,5	16,376	14,933	15,294	1,534	1,353	193	175,1	2,78
20		2,5	18,376	16,933	17,294	1,534	1,353	245	225,1	2,48
	22	2,5	20,376	18,933	19,294	1,534	1,353	303	281,5	2,24
24		3	22,051	20,319	20,752	1,840	1,624	353	324,3	2,48
	27	3	25,051	23,319	23,752	1,840	1,624	459	427,1	2,18
30		3,5	27,727	25,706	26,211	2,147	1,894	561	519,0	2,30
	33	3,5	30,727	28,706	29,211	2,147	1,894	694	647,2	2,08
36		4	33,402	31,093	31,670	2,454	2,165	817	759,3	2,19
	39	4	36,402	34,093	34,670	2,454	2,165	976	913,0	2,00
42		4,5	39,077	36,479	37,129	2,760	2,436	1121	1045	2,10
	45	4,5	42,077	39,479	40,129	2,760	2,436	1306	1224	1,95
48		5	44,752	41,866	42,587	3,067	2,706	1473	1377	2,04
	52	5	48,752	45,866	46,587	3,067	2,706	1758	1652	1,87
56		5,5	52,428	49,252	50,046	3,374	2,977	2030	1905	1,91
	60	5,5	56,428	53,252	54,046	3,374	2,977	2362	2227	1,78
64		6	60,103	56,639	57,505	3,681	3,248	2676	2520	1,82
	68	6	64,103	60,639	61,505	3,681	3,248	3055	2888	1,71

Reibungszahl



Haftreibung
Selbsthemmung
(kein Gleiten)

$$F_R = F_H$$

$$\tan \varphi = \frac{F_H}{F_N} = \frac{F_R}{F_N}$$

$$F_R = \tan \varphi \cdot F_N$$

$$F_R = \mu \cdot F_N$$

$$\mu = \tan \varphi$$

Beispiel: Schraube

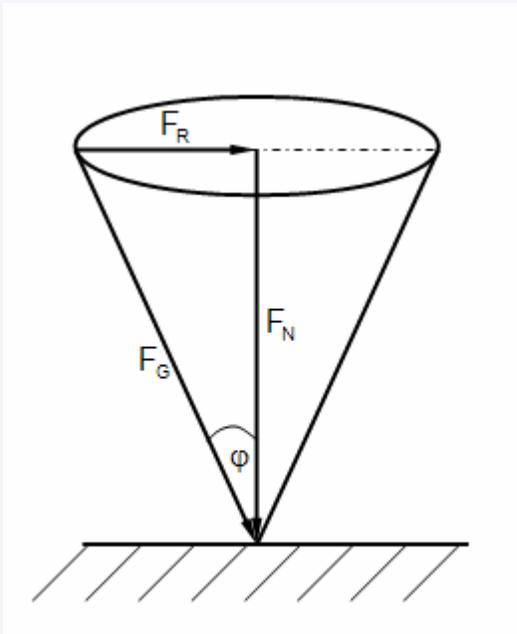
$$St / St \rightarrow \mu \approx 0,1$$

$$\tan \varphi = 0,1$$

$$\mu \approx 6^\circ$$

d. h.: $\varphi < 6^\circ \rightarrow$ Selbsthemmung

„Reibungskegel“



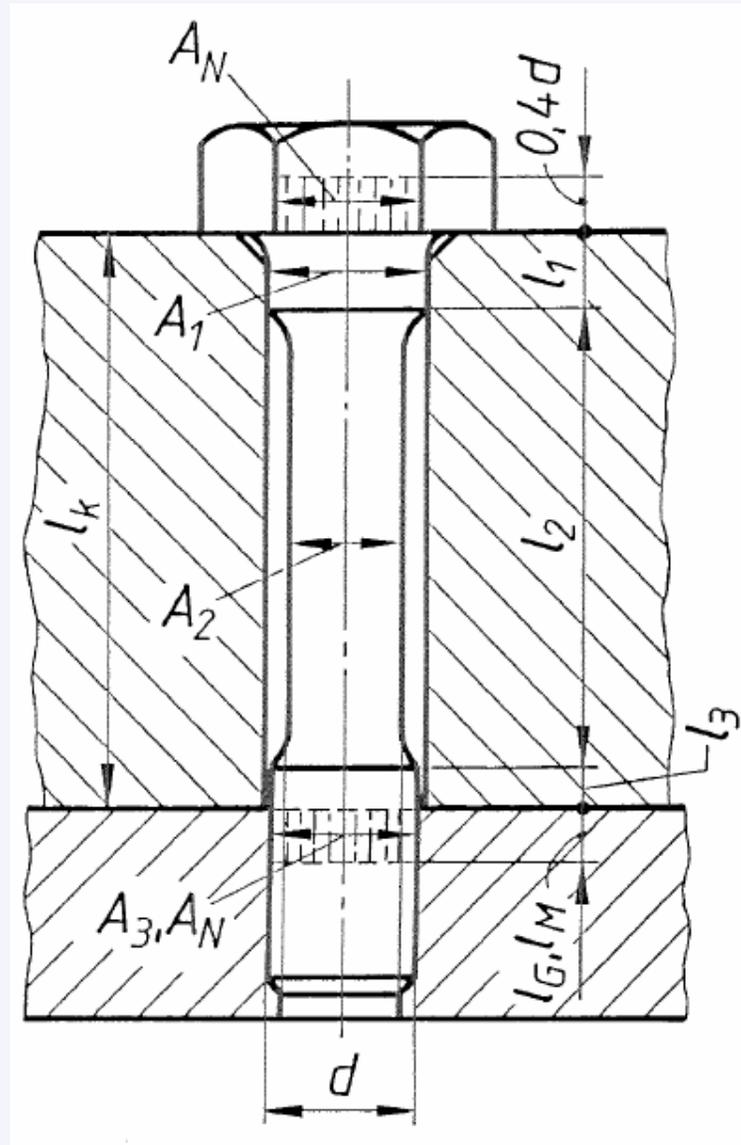
$$\tan \varphi = \frac{F_R}{F_N}$$

$$F_R = \tan \varphi \cdot F_N$$

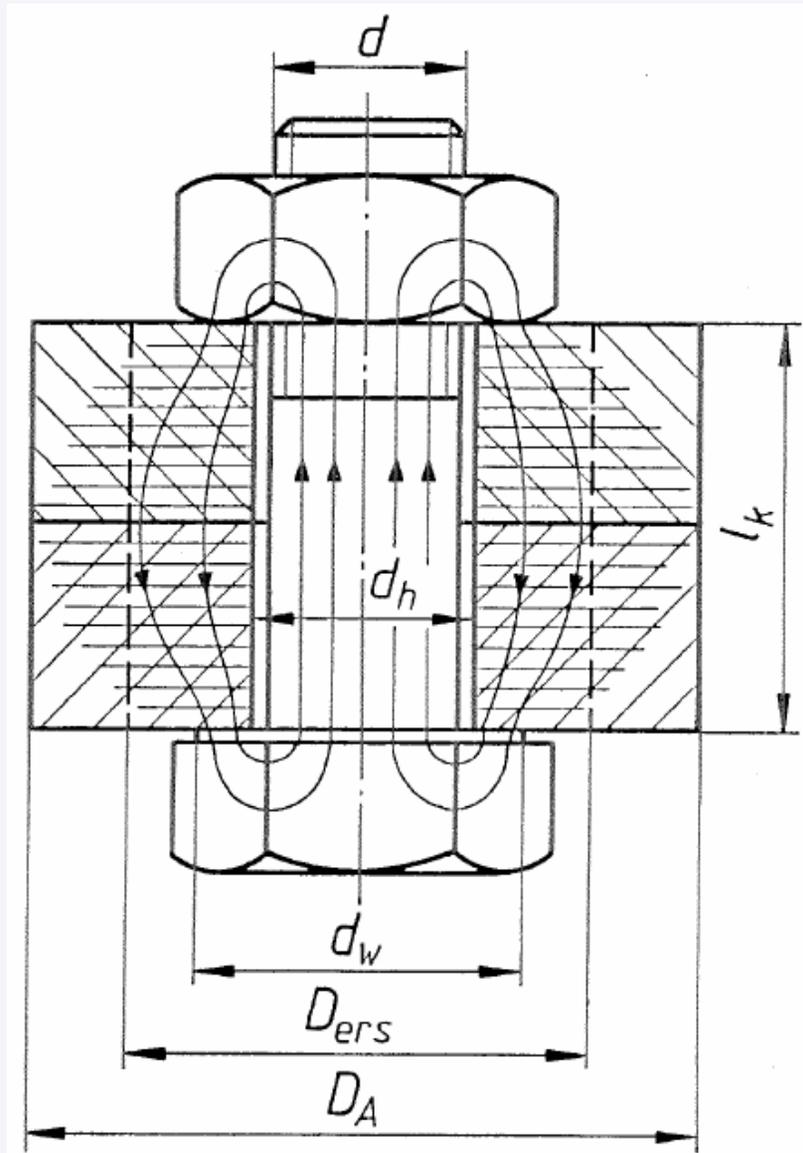
$$F_R = \mu \cdot F_N$$

$$\tan \varphi = 0,1$$

Mitfedernde Einzelemente einer Dehnschraube

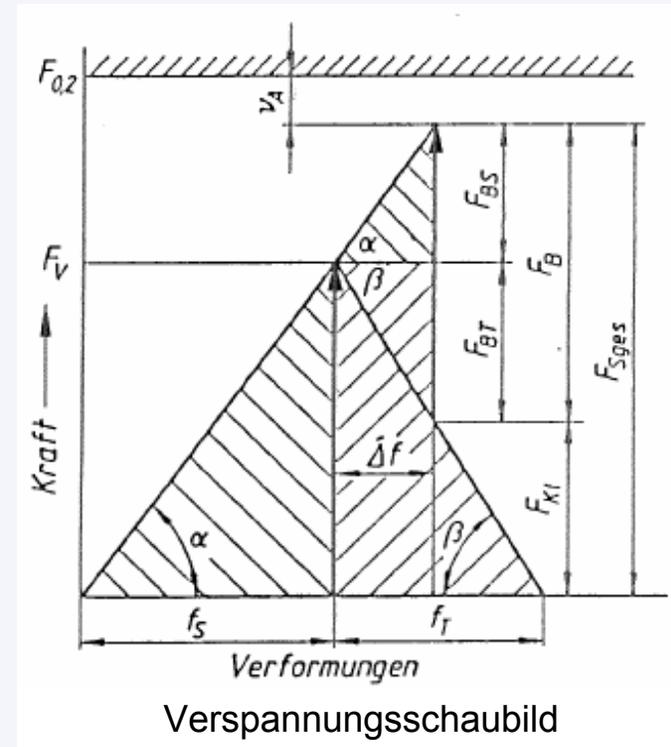
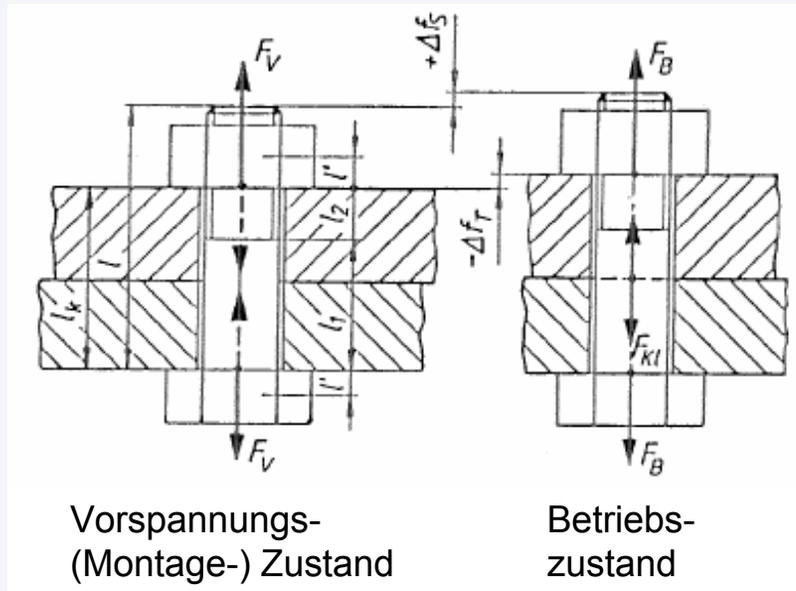


Gedrückte Bereiche in einer Drucksteckverbindung



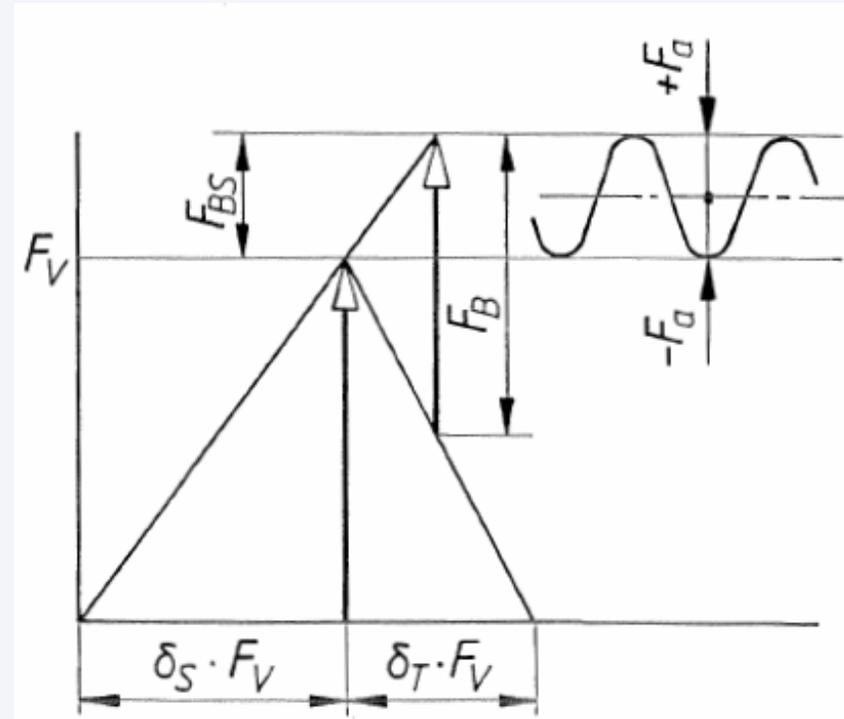
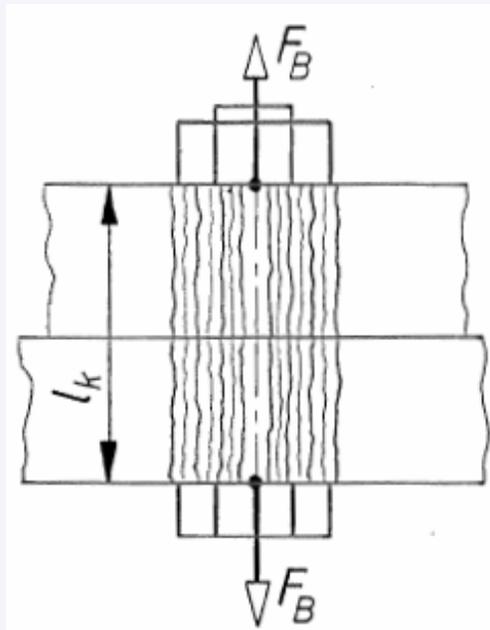
Kräfte und Verformungen

Kräfte und Verformungen an einer vorgespannten Schraubenverbindung

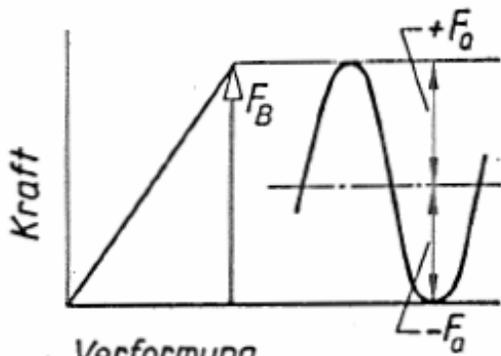


Krafteinleitung in die Schraubenverbindung

Durch die äußere Ebenen (Kopf- und Mutterauflagen) der verspannten Teile (vereinfachter Fall)

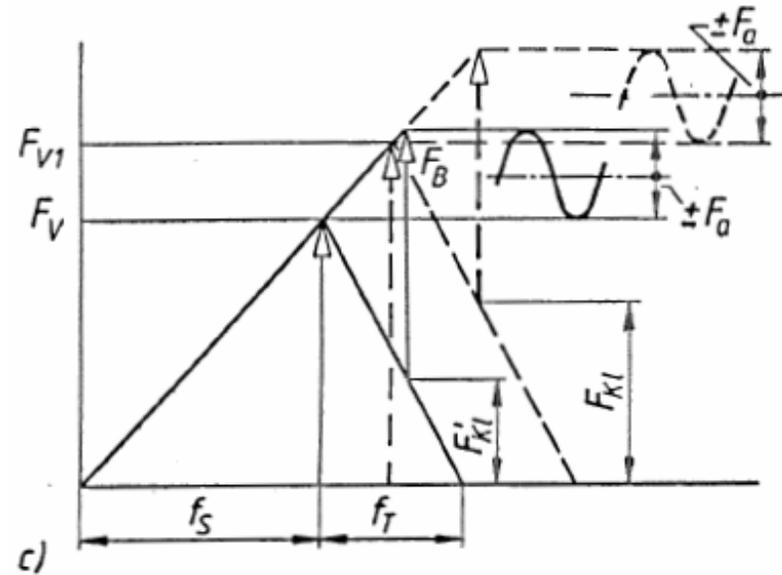


Verspannungsschaubilder



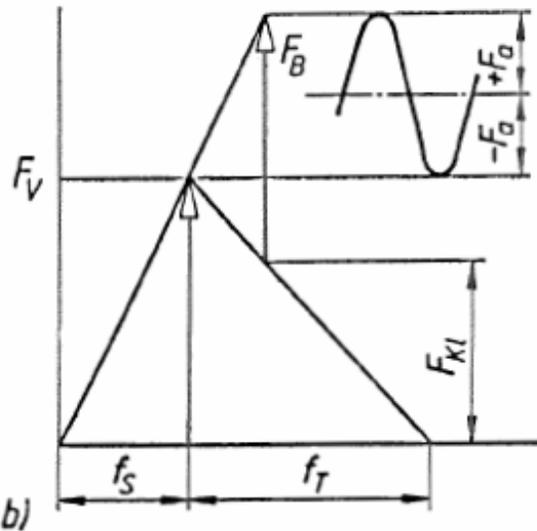
a) Verformung

nicht vorgespannte Schraube



c)

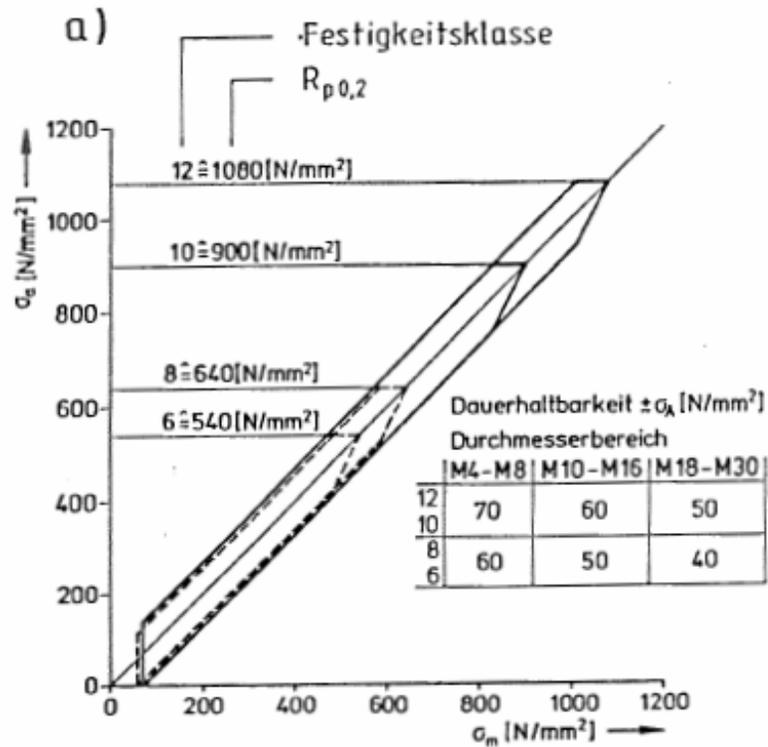
vorgespannte Verbindung bei $f_S > f_T$



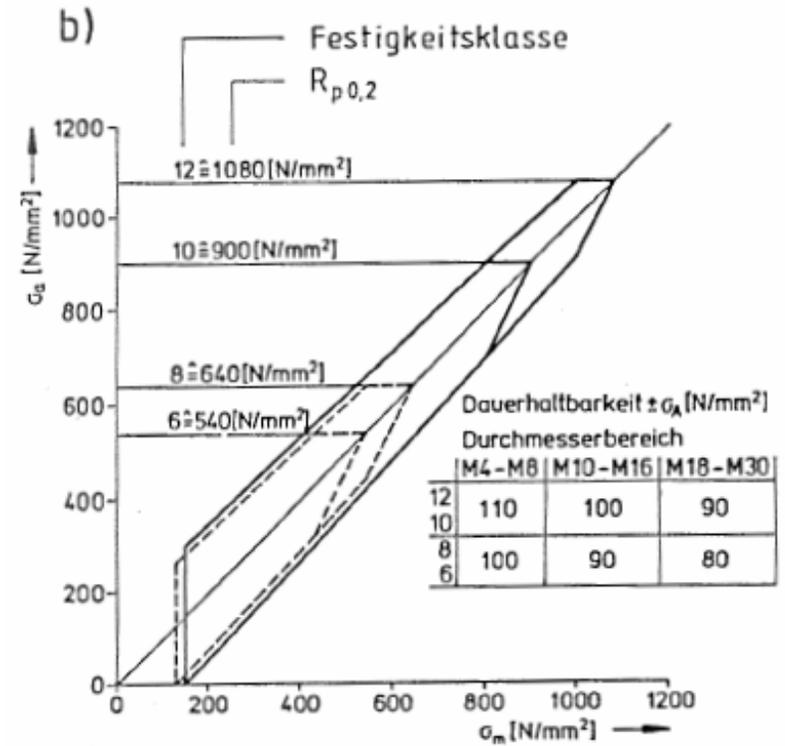
b)

vorgespannte Verbindung bei $f_S < f_T$

Smith – Dauerfestigkeitsschaubilder



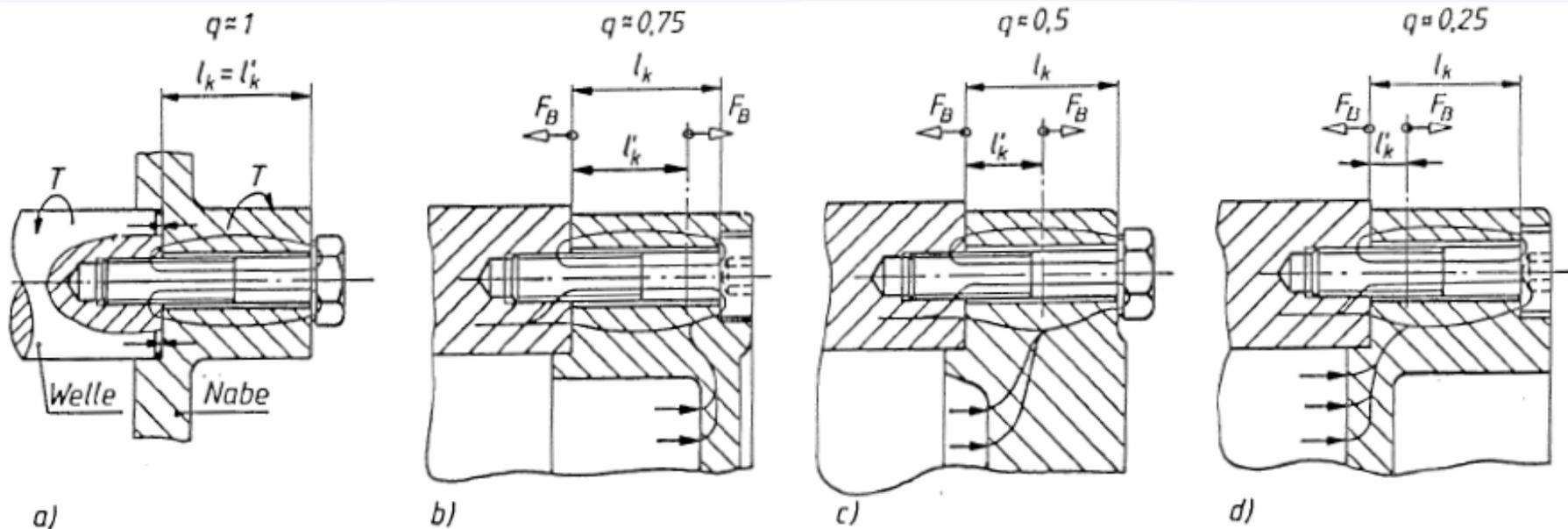
a) schlußvergütete Schrauben



b) schlußgerollte Schrauben

jeweils gepaart mit einer Normmutter

Krafteinleitungsfaktoren für typische Konstruktionsfälle

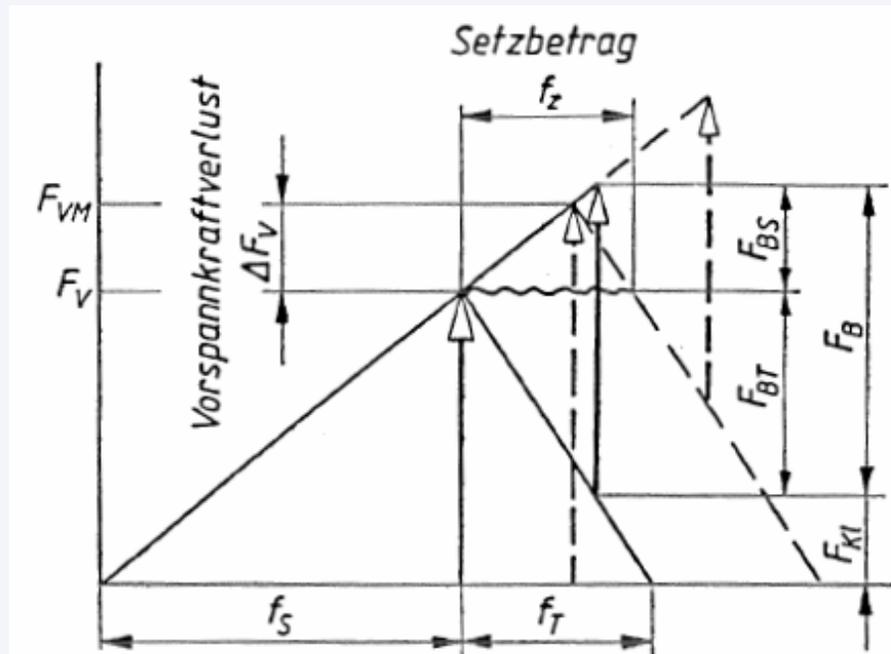


a) Querbeanspruchte, reibschlüssige Schraubenverbindung

b) Deckelverschraubung mit weit von der Trennfuge liegendem Kraftangriffspunkt (ungünstig)

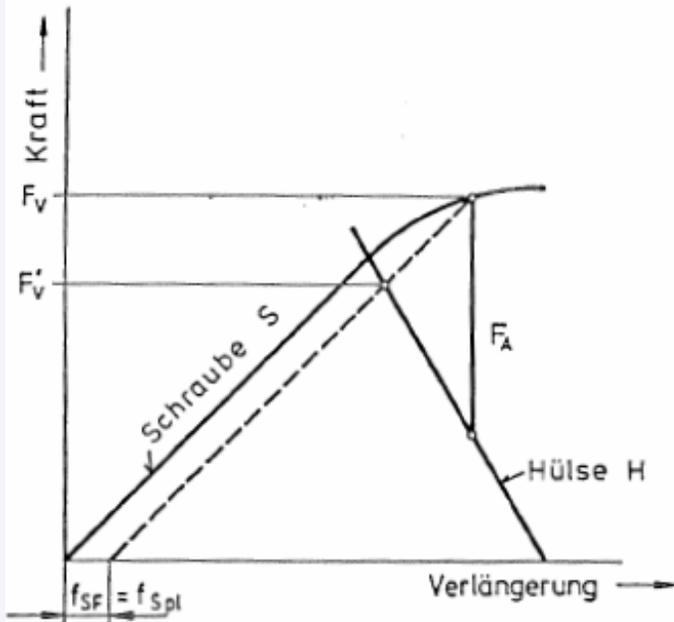
c) und d) mit näher zur Trennfuge rückendem Kraftangriffspunkt (günstiger)

Darstellung Vorspannkraftverlustes und Setzbetrages

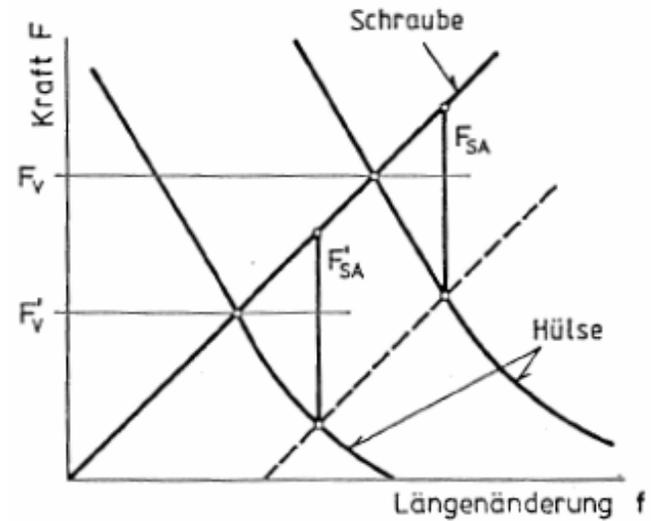


Darstellung des Vorspannkraftverlustes und des Setzbetrages am Verspannungsschaubild

Verspannungsschaubilder



Plastische Verformung der Schraube durch
Oberlast



Verspannungsschaubild mit nichtlinearen
Kennlinien (z. B. Dichtung!)

Beispiel

Verbindung von vier Blechteilen mit Schraube und Mutter (Vorderachsbefestigung an einem Pkw). Schraube M 10-10.9, Klemmlänge $l_K = 12$ mm. Alle Blechteile werden vor dem Zusammenbau grundiert, Schichtdicke jeweils ca. 0,04 mm.

Elastische Verlängerung der Schraube beim Anziehen auf die Vorspannkraft $F_V = 36000$ N

$$\Delta l_{SA} = 0,036 \text{ mm}$$

Elastische Stauchung der verspannten Teile unter der Kraft F_V

$$\Delta l_{FA} = 0,021 \text{ mm}$$

Die Verbindung enthält insgesamt acht Lackschichten von je 0,04 mm Dicke, also zusammen 0,32 mm. Setzt man voraus, dass sich diese Lackschichten unter dem Einfluss äußerer Kräfte (Verschiebungen, „Arbeiten“ der Verbindung) nur um ein Viertel ihrer Dicke setzen, so sind das noch 0,08 mm, also 40% mehr, als die Schraubenverbindung aufgrund ihrer Vorverformung ausgleichen kann. Diese Verbindung wird also nur halten, wenn entweder die Bleche nach dem Zusammenbau grundiert und lackiert werden oder wenn eine Setzsicherung eingebaut wird, die einen Federweg von ca. 0,3 mm ohne kritischen Vorspannkraftverlust liefert.

Beispiel Schraubenlängung Δl_{SA} : Rechnerische Kontrolle

gegeben: $M10 \rightarrow A_S = 58\text{mm}^2$

$$l_0 = 12\text{mm} = l_K$$

$$F_V = 36.000\text{N}$$

$$E = 210.000 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Ansatz: $\sigma = \varepsilon \cdot E = \frac{F_V}{A_S}$

$$= \frac{\Delta l}{l_0} \cdot E = \frac{36.000\text{N}}{58\text{mm}^2}$$

$$= \frac{\Delta l}{12\text{mm}} \cdot 210.000 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$\Delta l = \frac{36.000\text{N}}{58\text{mm}^2} \cdot \frac{12\text{mm} \cdot \text{mm}^2}{210.000\text{N}}$$

$$\Delta l_{SA} = \frac{36 \cdot 12\text{mm}}{58 \cdot 210} = 0,03546\text{mm}$$

allgemein:

$$\sigma = \varepsilon \cdot E = \frac{\Delta l}{l_0} \cdot E = \frac{F_V}{A_S}$$

$$\Delta l = \frac{F_V}{A_S} \cdot \frac{l_0}{E}$$

→ Gleichung diskutieren!

Setzverhalten von Schraubenverbindungen

Die zur Montage einer Verbindung erforderliche Montage-Vorspannkraft F_{VM} wird über die verhältnismäßig kleinen Auflageflächen des Schraubenkopfes bzw. der Mutter und der Gewindeflanken übertragen, so dass hohe Flächenpressungen Kriechvorgänge im Werkstoff auslösen und plastische Verformungen hervorrufen können. Dieses „Setzen der Verbindung“ führt zu einem Vorspannkraftverlust F_Z , wodurch die Restvorspannkraft gleich Restklemmkraft F_{KL} soweit abgebaut werden kann, dass die Verbindung gefährdet ist.

Neben Art und Höhe der Beanspruchung ist die Größe der Setzbeiträge insbesondere von der Festigkeit der Verbindungsteile, ihrer Rauigkeit und elastischen Nachgiebigkeit abhängig.

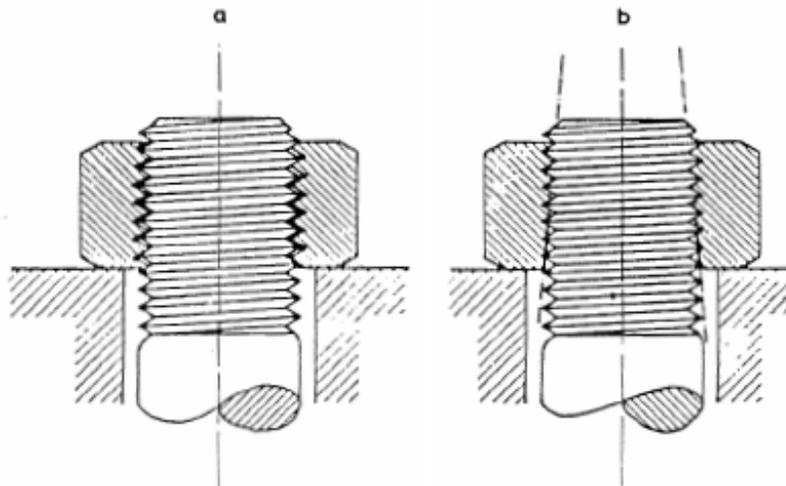
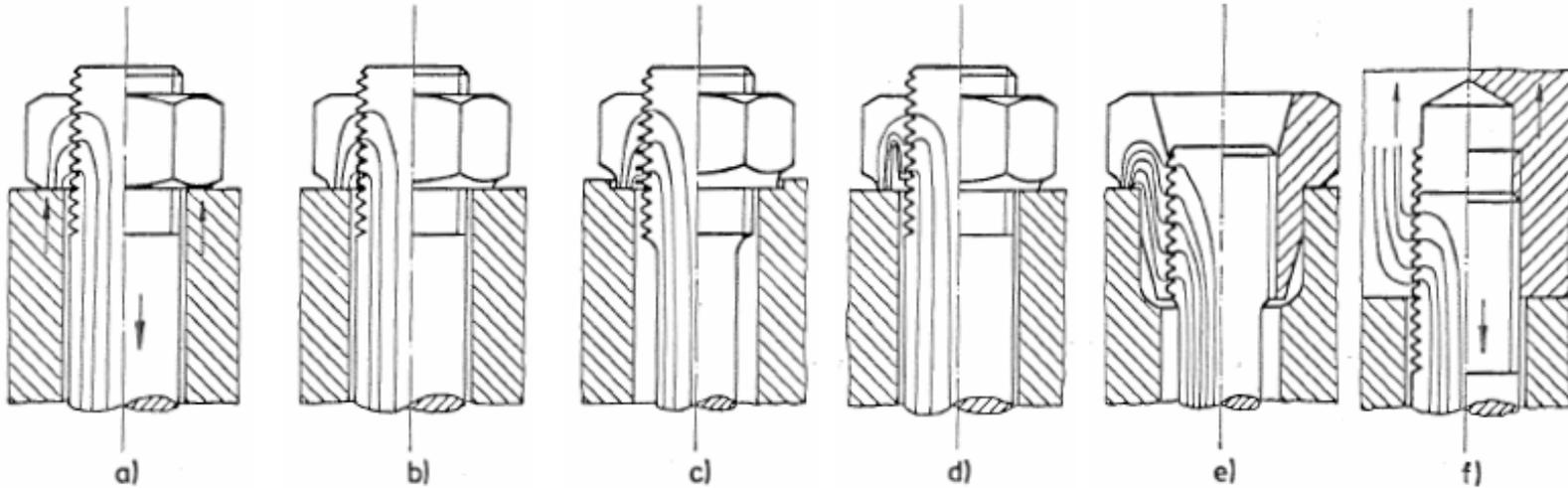
Die größten Setzungen treten beim Festdrehen auf und werden dabei schon ausgeglichen. Besonders bei dynamischer Belastung kann es jedoch zu weiterem Vorspannkraftverlust kommen, der durch elastische Längenänderung der Schraube aufgefangen werden muss.

Vermeidung von Setzen

Wenn es konstruktiv nicht mit Sicherheit zu vermeiden ist, dass sich Schraubenverbindungen im Betrieb setzen werden, sind wirksame Setzsicherungen oder Sonderausführungen von Schraubenverbindungen anzuwenden:

- Verwendung von längeren Schrauben - wenn konstruktiv möglich - auch in Verbindung mit zwischengeschalteten Hülsen
- Erhöhung der Klemmkräfte durch Wahl höherfester Schrauben; dabei werden außerdem schon bei der Montage mögliche bleibende Verformungen vorweggenommen
- Schrauben mit angepresster, federnder Kopfscheibe (Federkopfschraube, Bundschraube mit konkaver Auflagefläche)
- Muttern mit angepresster, konkaver Auflegescheibe
- Spannscheiben DIN 6796 und DIN 6908
- Tellerfedern hoher Steifigkeit
- Bundschrauben und Bundmuttern oder dicke, vergütete Unterlegscheiben verringern die Flächenpressung und damit auch das Setzen an den Auflageflächen

Vergleichmäßigung der Gewindebelastung



a) normale Mutter

b) Muttergewinde kegelig ausgedreht

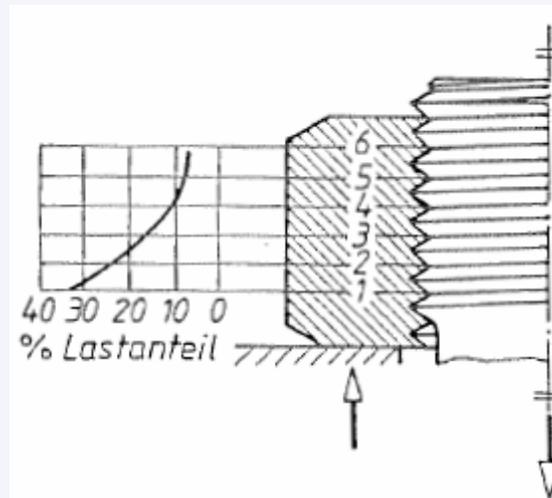
c) Mutter mit hinterdrehtem Gewinde nach Solt

d) Mutter mit axialer Entlastungskerbe nach Thum

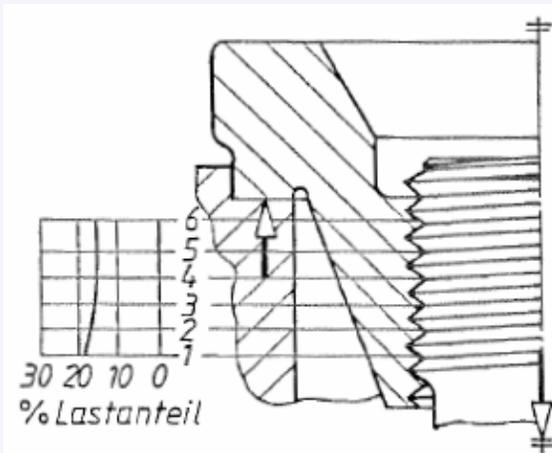
e) Hängemutter nach Maduschka

f) Stiftschraube unter Zuglast

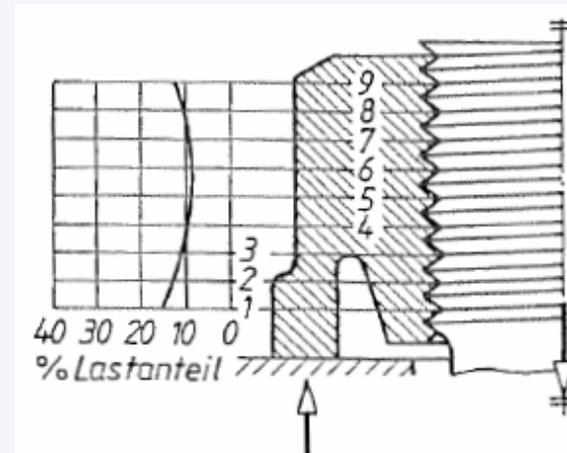
Lastverteilung bei Schrauben – Mutter – Verbindungen



Druckmutter (ungünstig)

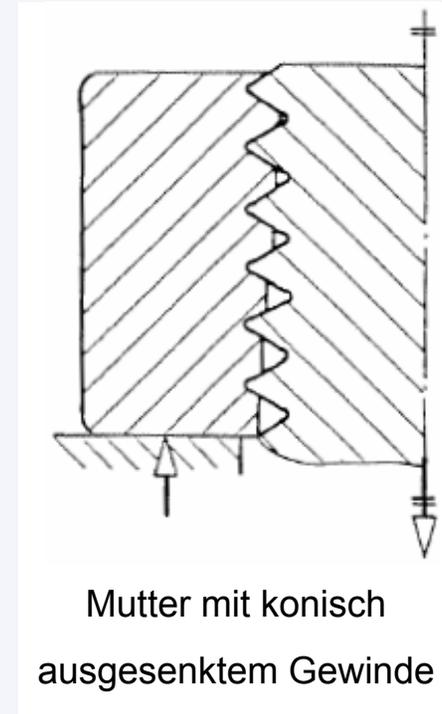
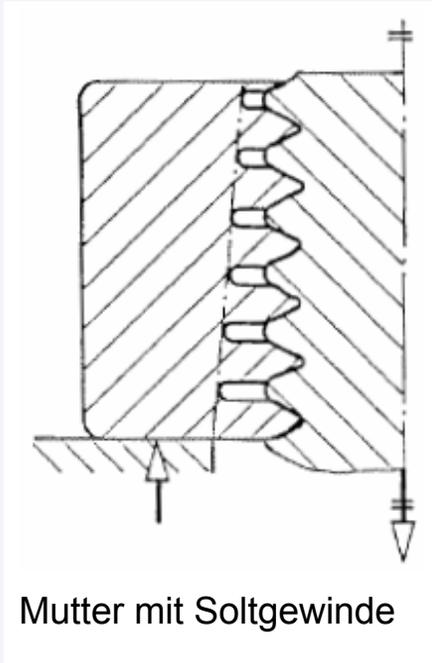


Zugmutter

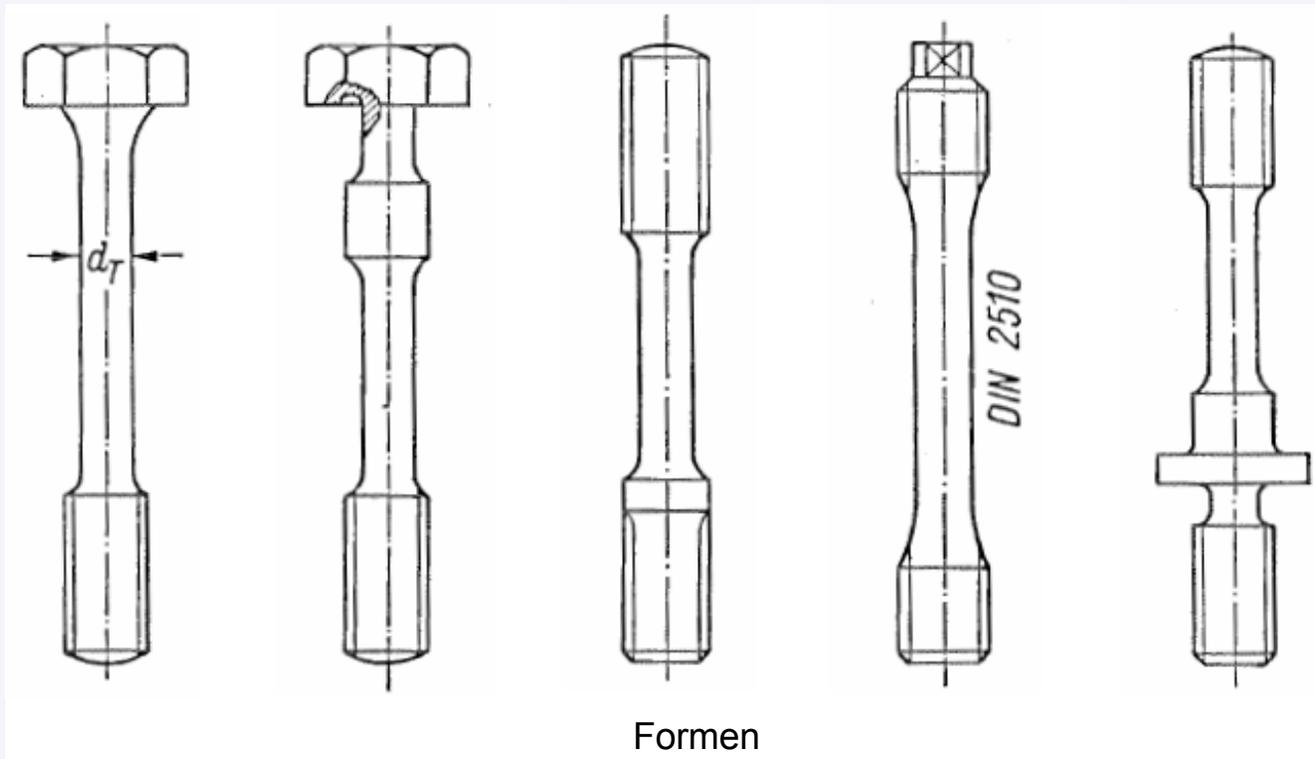


Stulpmutter

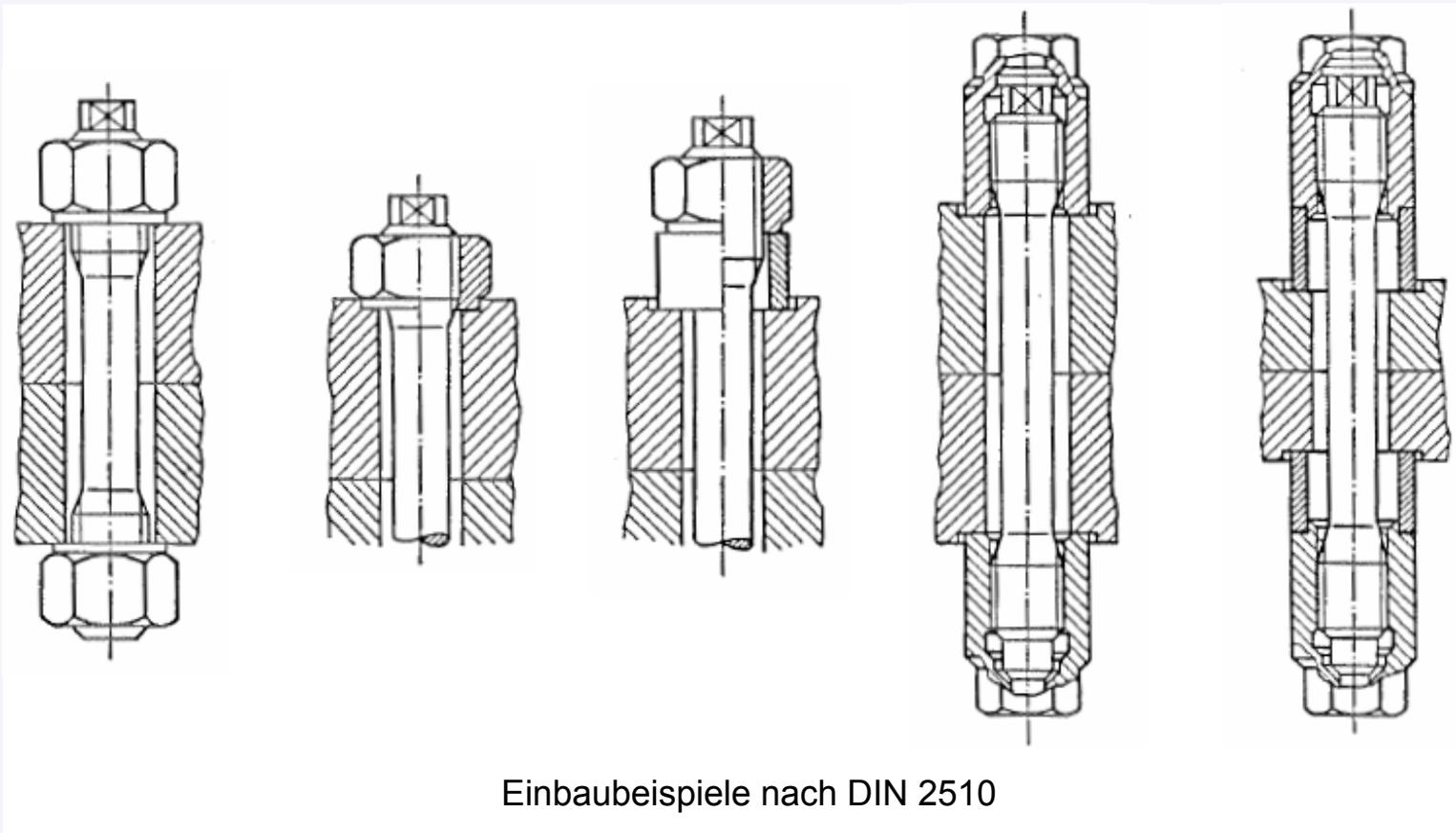
Lastverteilung bei Schrauben – Mutter – Verbindungen



Verschiedene Dehnschrauben



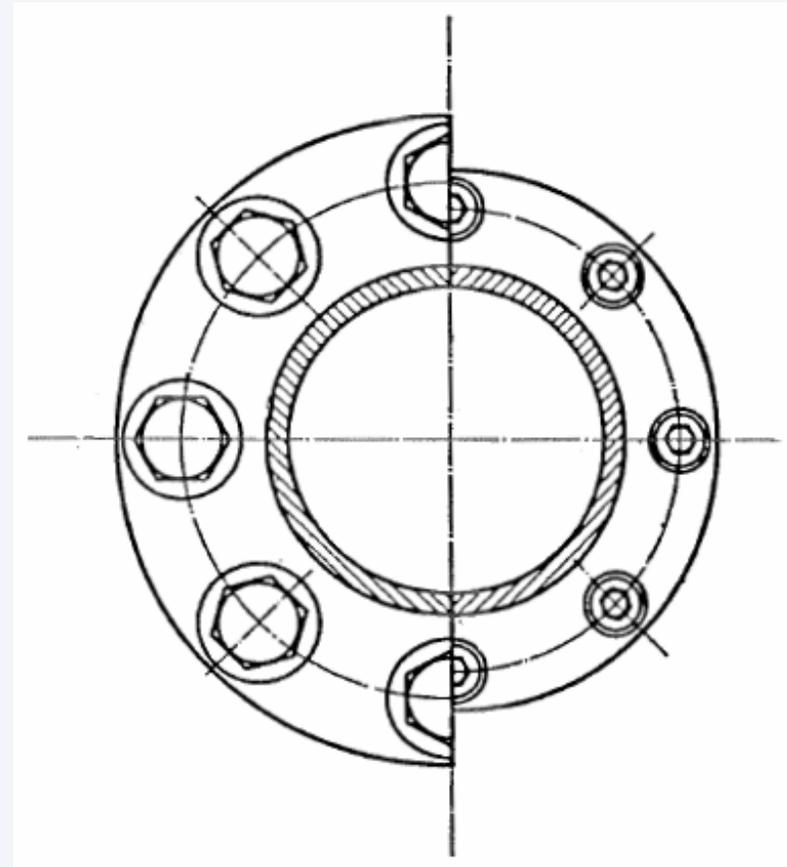
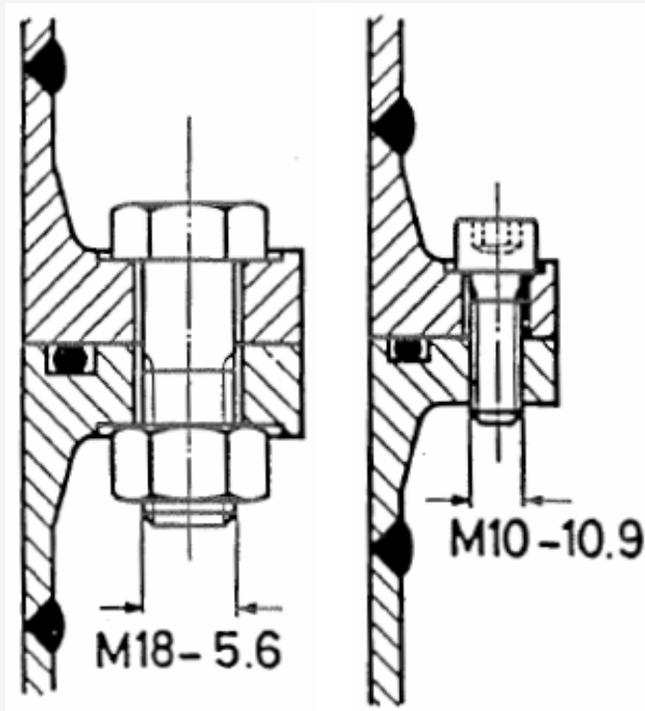
Verschiedene Dehnschrauben



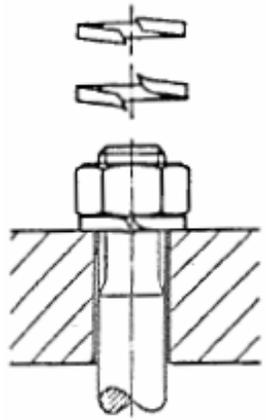
Zusammenfassend ist zu bedenken:

- Erhöhung der Elastizität der Schraube durch Ausführung als Dehnschraube und / oder Ausnutzung größtmöglicher Längen, eventuell mit elastischen Kopfformen
- Verwendung hochfester Schrauben, damit Verminderung des Schraubendurchmessers, somit ebenfalls Erhöhung der Elastizität der Schraube
- Künstliche Vergrößerung der spannenden Länge durch Zwischensetzen einer Hülse
- Versteifung der verspannten Teile durch Formgebung
- Verlängerung des Kraftangriffspunktes in das Innere der verspannten Teile
- Möglichst keine mitverspannten Scheiben oder Schraubensicherungsringe, um vorzeitigen Vorspannkraftverlust zu vermeiden
- Eventuell kaltverfestigte Gewinde
- Verminderung der Spannungskonzentration im ersten tragenden Gewindegang durch gute Formgebung
- Ausreichendes Anziehen bis zur Streckgrenze, Wahl der richtigen Anzugsverfahrensklasse

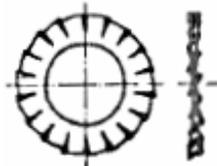
Gewichtseinsparung durch Verwendung hochfester Schrauben



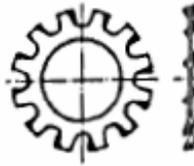
Schraubensicherungen



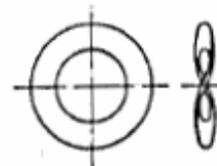
a) Federring



b) Fächerscheibe



c) Zahnscheibe



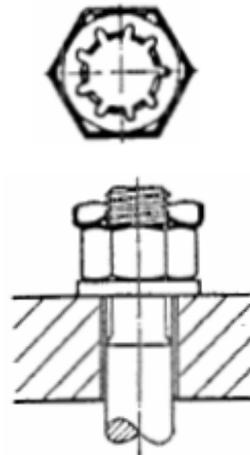
d) Federscheibe



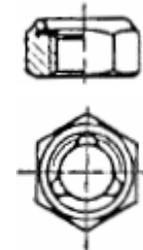
e) Schnorr-Sicherung



f) selbstsichernde Sechskantmutter

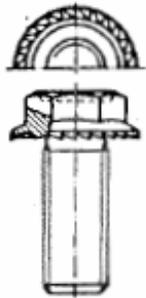


g) Sicherungsmutter

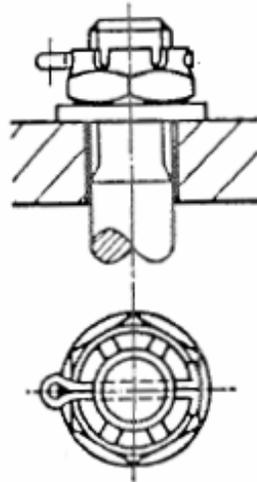


h) Spring-Stop Sechskantmutter

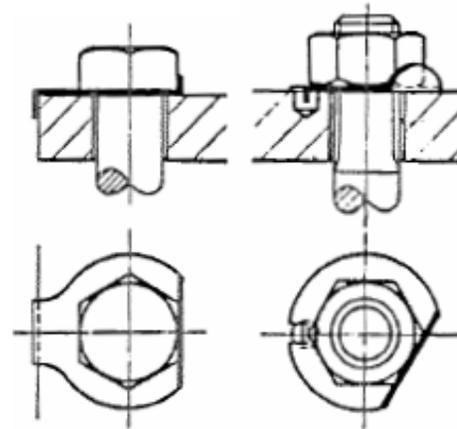
Schraubensicherungen



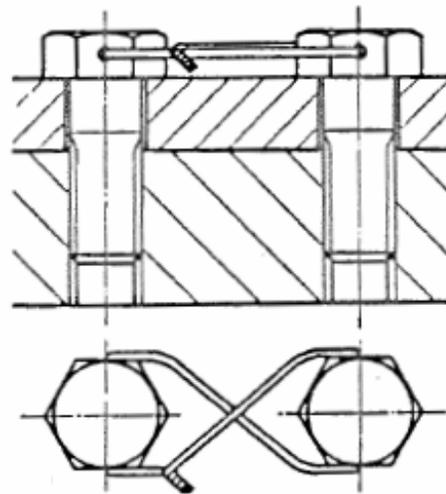
i) Sperrzahnschraube



k) Kronenmutter mit Splint



l) Sicherungsbleche



m) Drahtsicherung

Unwirksame Sicherungselemente

Die im folgenden aufgeführten Elemente besitzen keinerlei Sicherungswirkung, weder in Bezug auf Lockern noch in Bezug auf Losdrehen. Obwohl in der Bezeichnung der betreffenden Normen teilweise das Wort „Sicherung“ enthalten ist, muss vor der Anwendung - vor allem in hochbeanspruchten Schraubenverbindungen! - gewarnt werden.

- Federringe DIN 127, DIN 128, DIN 6905, DIN 7980
- Federscheiben DIN 137, DIN 6904
- Zahnscheiben DIN 6797, DIN 6906
- Fächerscheiben DIN 6798, DIN 6907
- Sicherungsbleche DIN 432, DIN 463, für Schrauben mit Festigkeitsklassen ab 8.8 aufwärts
- Kronenmuttern DIN 935, DIN 937, DIN 979 mit Splinten DIN 94 für Schrauben mit Festigkeitsklassen ab 8.8 aufwärts

Verliersicherungen

Als Verliersicherungen werden jene Elemente und Methoden bezeichnet, die zwar ein teilweises Losdrehen und damit Vorspannkraftverluste bis zu ca. 80% nicht verhindern können, wohl aber das vollständige Auseinanderfallen der Verbindung. Sie sind nur bei querbelasteten Verbindungen erforderlich und sinnvoll.

Hierher gehören:

- „Selbstsichernde“ Muttern – DIN 982, DIN 985
- Schrauben mit Kunststoff-Streifen und -Pfropfen im Gewinde
- Axial oder/und radial verformte Muttern (künstliche Steigungs- oder Durchmesserfehler) entsprechend DIN 980 bzw. DIN 267, Blatt 15
- Kronenmuttern DIN 935, DIN 937, DIN 979 mit Splinten DIN 94 bei Vorspannkraften entsprechend Schrauben-Festigkeitsklassen unter 8.8
- Drahtsicherungen (bei hohen Vorspannkraften oder dünnem Draht kann der Sicherungsdraht

Losdrehsicherungen

Elemente und Methoden, welche die Bezeichnung „Losdrehsicherung“ verdienen, erhöhen die Grenzverschiebung so weit, dass sie unter den Bedingungen der Praxis nicht mehr überschritten werden kann. Damit bleibt annähernd die volle Montage – Vorspannkraft bis zum Dauerbruch der Schraube erhalten, die Verbindung dreht sich nicht los. Sie sind deshalb auch nur bei querbelasteten Schraubenverbindungen erforderlich. Zu dieser Gruppe gehören:

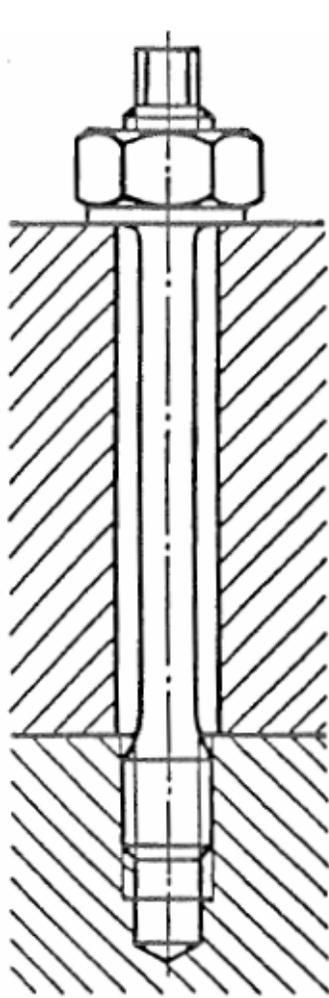
- ausreichend lange Schrauben ohne zusätzliche Sicherungselemente. Was ausreichend ist, hängt von den im Einzelfall unterschiedlichen Faktoren Vorspannkraft (Festigkeitsklasse), Reibwert unter Kopf und im Gewinde, Spiel zwischen Durchgangsloch und Schraubenschaft ab. Als Faustformel ist für Schrauben mit normal schwarz / geölter Oberfläche und Festigkeitsklassen ab 8.8 aufwärts in Verbindung mit Durchgangslöchern nach DIN 69, Reihe m, anzusetzen: $l_K = 6 \times d$
- Schrauben und Muttern mit Verriegelungszähnen an der Auflagefläche oder ähnlichen, einen Formschluss oder erhöhte Reibung verursachenden Vorrichtungen

Losdrehsicherungen

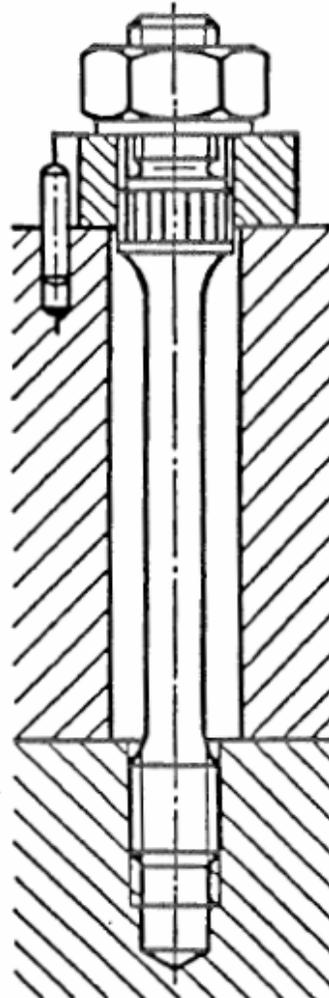
- Klebstoffe, die im Gewinde einen Stoffschluss erzeugen und dadurch Gleitbewegungen an den Gewindeflanken verhindern. Derartige Klebstoffe sind flüssig und in mikroverkapselter Form lieferbar. Während die Domäne der bereits beim Schraubhersteller mit mikroverkapseltem Klebstoff beschichteten Schrauben die Großserie ist, eignen sich die aus der Flasche aufgetragenen flüssigen Klebstoffe besser für die Einzel- und Kleinserienfertigung

Verhinderung der Verdrehung

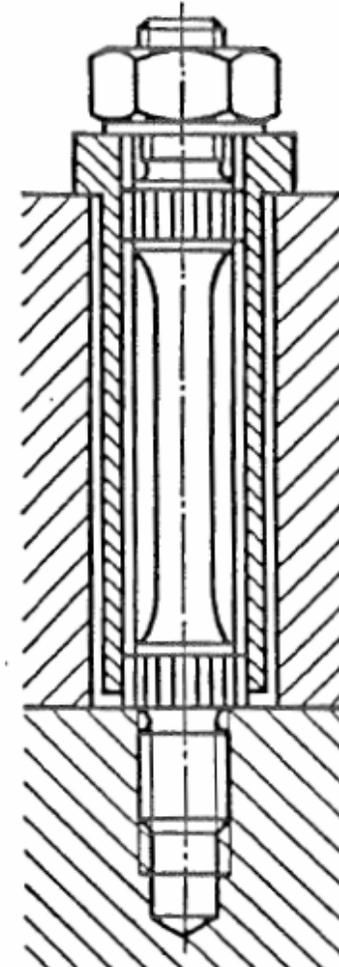
Die Verdrehung des Schraubenschaftes beim Anziehen von Dehnschrauben wird verhindert durch



a) Vierkantansatz zum Gegenhalten



b) Kerbverzahnung an Bund und Scheibe



c) Kerbverzahnung an Bund und Hülse

Konstruktive Möglichkeiten des Sicherns gegen Losdrehen

Je größer die Grenzverschiebung s ist, desto größer ist auch die primäre Sicherheit gegen selbsttätiges Losdrehen. Dazu führen folgende Maßnahmen:

- **Ausreichend hohe Klemmkräfte**, damit Querverschiebungen nur unter extremen Spitzenbelastungen eintreten können, d. h.
 - Vergrößerung der Vorspannkraft (Wahl einer höheren Festigkeitsklasse)
 - größere Schraubendurchmesser d
- **Erhöhung der elastischen Dehnungen**
 - größere Klemmlänge, IK möglichst über $6 \times d$
 - kleinerer E-Modul des Schraubenwerkstoffs
 - kleineres Widerstandsmoment des Schraubenschaftes, also z. B. durch die Wahl von Dünnschaft- oder Dehnschrauben, auch wegen der besseren Biege-Dauerbeanspruchbarkeit, aber gleichzeitig auch niedrigere, ungünstigere Klemmkräfte wegen des kleineren Querschnitts

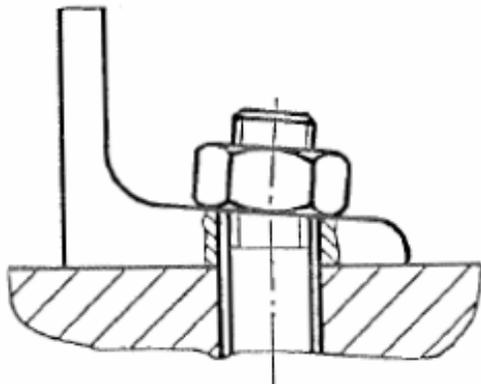
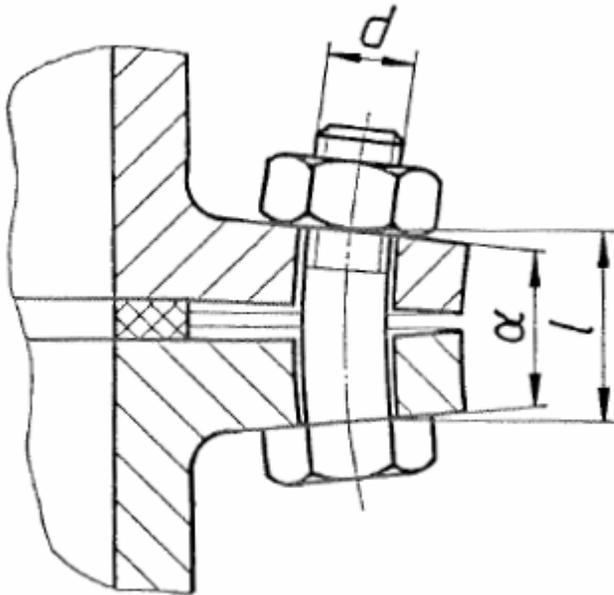
- **Schlupfbegrenzung**

 - Einsatz von Passschrauben oder sonstiger Formschluß

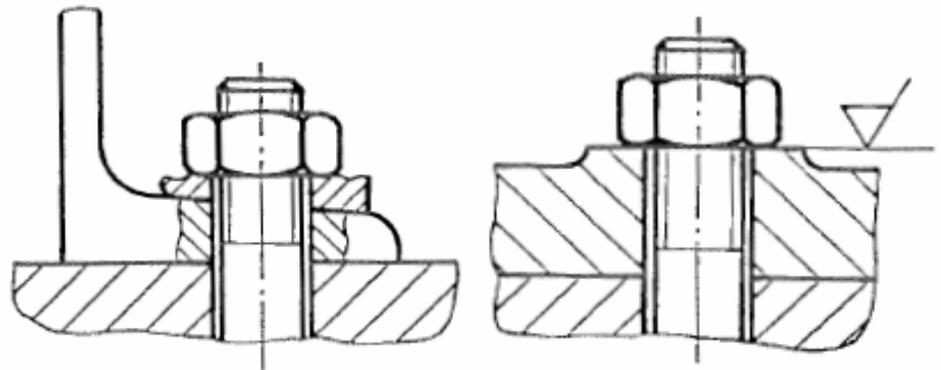
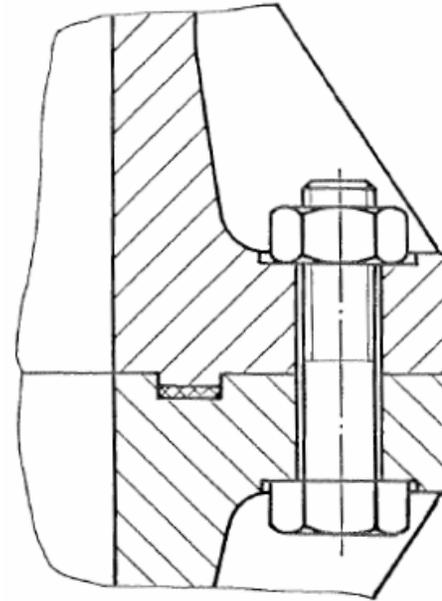
- **größere Reibung und Haftung an den Auflageflächen** des Schraubenkopfes und der Mutter

- **größere Reibung im Gewinde**, je höher, je besser, aber nicht beim Anziehen, da dadurch die mögliche ausnutzbare Klemmkraft erniedrigt wird

Gestaltung der Kopf- und Mutterauflageflächen

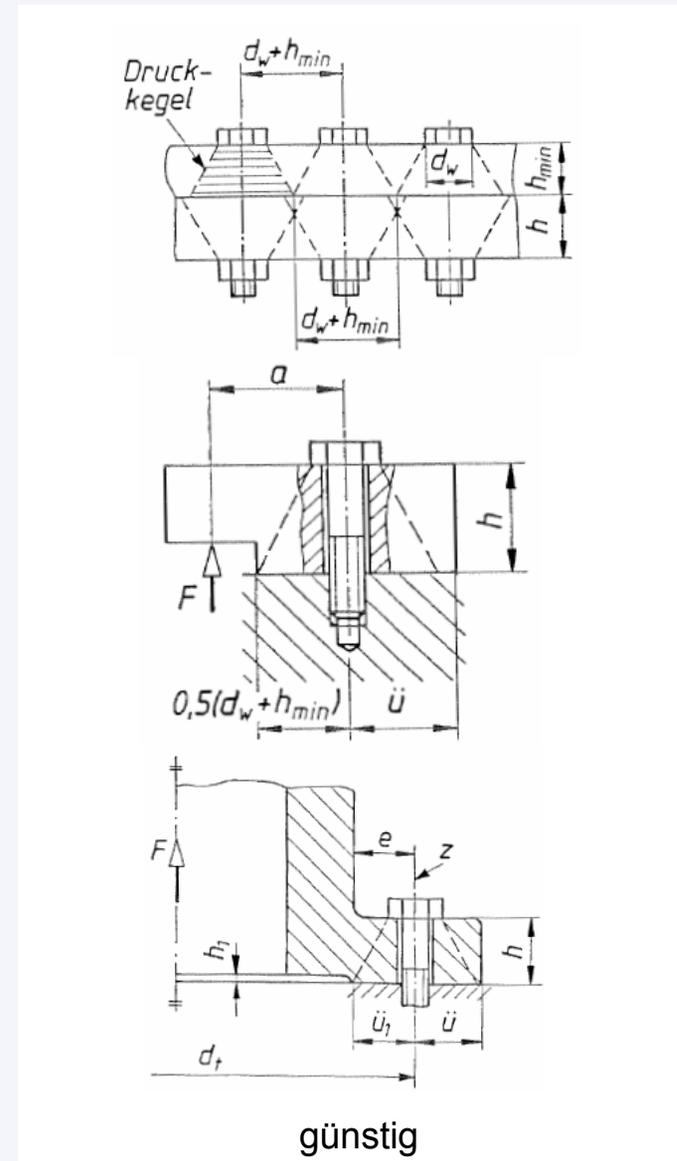
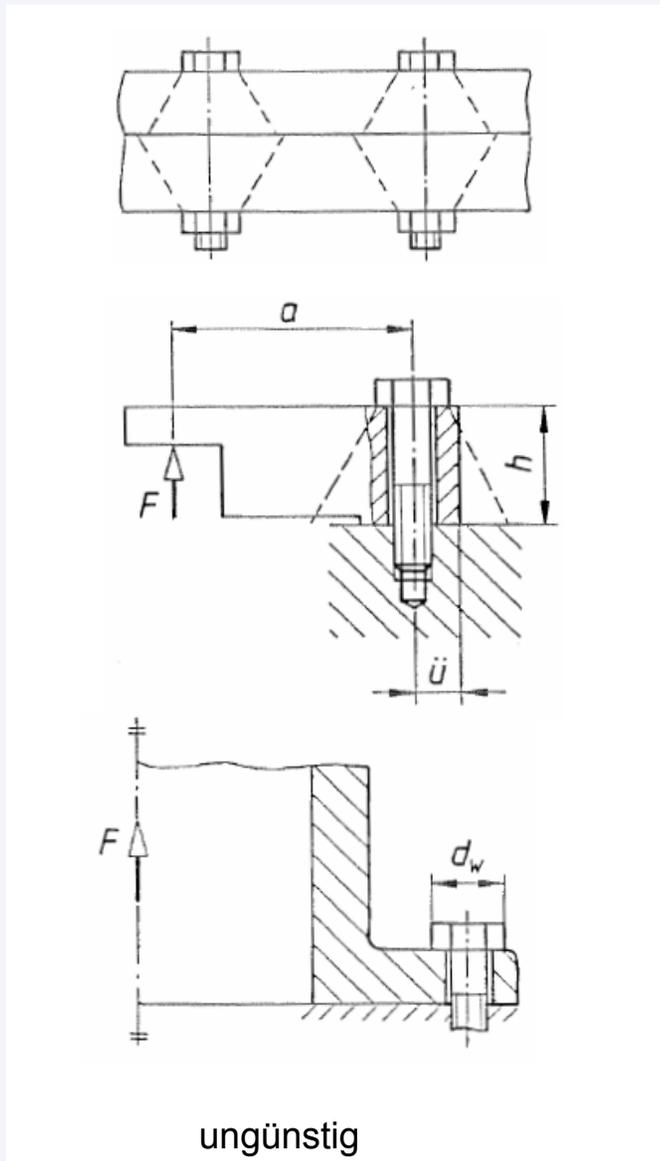


ungünstig



günstig

Gestaltungsrichtlinien für Balken- und Flaschenverbindungen



Nach ihrer Wirksamkeit lassen sich die Sicherungselemente in 3 Gruppen einteilen:

- **Unwirksame „Sicherungselemente“** (z.B. Federringe und Zahnscheiben),
- **Verliersicherungen** (z.B. formschlüssige Elemente), die ein teilweises Losdrehen nicht verhindern können, wohl aber das Auseinanderfallen der Schraubenverbindung
- **Losdrehsicherungen**, die entweder die Relativbewegung bei Beanspruchung quer zur Schraubenachse verhindern (z.B. Kleber) oder die in der Lage sind, das bei Vibration entstehende innere Losdrehmoment zu blockieren (z.B. Sperrzahnschraube) und so die Vorspannkraft annähernd zu erhalten.

Als Sicherungsmaßnahmen kommen in Frage:

- **Mitverspannte federnde Sicherungselemente**, wenn sie im Bereich der Spannkraft der längsbelasteten Schrauben noch nennenswerte Federwege aufweisen, was bei genormten Sicherungen nur für Schrauben niedriger Festigkeitsklassen zutrifft. Für solche axialbeanspruchte kurze Schrauben sind sie dann als Sicherung gegen Lockern brauchbar. Vor ihrer Anwendung muss jedoch gewarnt werden.

- **Formschlüssige Sicherungselemente** erhöhen als mitverspannte Elemente durch zusätzliche Setzungen den Vorspannkraftverlust bei längsbeanspruchten Verbindungen; bei querbeanspruchten Verbindungen sind sie nur wirksam, wenn sie bei Aufhebung der Selbsthemmung das Moment in Losdrehrichtung aufnehmen können, sonst können sie zerstört werden. Sie halten in der Regel eine Restvorspannkraft aufrecht und sichern die Verbindung gegen Verlieren.
- **Kraftschlüssige Sicherungselemente** durch erhöhten Reibungsschluss der Gewindeflanken können meist nur einen Teil des bei Aufhebung der Selbsthemmung entstehenden Losdrehmomentes aufnehmen; F_v fällt ab, bis das Moment in Losdrehrichtung im Gleichgewicht mit dem Klemmoment steht, das durch Verformung z. B. des Polyamidringes entsteht.
- **Sperrzahnschrauben** können das bei Vibration entstehende innere Losdrehmoment blockieren und die volle Vorspannkraft aufrechterhalten. Nicht für gehärtete Bauteile geeignet.

- **Stoffschlüssige Sicherungselemente** verhindern Relativbewegungen, so dass kein inneres Losdrehmoment entsteht. Bei gehärteten Bauteilen häufig an Stelle von Sperrzahnschrauben.
- **Konstruktive Maßnahmen**, z. B. Erhöhung der Elastizität der Verbindung, Verminderung der Setzbeträge, Vermeidung von Relativbewegungen der Berührungsflächen und Gewinde durch entsprechend hohe Vorspannung.

Merke: In der Regel müssen nur sehr kurze Schrauben der unteren Festigkeitsklassen (≤ 6.8) in dynamisch längsbelasteten Verbindungen und kurze bis mittellange Schrauben ($l_k / d \leq 5$) aller Festigkeitsklassen in dynamisch querbelasteten Verbindungen gesichert werden.

Schrauben – Berechnungsbeispiel

$$\sigma_z = \frac{F_z}{A_s} \left[\frac{N}{mm^2} \right]$$

$$1N = 1kg \cdot 1 \frac{m}{s^2}$$

$$\sigma_z = \frac{\Delta l}{l_0} \cdot E \left[\frac{N}{mm^2} \right]$$

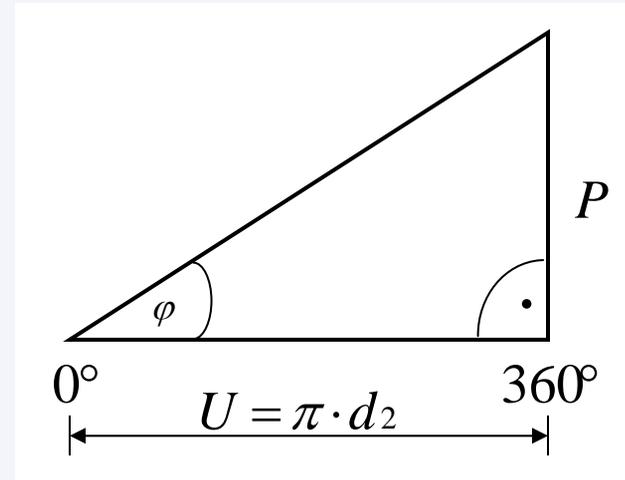
$$\Leftrightarrow 9,81N = 1kg \cdot 9,81 \frac{m}{s^2} = 1kp$$

$$\Rightarrow 10N \approx 1kp$$

Beispiel:

M8x100 – 10.9 DIN 931

$$\tan \varphi = \frac{P}{\pi \cdot d_2}$$



Schrauben – Berechnungsbeispiel

a) drehmomentgesteuert: $M_A = 40_{Nm}$ (Annahme)

$$M_A = F_Z \cdot \left[\frac{d_2}{2} \tan(\varphi + \rho_G) + \mu_k \cdot r_A \right] \quad [Nmm]$$

$$r_A \approx 0,7 \cdot d$$

$$\tan \rho_G = \mu_G$$

$$r_A \approx 5,6_{mm}$$

Annahme: $\mu_G = \mu_k = 0,15$ leicht geölt

$$\varphi \approx 3,17^\circ$$

$$\Rightarrow \rho_G \approx 8,5^\circ$$

$$F_Z = \frac{M_A}{\frac{d_2}{2} \cdot \tan(\varphi + \rho_G) + \mu_k \cdot r_A} \quad F_Z = \frac{40 \cdot 10^3_{Nmm}}{\left[\frac{7,188}{2} \cdot \tan(3,17^\circ + 8,5^\circ) + 0,15 \cdot 5,6 \right]_{mm}}$$

$$F_Z = \frac{40 \cdot 10^3_{Nmm}}{1,58232_{mm}} \quad F_Z = 25.279,34_N$$

Kontrolle:

$$\sigma_{Z0,2} = R_{P0,2} = \frac{F_{0,2}}{A_S}$$

$$F_{0,2} = R_{P0,2} \cdot A_S$$

$$F_{0,2} = 900 \frac{N}{mm^2} \cdot 36,6 mm^2$$

$$F_{0,2} = 32.940 N$$

$$\Rightarrow F_Z < F_{0,2}$$

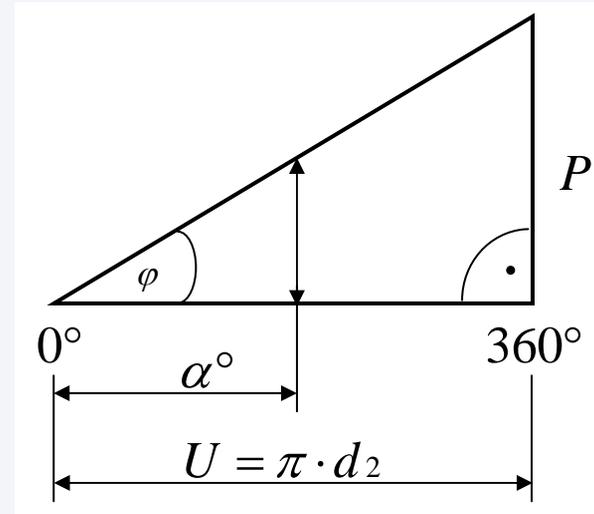
Schrauben – Berechnungsbeispiel

a) drehwinkelgesteuert: $\alpha^\circ = 115^\circ$ (Annahme)

$$\frac{\alpha^\circ}{360^\circ} = \frac{\Delta l}{P}$$

$$\Delta l = \frac{\alpha^\circ}{360^\circ} \cdot P$$

$$\Delta l = \frac{115^\circ}{360^\circ} \cdot 1,25\text{mm} \quad \Delta l = 0,3993\text{mm}$$



Kontrolle:

$$\sigma_z = \frac{\Delta l}{l_0} \cdot E$$

$$\sigma_z = \frac{0,3993\text{mm}}{100\text{mm}} \cdot 210.000 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad \sigma_z = 838,53 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$\Rightarrow \sigma_z < R_{P0,2}$$

Thermische Schraubenvorspannung

$$\Delta l = l_0 \cdot \beta \cdot \Delta \mathcal{G} \quad [\Delta l] = mm \quad [l_0] = mm \quad [\beta] = K^{-1}$$

Stahl: $\beta \approx 11 \cdot 10^{-6} K^{-1} - 12 \cdot 10^{-6} K^{-1}$

Grauguss: $\beta \approx 9 \cdot 10^{-6} K^{-1}$

Alu: $\beta \approx 23 \cdot 10^{-6} K^{-1}$

Beispiel: Stahlschraube $l_0 = 250_{mm}$
 $\Delta \mathcal{G} = 80_K$

damit wird:

$$\Delta l = 250_{mm} \cdot 11,5 K^{-1} \cdot 80_K \quad \Delta l = 0,23_{mm}$$

so dass:

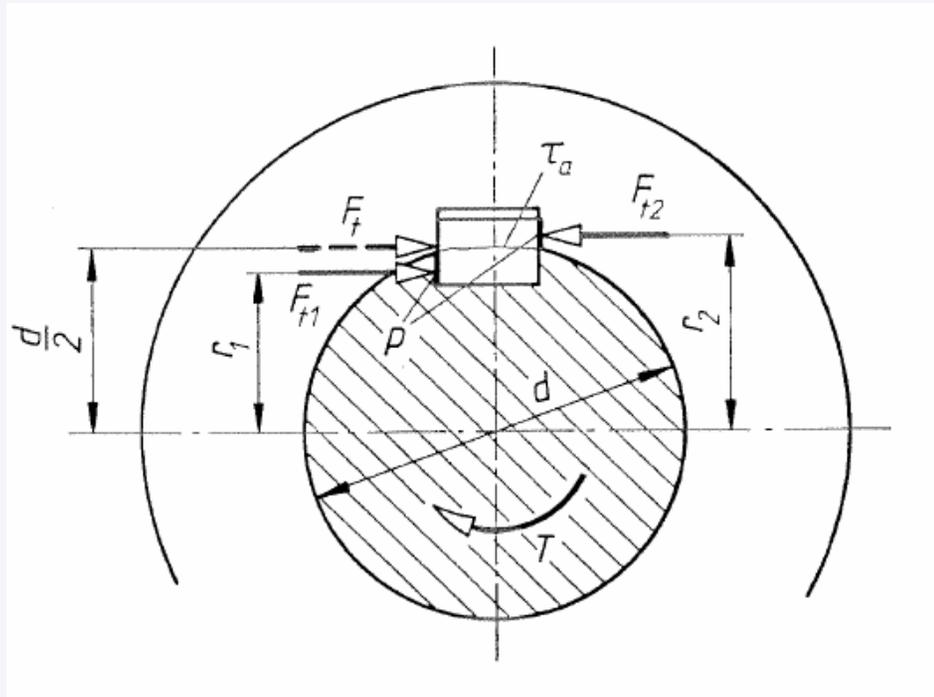
$$\sigma = \varepsilon \cdot E = \frac{\Delta l}{l_0} \cdot E$$

$$\sigma = \frac{0,23_{mm}}{250_{mm}} \cdot 210.000 \frac{N}{mm^2} \quad \sigma = 193,2 \frac{N}{mm^2}$$

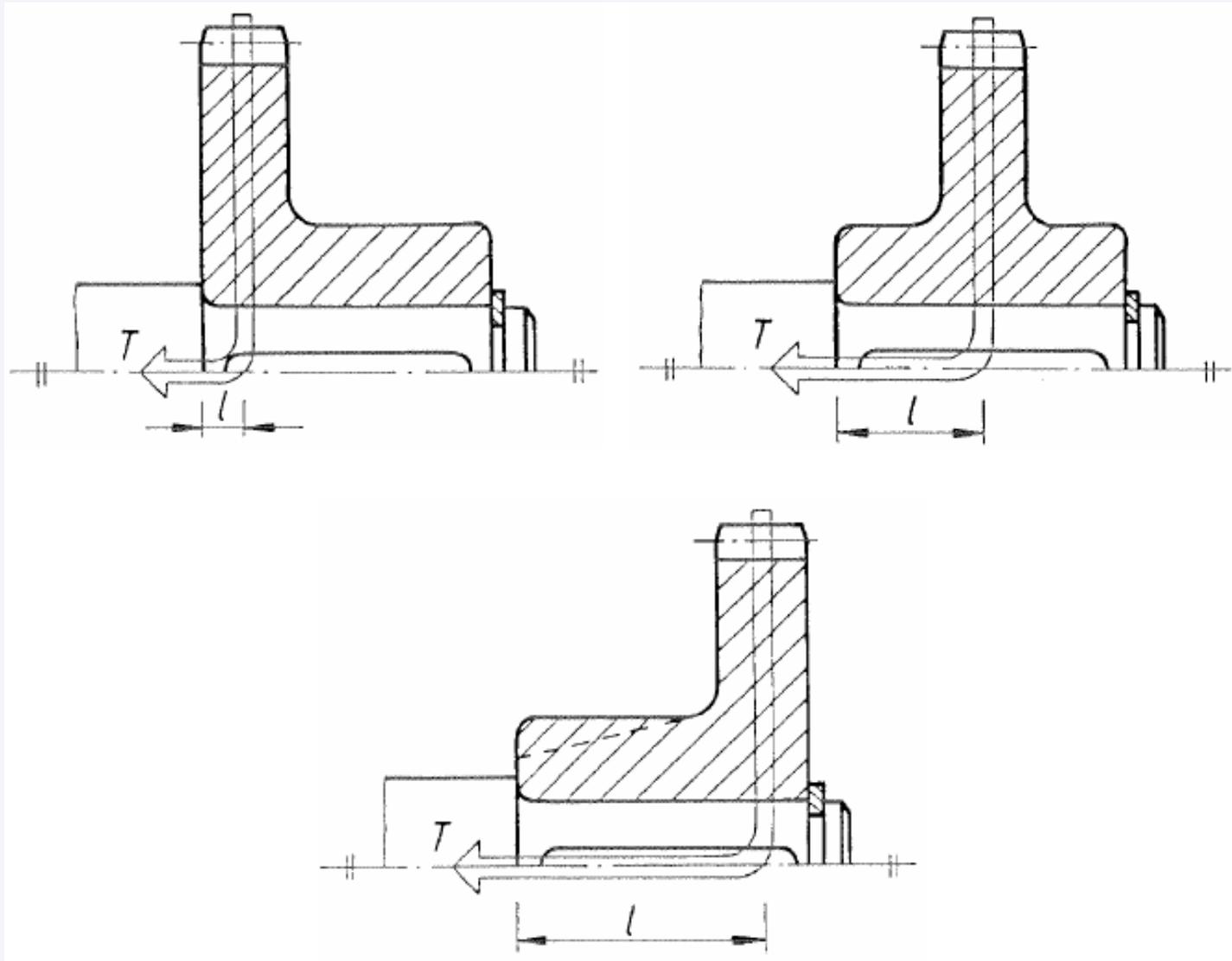
Formschlüssige Welle-Nabe- Verbindungen



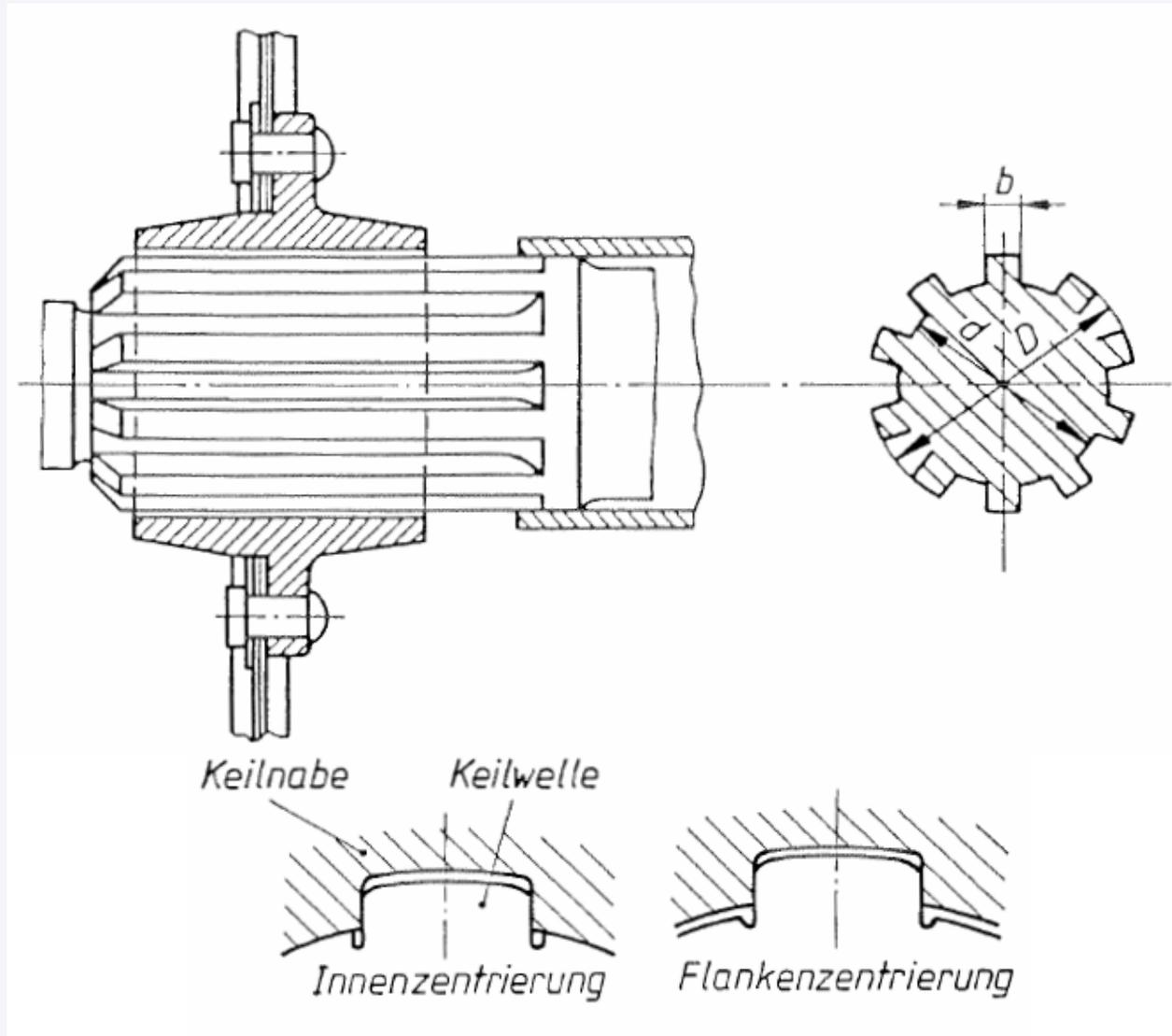
Kräfte an der Passfederverbindung



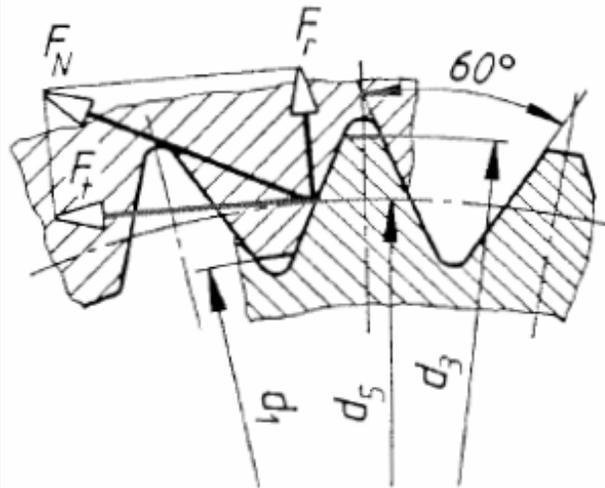
Kraftverteilung bei unterschiedlicher Nabenausführung



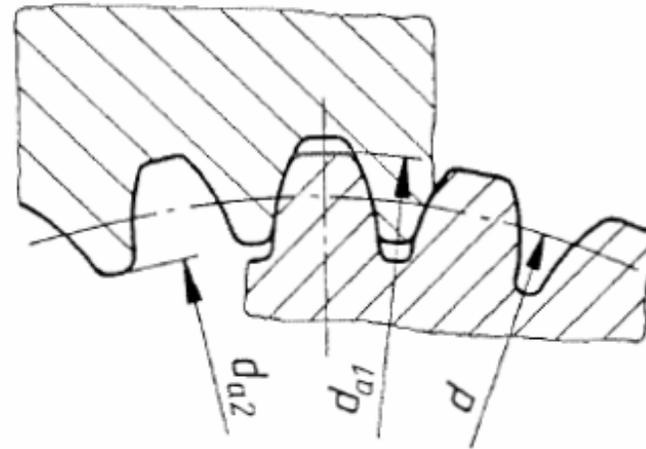
Keilwellenverbindung



Zahnwellenprofile



Kerbzahnprofil

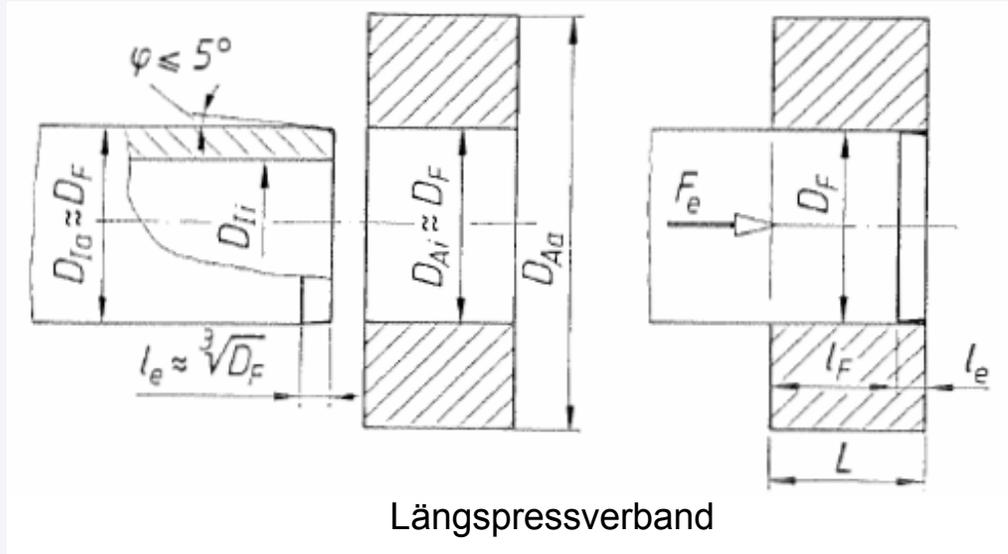


Evolvertenzahnprofil

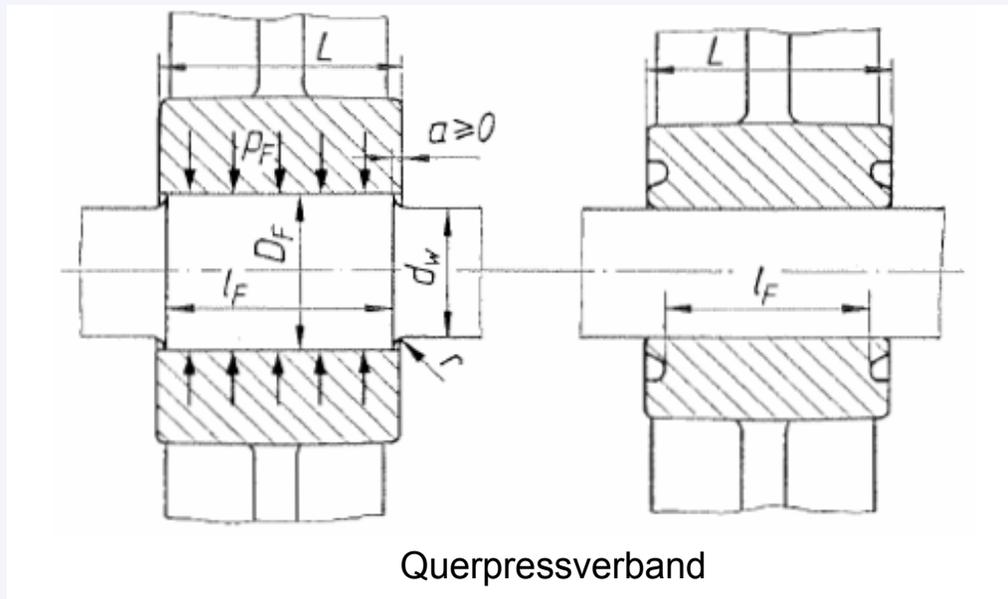
Kraftschlüssige Welle-Nabe- Verbindungen



Pressverbände

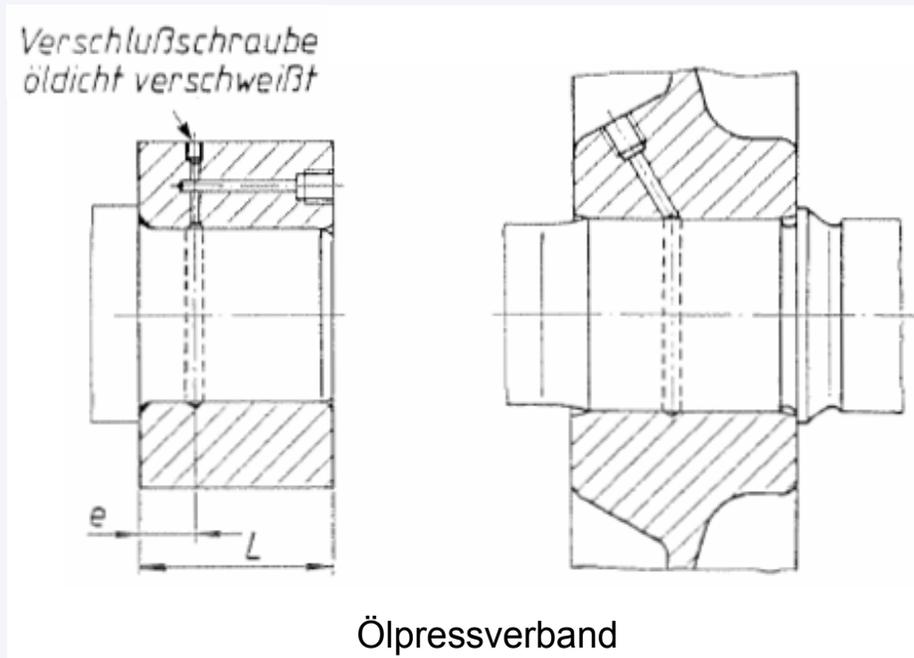


Längspressverband

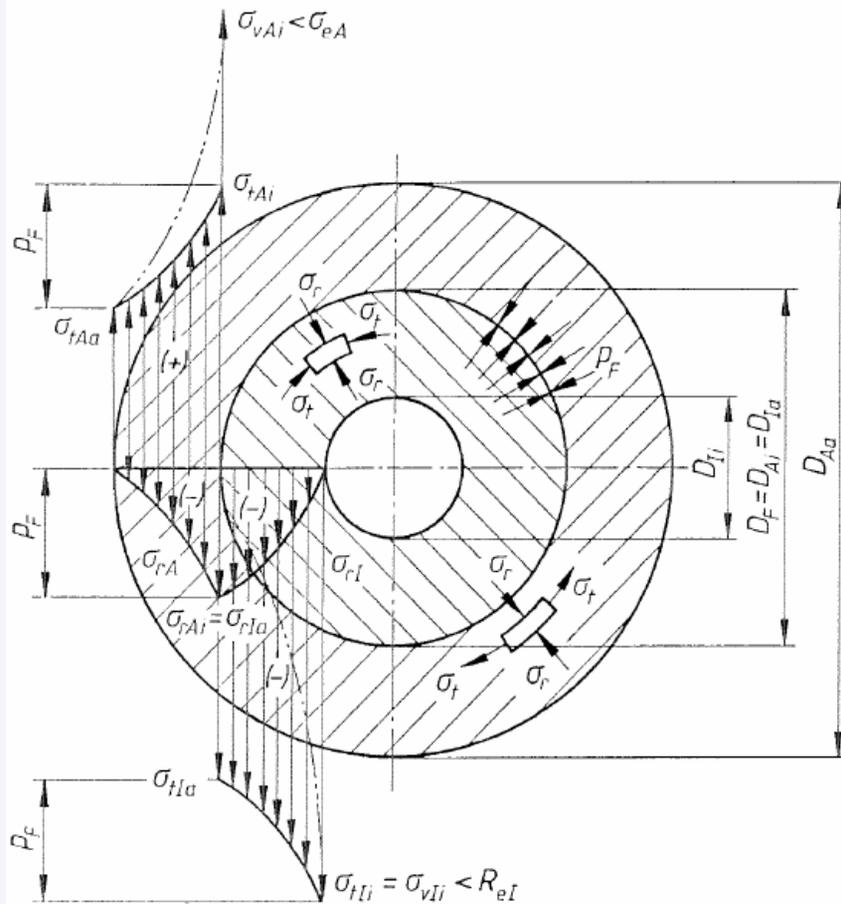


Querpressverband

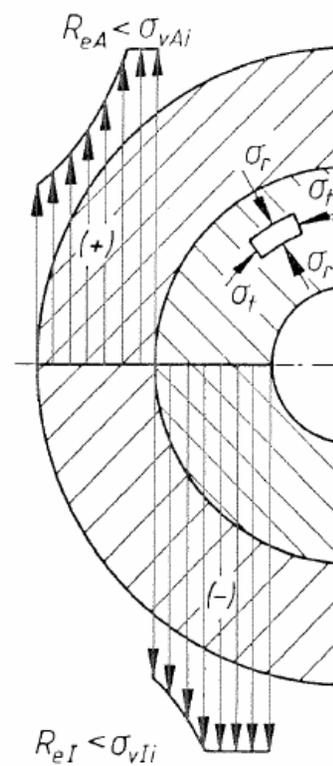
Pressverbände



Spannungsverlauf im Pressverband

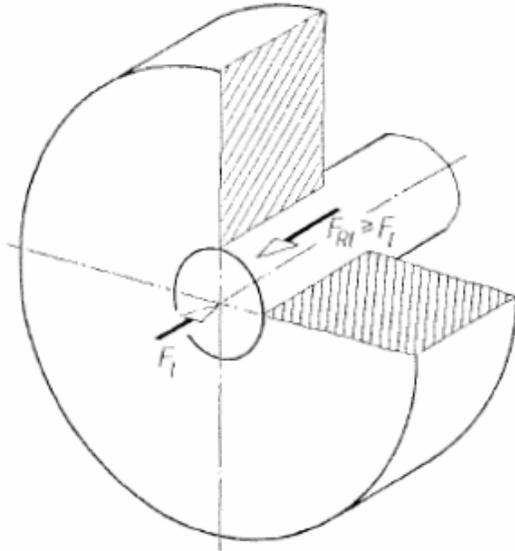


elastischer Pressverband

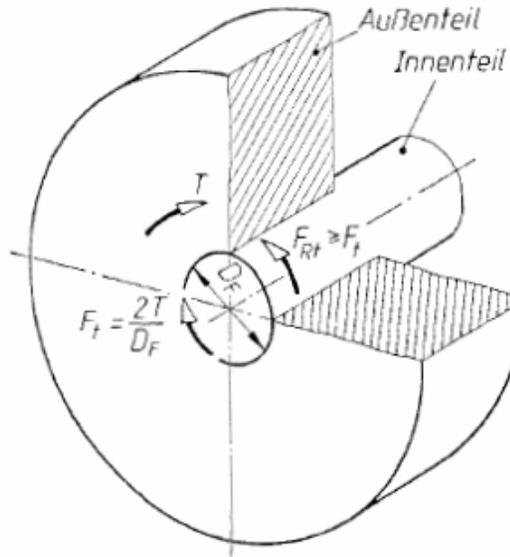


elastisch – plastischer Pressverband

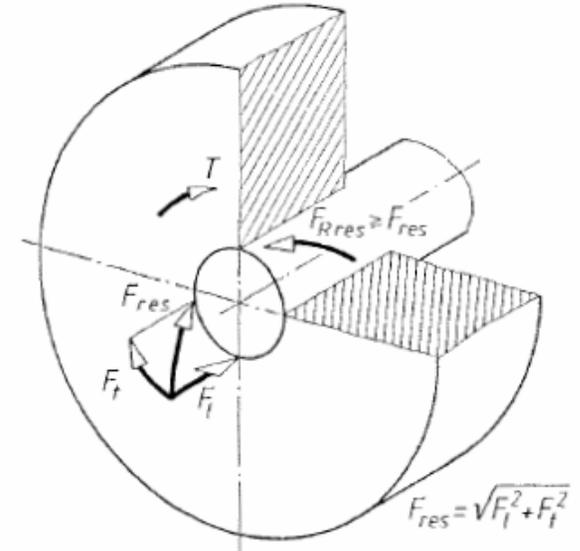
Vom Pressverband zu übertragende Kräfte



Längskraft

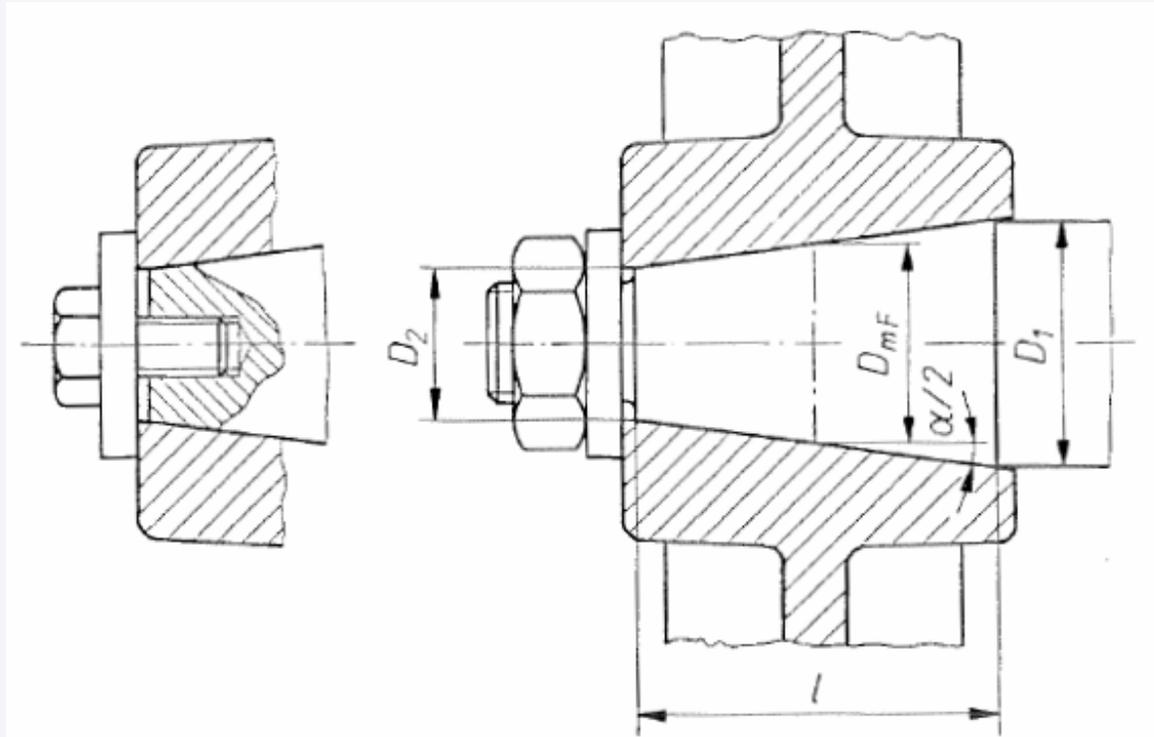


Umfangskraft
(Tangentialkraft)

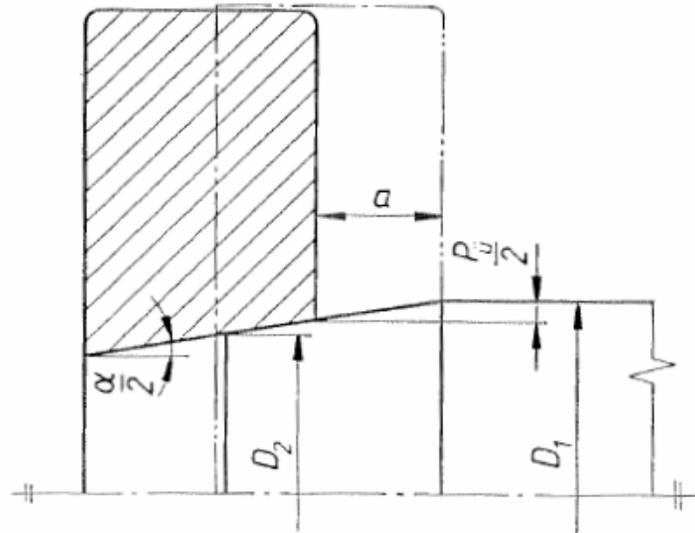


resultierende Kraft

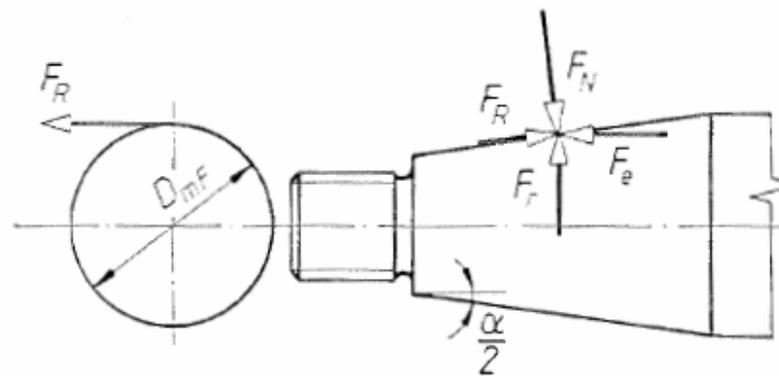
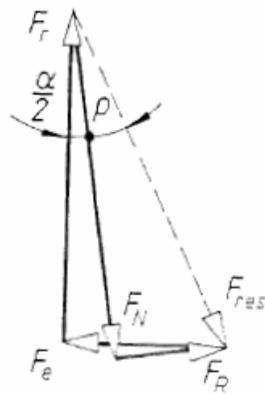
Kegelverbindungen



Kegelverbindungen

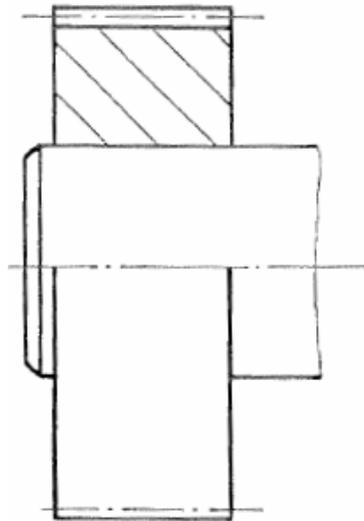


Verschiebeweg a zum Erzeugen des
erforderlichen Fugendruck

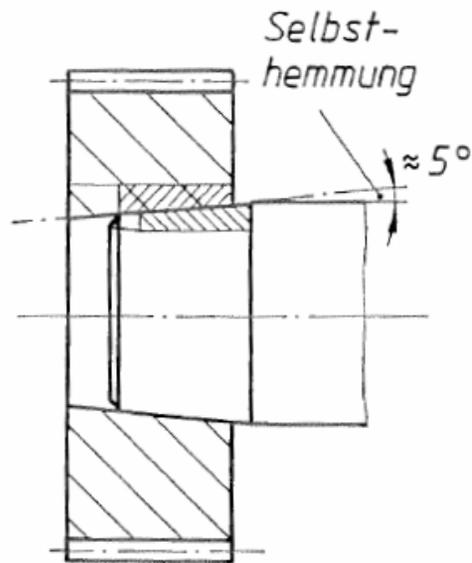


Kräfte am Kegel

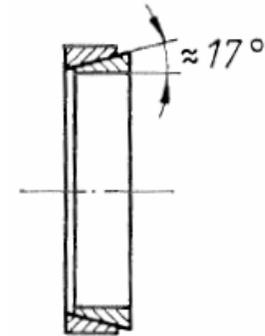
Entwicklung des Kegel – Spannelementes



zylindrischer
Pressverband

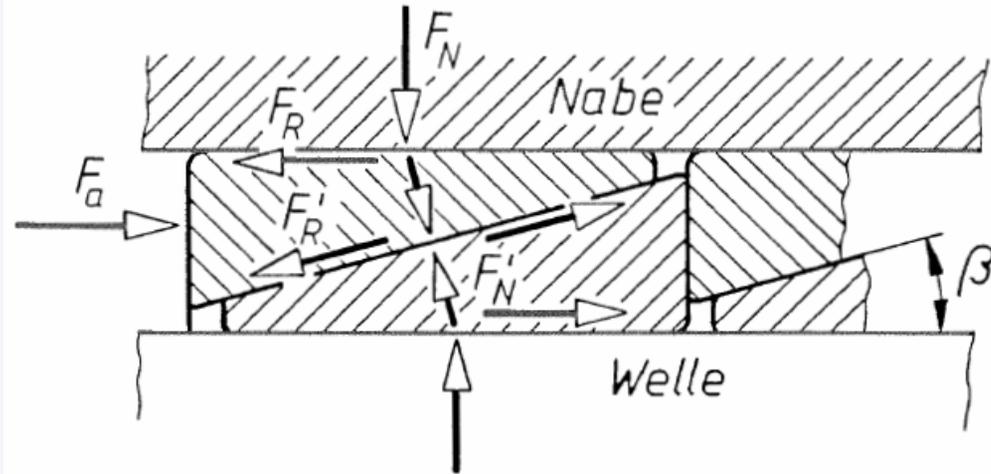


Kegelpressverband

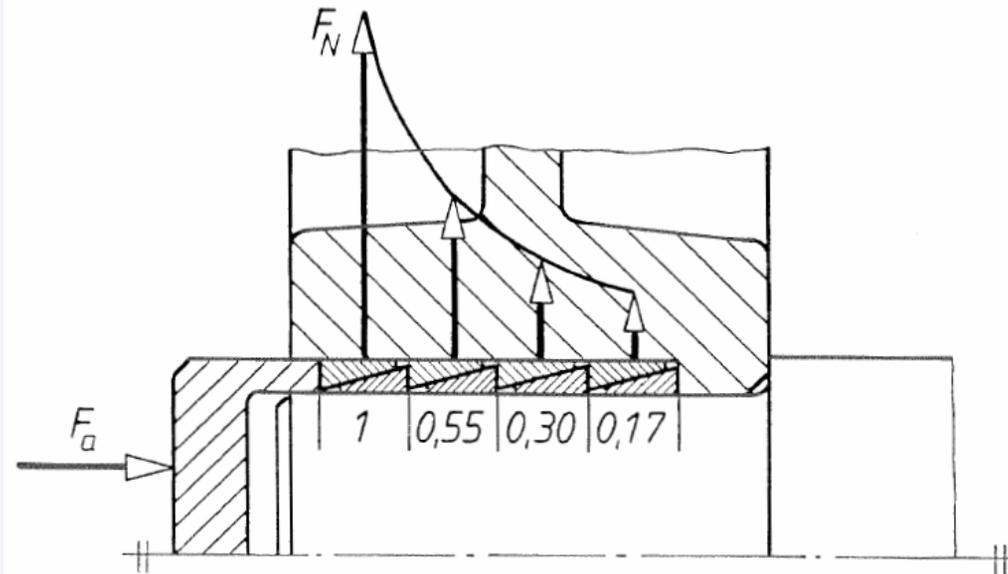


Kegel – Spannelement

Kräfte in der Spannverbindung



Kräfte am Spannelement



Verteilung der Anpresskräfte

7. Lagerungen



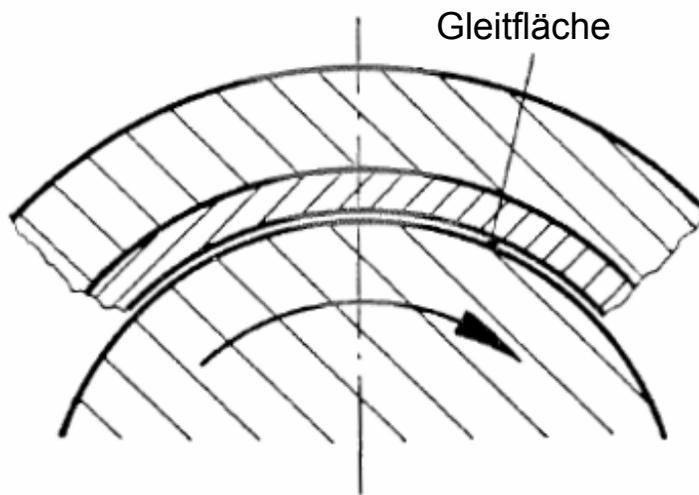
Lagerung

Als Lager wird die funktionelle Verbindung von Maschinenteilen bezeichnet. Lager können Kräfte und/oder Bewegungen übertragen bzw. leiten.

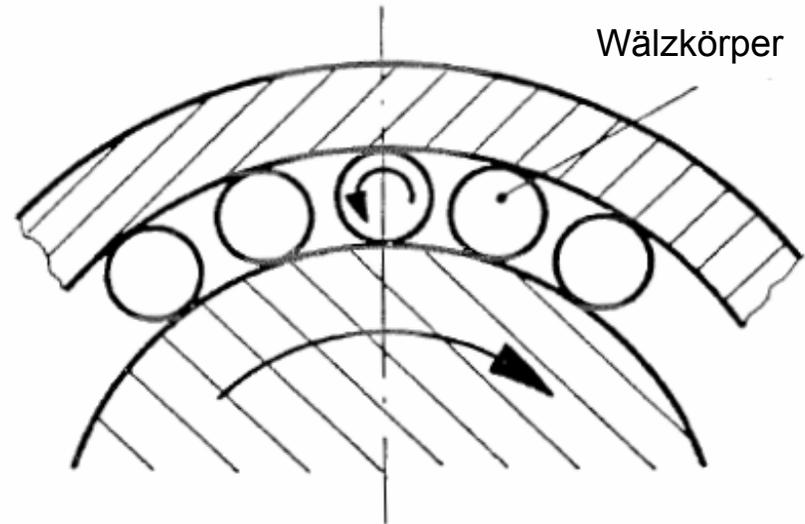
Lager lassen sich nach folgenden wesentlichen Kriterien einteilen:

1. Wirkprinzip (Gleit-, Wälz- und Magnetlager)
2. Richtung der Lagerkraft F (Radial- und Axiallager)
3. Funktion (Fest-, Stütz- und Loslager)
4. Bauform (Steh-, Augen-, Flansch-, Gelenk-, Pendel- und Einbaulager)
5. Montagemöglichkeit (geteilte, ungeteilte und zerlegbare Lager)

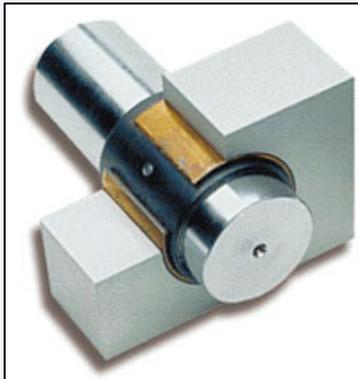
Prinzip der Gleit- und Wälzlagerung



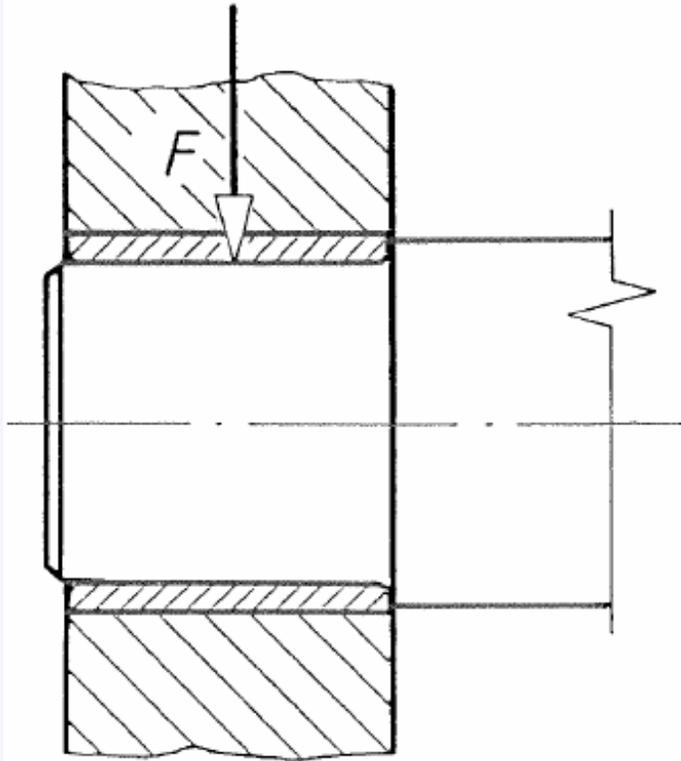
Gleitlagerung



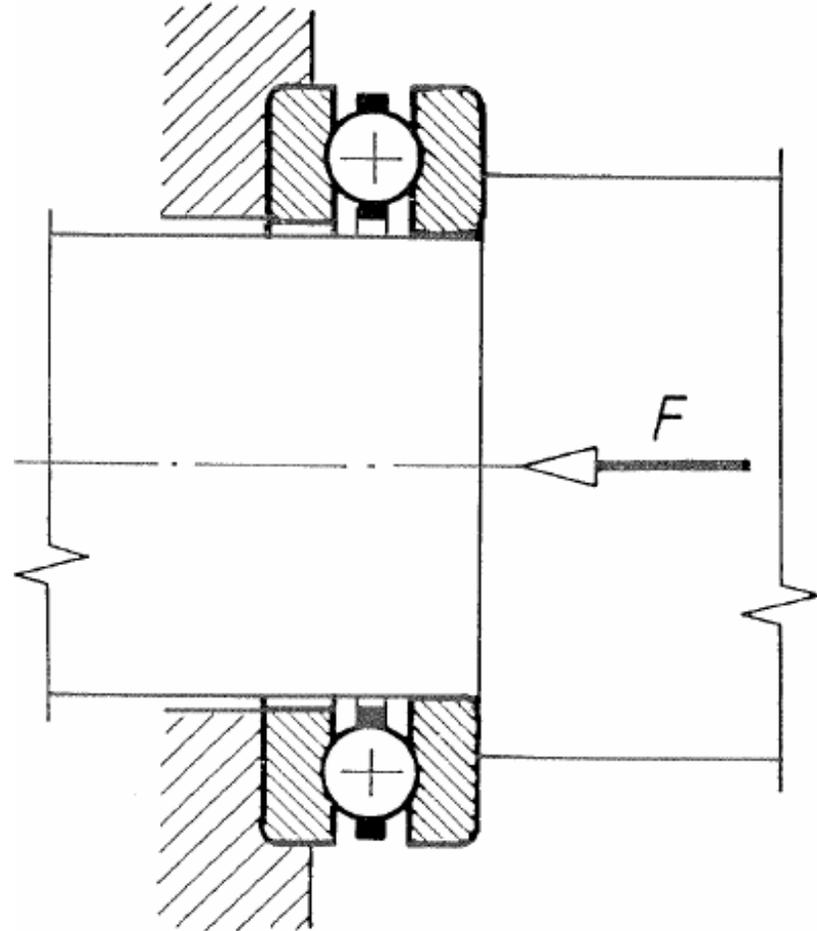
Wälzlagerung



Grundformen der Lager



Radiallager

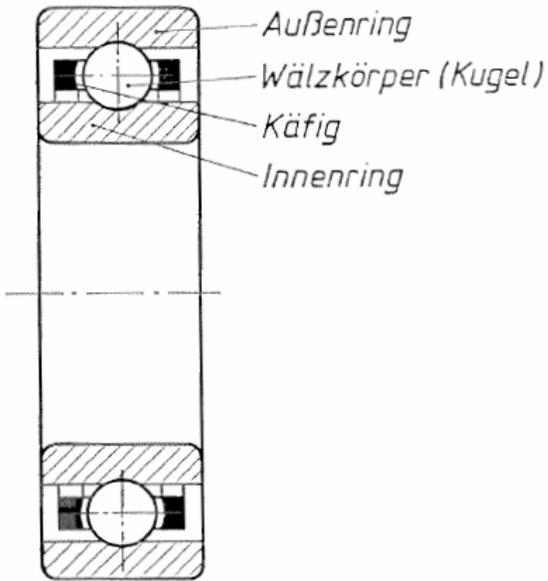


Axiallager

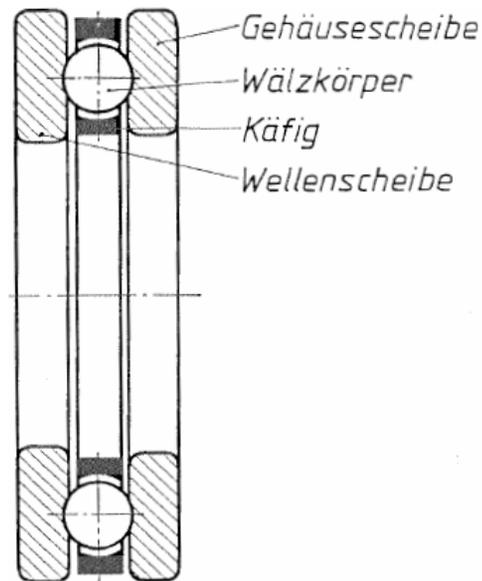
7.1 Wälzlager



Aufbau der Wälzlager



(Radial-) Rillenkugellager

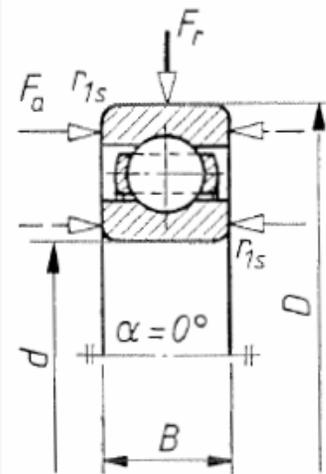


Axial - Rillenkugellager

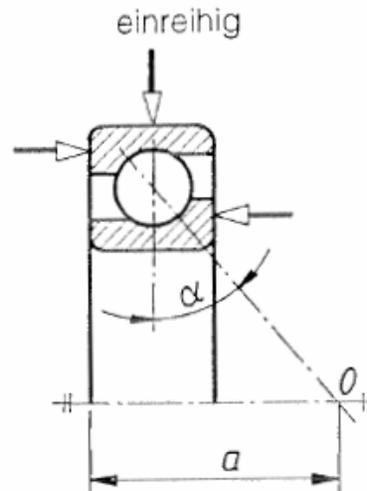
Wälzkörperformen

Kugel	
Zylinderrolle	
Kegelrolle	
Tonnenrolle	
Nadel	

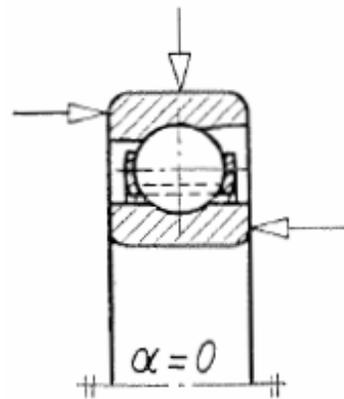
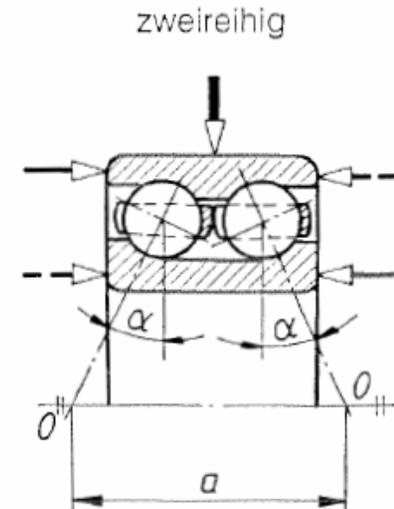
Kugel- und Zylinderrollenlager



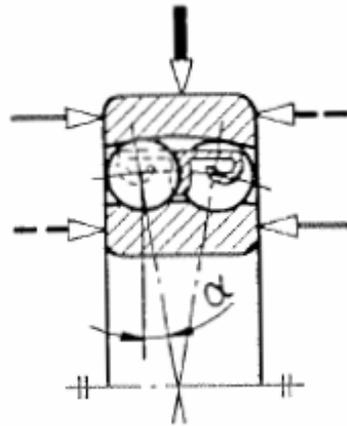
Rillenkugellager



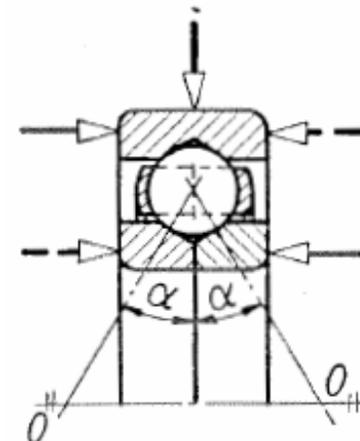
Schrägkugellager



Schulterkugellager



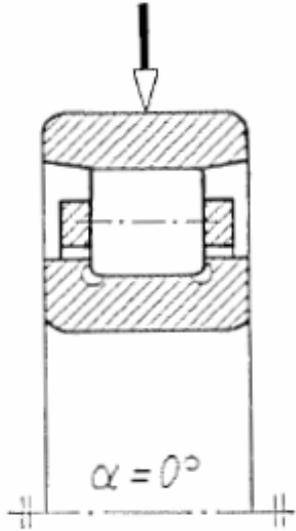
Pendelkugellager



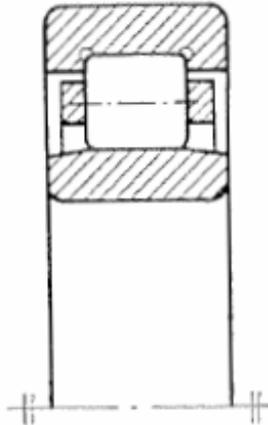
Vierpunktkugellager

Bauart

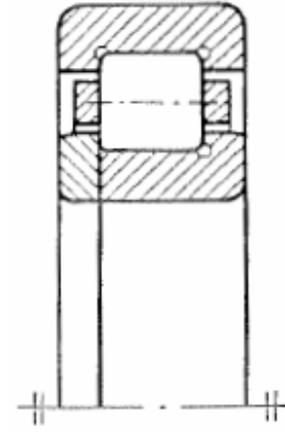
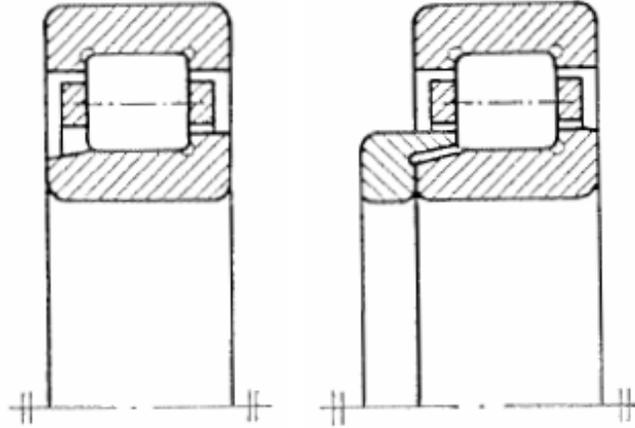
Innenbord-



Außenbord-



Führungslager



Bauart

N

NU

NJ

NUP

ohne

mit

Winkelring

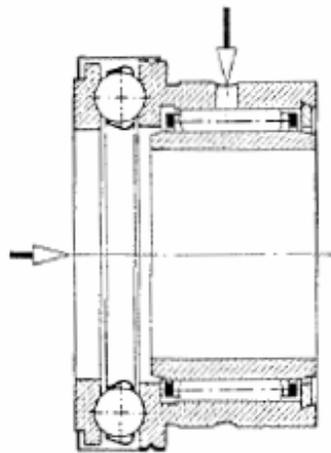
mit

Bordscheibe

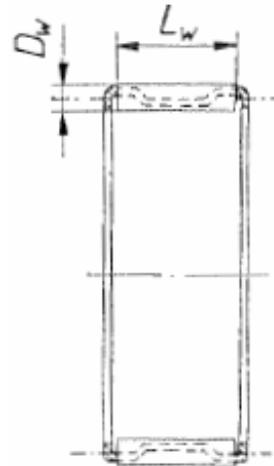
Nadelrollenlager



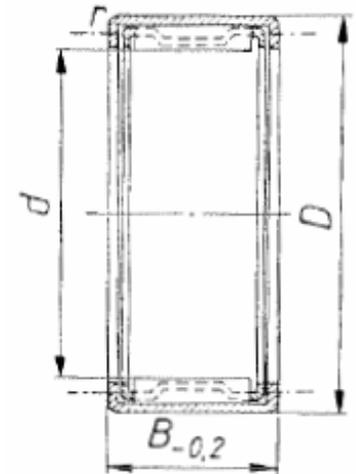
Nadellager
(Normal)



kombiniertes Nadel-
und Axialkugellager

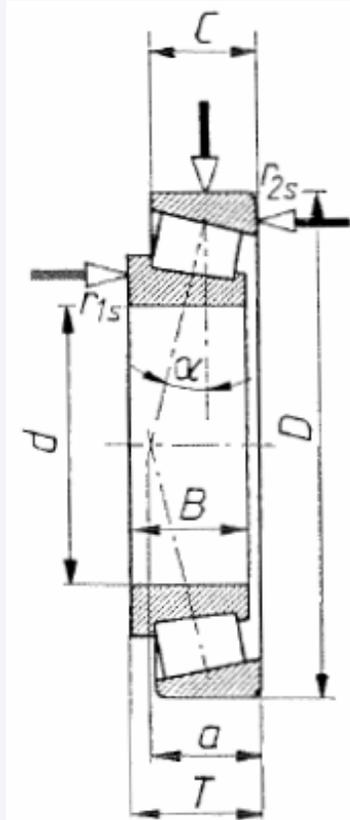


Nadelkranz,
einreihig

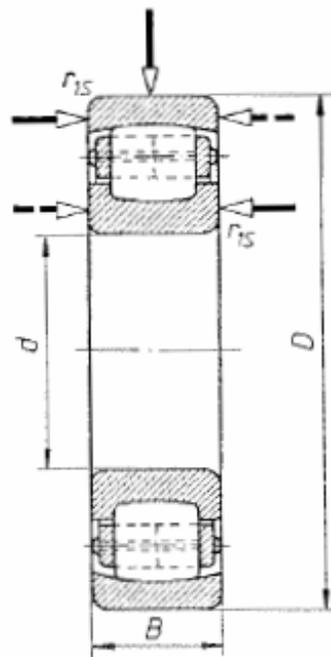


Nadelhülse

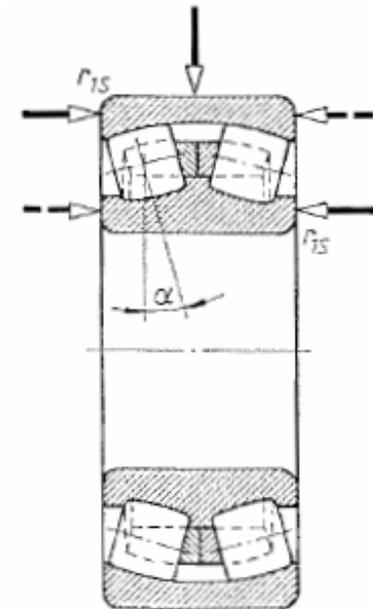
Kegelrollen-, Tonnen- und Pendelrollenlager



Kegelrollenlager

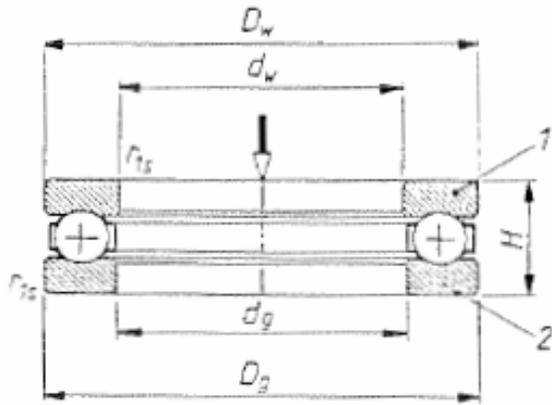


Tonnenlager

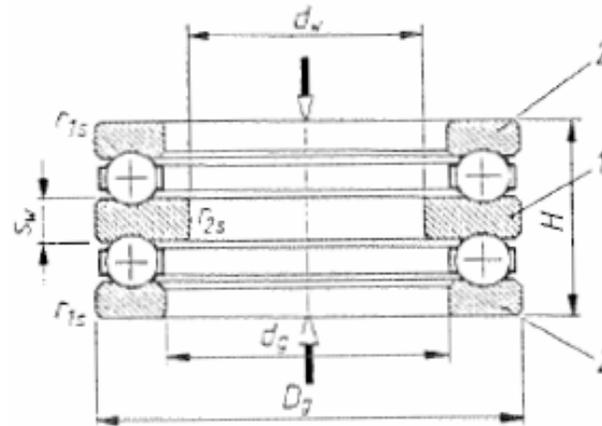


Pendelrollenlager

Axial - Rillenkugellager



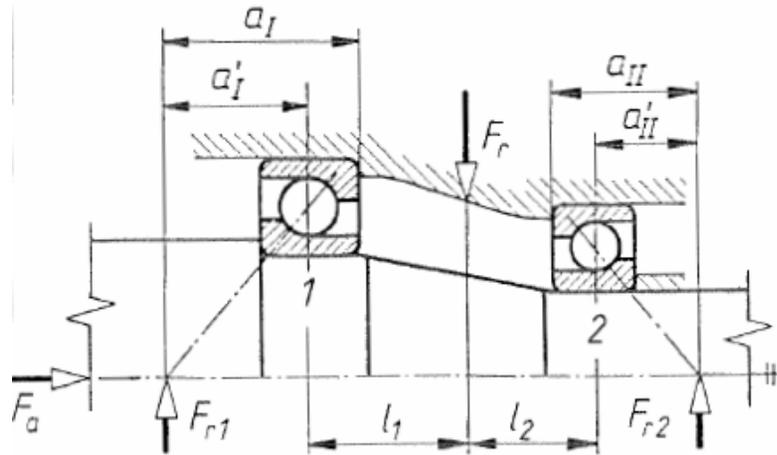
einseitig wirkend



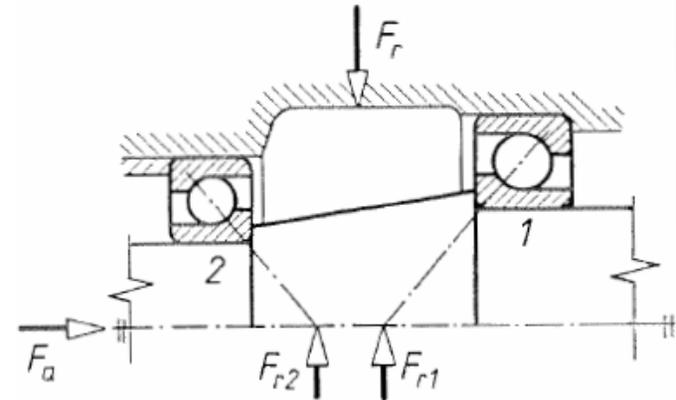
zweiseitig wirkend

- 1 Wellenscheibe
- 2 Gehäusescheibe

Lagerkräfte bei Schrägkugellagern



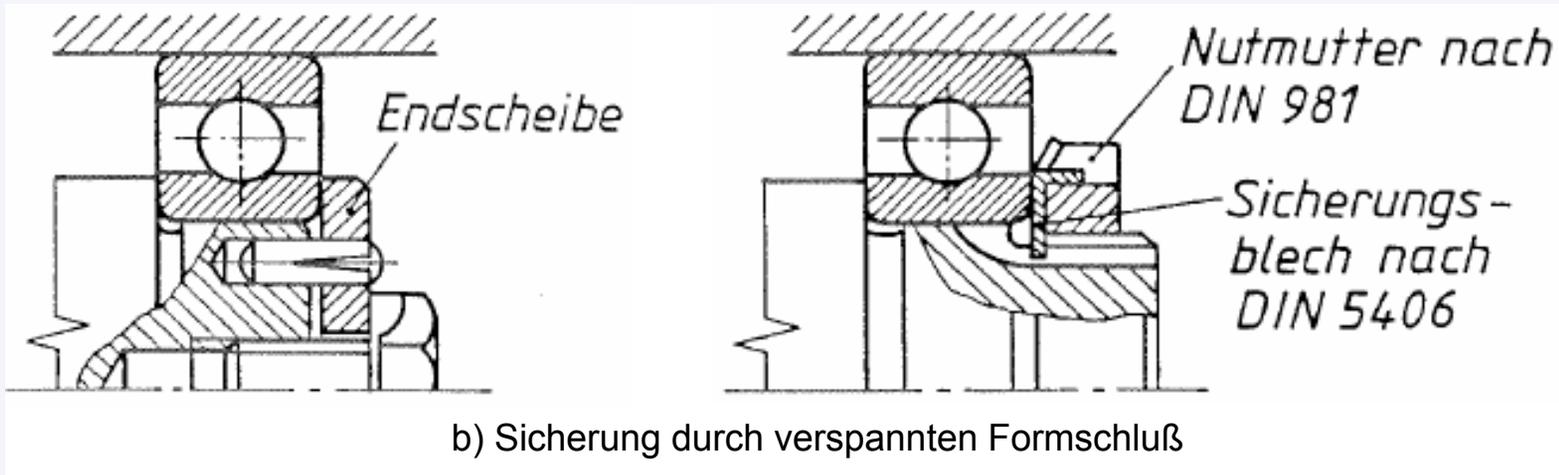
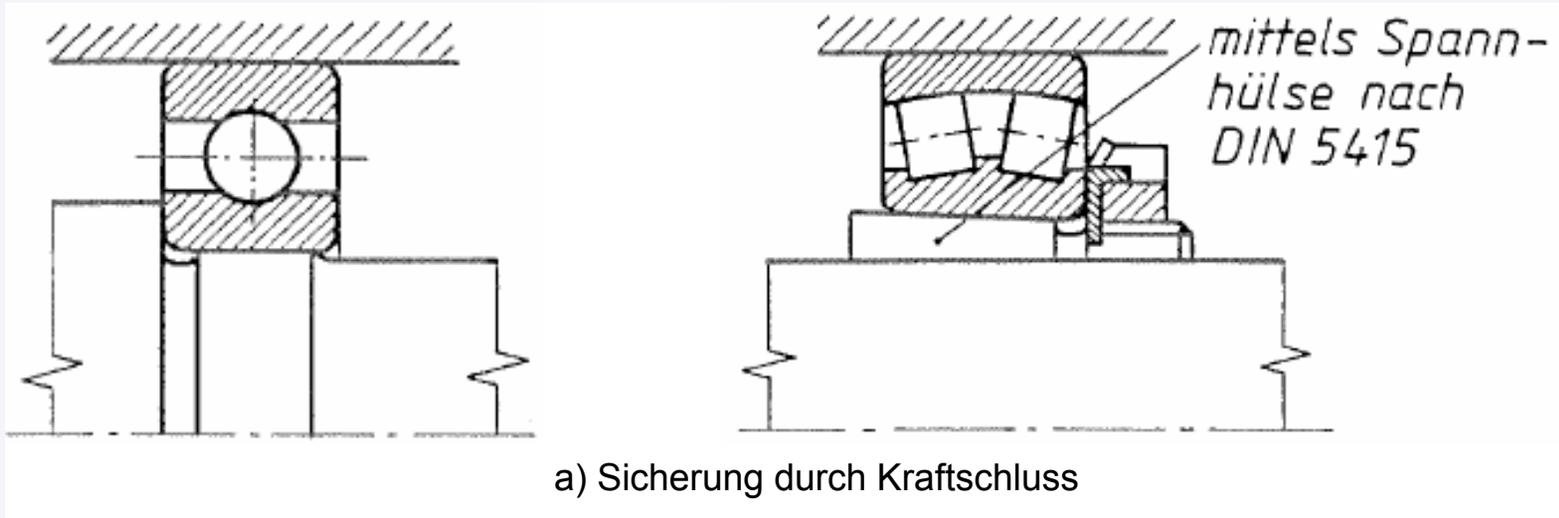
a) O – Anordnung



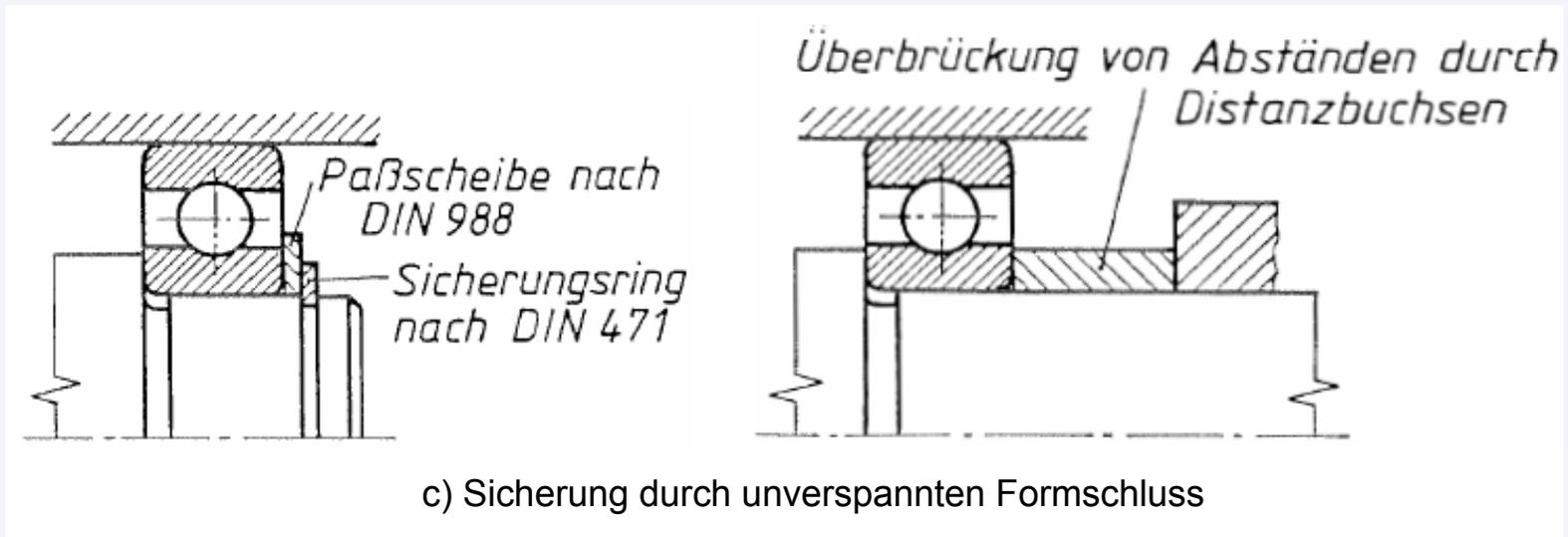
b) X – Anordnung

Kräfteverhältnisse	bei Berechnung einzusetzende Axialkräfte F_{a1} und F_{a2}	
	Lager 1	Lager 2
1. $\frac{F_{r1}}{Y_1} \leq \frac{F_{r2}}{Y_2}; F_a \geq 0$	$F_{a1} = F_a + 0,5 \frac{F_{r2}}{Y_2}$	-
2. $\frac{F_{r1}}{Y_1} > \frac{F_{r2}}{Y_2}; F_a > 0,5 \left(\frac{F_{r1}}{Y_1} - \frac{F_{r2}}{Y_2} \right)$	$F_{a1} = F_a + 0,5 \frac{F_{r2}}{Y_2}$	-
3. $\frac{F_{r1}}{Y_1} > \frac{F_{r2}}{Y_2}; F_a \leq 0,5 \left(\frac{F_{r1}}{Y_1} - \frac{F_{r2}}{Y_2} \right)$	-	$F_{a2} = 0,5 \frac{F_{r1}}{Y_1} - F_a$

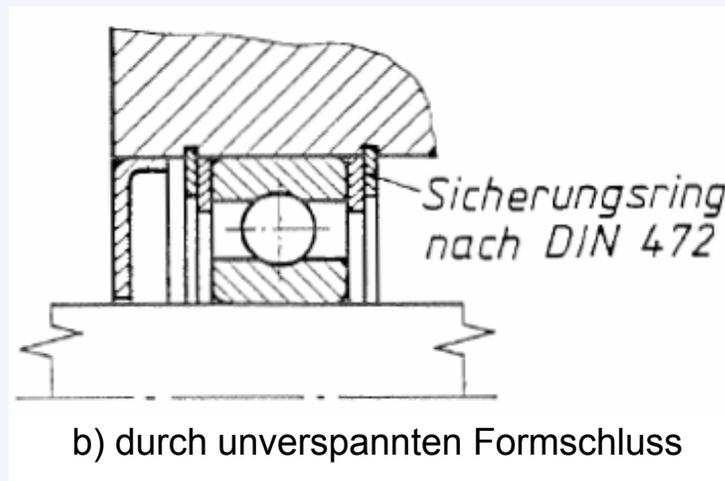
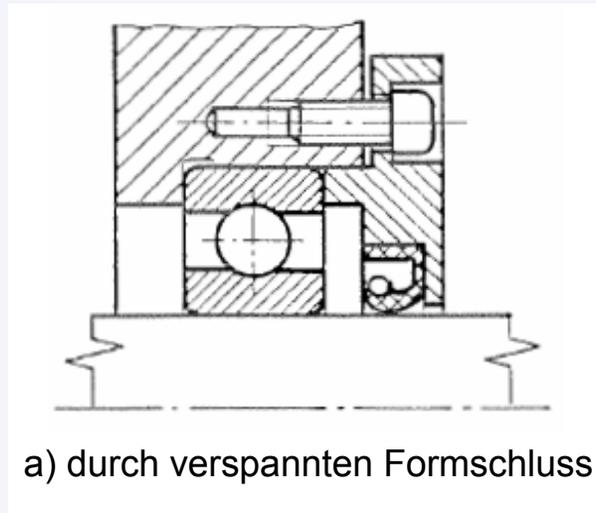
Befestigung von Wälzlagern auf Wellen und Achsen



Befestigung von Wälzlagern auf Wellen und Achsen



Befestigung von Wälzlagern in Gehäusen



Reibung: setzt sich zusammen aus

1. Rollreibung :

- elast. Verformung (Hysterese)
- Rauheit
- Formfehler

2. Gleitreibung:

- Mikrogleiten (Wälzkörper)
- Mikrogleiten (Innenring oder Außenring)
- Bordreibung
- Käfigreibung

3. Schmiermittelreibung:

- Walken (Viskosität)

4. Reibung von gleitenden Dichtungen:

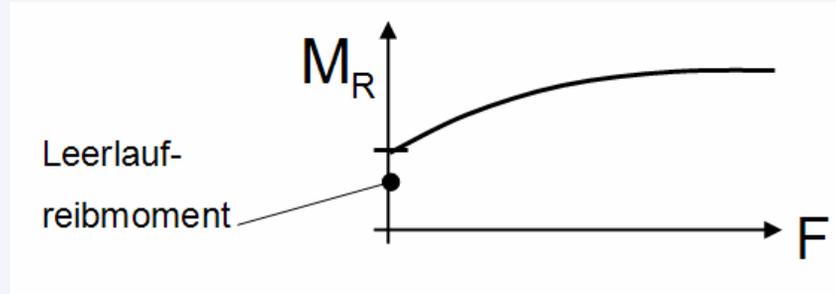
- gleiche Größenordnung wie 1. bis 3.

Wälzlager: Reibung – Verschleiß – Schmierung

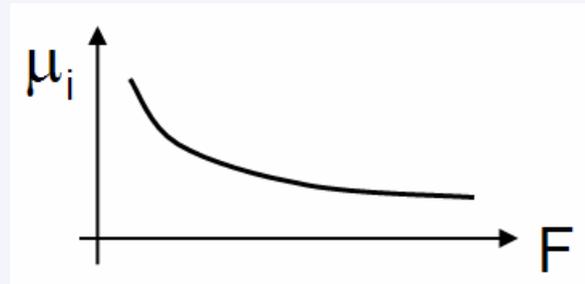
Reibungszahlen

$$\mu_i = \frac{M_R}{d/2} \cdot \frac{1}{F}$$

Reibmoment: $M_R =$ konstanter Teil (Leerlaufreibmoment) + lastabhängiger Teil



daraus folgt:



niedrig: $\mu_i \approx 0,001$

Axial-Rillenkugellager

$\mu_i \approx 0,001 - 0,0015$

Radial-Rillenkugellager, Radial-Zylinderrollenlager

$\mu_i \approx 0,0015 - 0,002$

Kegelrollenlager, Pendelrollenlager

hoch: $\mu_i \approx 0,0025 - 0,0045$

Nadellager

Wälzlagerverschleiß

- durch Verschleiß mehr Lagerausfälle als durch Ermüdung
- Verschleiß ist Funktion von Belastung, Drehzahl, Schmierung, Temperatur, Verunreinigungen, u. a.
- Verschleiß ist unabwendbar!
(die Lebensdauer von Wälzlagern liegt immer im Zeitfestigkeitsbereich!)
- Wälzlager fallen z.B. aus wegen zu geringer Radiallast! (→ dadurch hoher Anteil von Schlupf der Wälzkörper und des Käfigs; d.h. viel Gleiten, wenig Wälzen.
Normalschlupf: 0,5 – 1,5% ! Extremschlupf: bis 80% !)

Auswirkungen von Wälzlagerverschleiß:

- Spielvergrößerung
- mehr Geräusch
- mehr Unwucht
- ungleichmäßige Lastverteilung

Wälzlager: Reibung – Verschleiß – Schmierung

Maßnahmen gegen Wälzlagerverschleiß:

- gute Schmierung und Kühlung
- gute Abdichtung gegen Schmutz
- Vermeidung von Schwingungen und Stößen
- Mindestlast gegen Wälzkörper- und Käfigschlupf (axiale Anstellung, z. B. mit Tellerfedern)

Wälzlagerschmierung

Aufgaben der Schmierung:

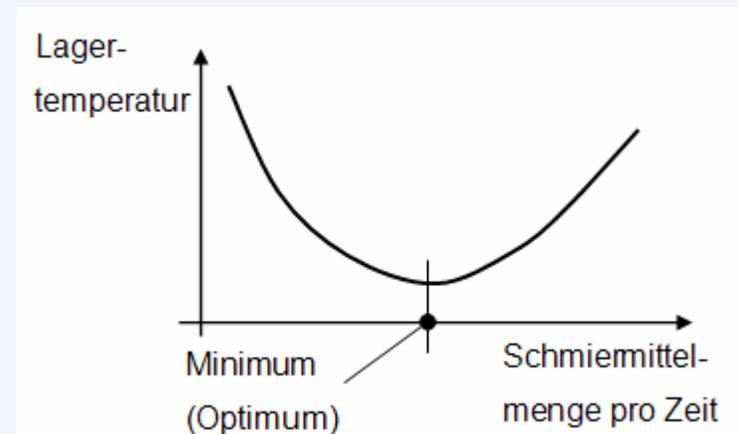
- Flächen trennen
- Kühlen (insbesondere Ölumlaufschmierung und Ölnebelschmierung)

Wälzlager benötigen geringe Schmiermittelmengen:

„wenig, aber sauber!“

„wenig“: sonst Walkarbeit zu groß

„sauber“: sonst Überrollung der Partikel durch Wälzkörper und Schädigung der Laufflächen



Fettschmierung:

- einfache Dichtungen möglich
- automatische Abdichtung gegen Schmutz
- Fettraum nur $\frac{1}{2}$ füllen!

Schmierfette im Sinne steigender Betriebstemperatur:

Kalkseifenfett $\approx 50^{\circ}\text{C}$

Natronseifenfett $\approx 80^{\circ}\text{C}$

Lithiumseifenfett $\approx 100^{\circ}\text{C}$

(Wälzlagerindustrie hat eigene Fettprüfmaschinen)

Schmierfristen: SFK - Fettmengenregler

(Durchschmieren - mit Schleuderscheibe altes Fett radial beseitigen)

For – Life – Fettschmierung: gekapselte Wälzlager

(für gering belastete, kleine Maschinen; z. B. Haushaltsgeräte)

Wälzlager: Reibung – Verschleiß – Schmierung

gekapselte Wälzlager (Fettschmierung) nicht mit genereller Ölschmierung einer Maschine (z.B. in Getriebe) kombinieren:

- a) Fett wird im Laufe der Zeit von Öl ausgespült
- b) danach beim Anlaufen kommt Öl wegen Kapselung nur schwer in das Lager
→Trockenlauf!

Ölschmierung:

Wann mit Öl schmieren?

- wenn Maschine ohnehin mit Öl geschmiert wird (z.B. Zahnradgetriebe)
- wenn Schmierfristen für Fett zu kurz
- wenn Drehzahl für Fett zu hoch
- wenn Lagertemperatur größer 80°C

Achtung: manche Wälzlager – z.B. Kegelrollenlager – fördern Öl wie eine Pumpe!

Gegenmaßnahme: Entlastungsnut oder Entlastungsbohrung zwischen Wälzlager und Dichtungsring!



Verschleiß durch Stillstandserschütterungen

⇒ Riffelbildung auf Laufflächen durch Schwingungen bei Eisenbahntransport oder Schifftransport → kommt auch heute noch vor!

Gegenmaßnahmen:

- Schwingungsisolation
- Lager verspannen
- Lager langsam drehen
- Lager entlasten (z.B. Fahrzeug aufbocken)

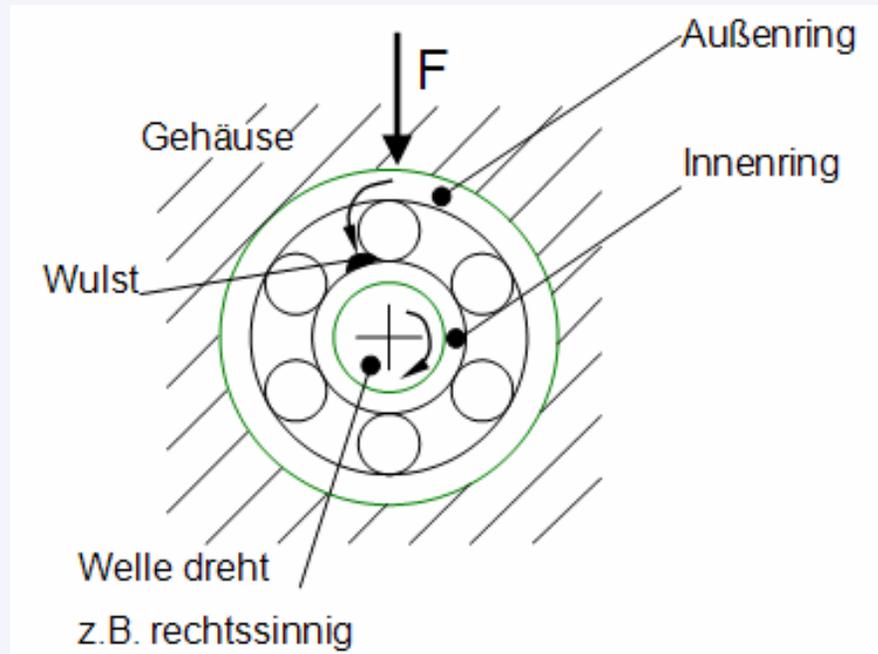
Verschleiß durch Stromdurchgang

- tritt oft auf bei elektr. Schweißarbeiten im Reparaturfall
- Stromübergang zwischen Wälzkörpern und Innenring bzw. Außenring
- Folge: Mikroverschweißungen
- Gegenmaßnahme: Schweißelektroden so positionieren, dass Strom nicht über komplettes Wälzlager laufen kann!

Wälzlager: Reibung – Verschleiß – Schmierung

Verschleiß durch Reibkorrosion am Lagersitz

Beispiel: Wellenlager in Zahnradgetriebe



Außenring:

Punktlast (im Gehäuse fest)

Innenring:

Umfangslast (dreht mit Welle rechtssinnig)

Wälzkörper:

- dreht linkssinnig
- durch Wälzen elastische Wulstdeformation auf Innenring (siehe Wälzreibung)

Innenring:

macht infolge Drehmoment durch Wälzreibung eine Mikrogleitbewegung entgegen der Wellendrehrichtung!

Ergebnis:

- Ring mit Umfangslast macht raupenartige Mikro – Kriechbewegungen
- dadurch wird der Lagersitz, d.h. auch auf Welle bzw. auch im Gehäuse – komplett ruiniert
- diese Erscheinung heißt **Reibrost – Bildung** oder **Reibkorrosion**

Gegenmaßnahme:

Ring mit Umfangslast durch leichte Presspassung festlegen!

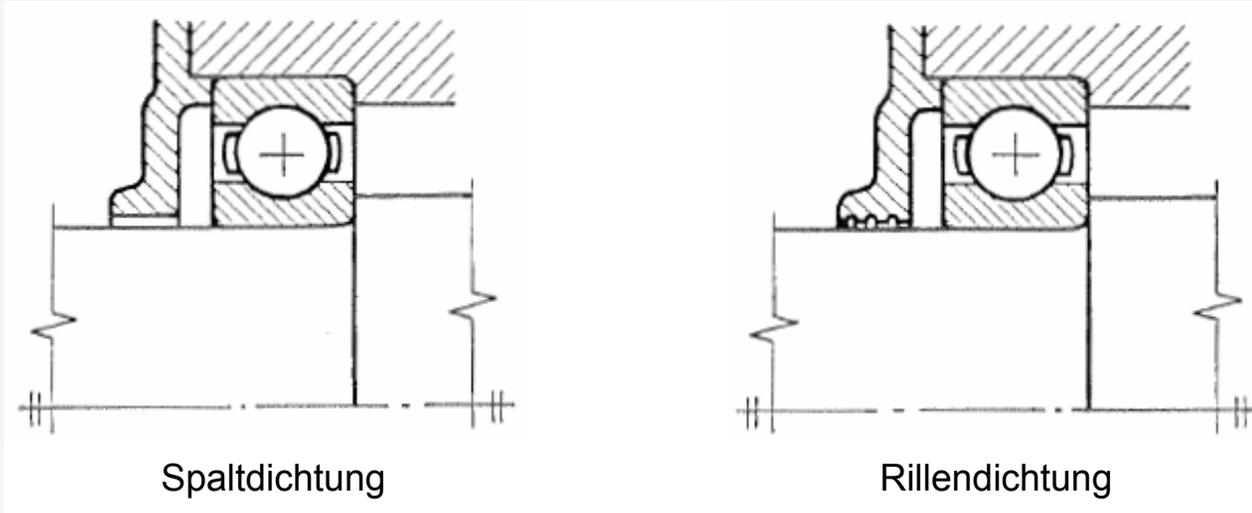
Ursache:

- a) Mikroverschweißungen durch Mikrogleitbewegungen zwischen St / St – Kontakten bei schwingenden Beanspruchungen mit Amplituden von 1 – 100 μm (unterhalb dieser Grenzamplituden tritt keine Reibkorrosion auf, nur rein elastische Deformation der Oberflächenrauheiten)
- b) Mikrogleitbewegungen werden meist ermöglicht durch schwellende oder insbesondere durch wechselnde Torsionsbeanspruchungen

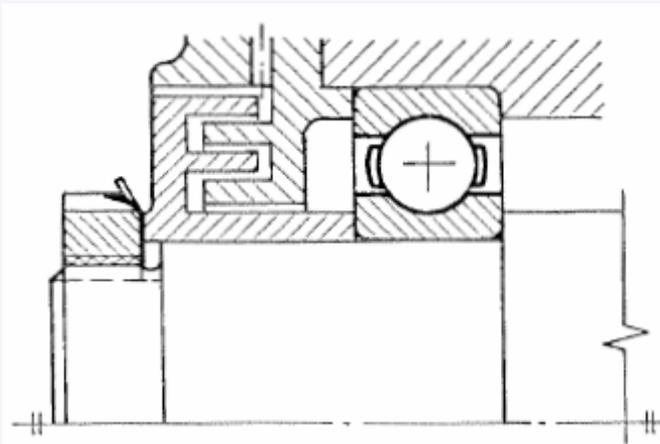
Schadensbeispiele:

- Wellen – Naben – Verbindungen (evtl. sogar mit Passfeder – Bruch)
- Wälzlagerringe (innen und außen zwischen Welle bzw. Gehäuse)
- Zahnkupplungen
- Blattfederpakete
- Drahtseile (zwischen den Seillitzen)
- Ketten (zwischen den Kettenelementen)
- Autoscharniere, usw.

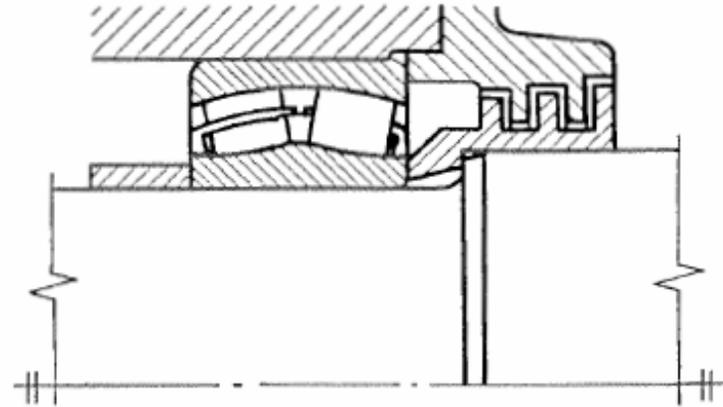
Nicht schleifende Dichtungen



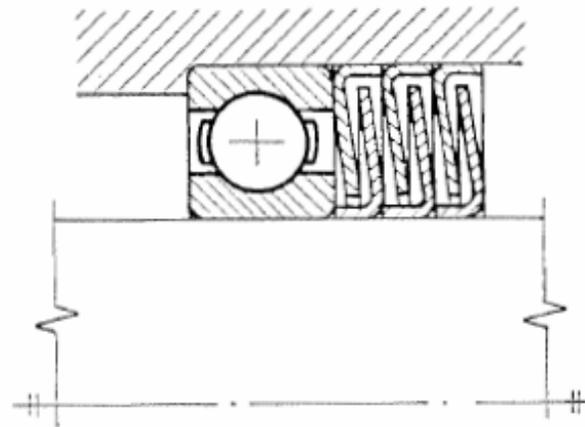
Nicht schleifende Dichtungen



radiale Labyrinthdichtung

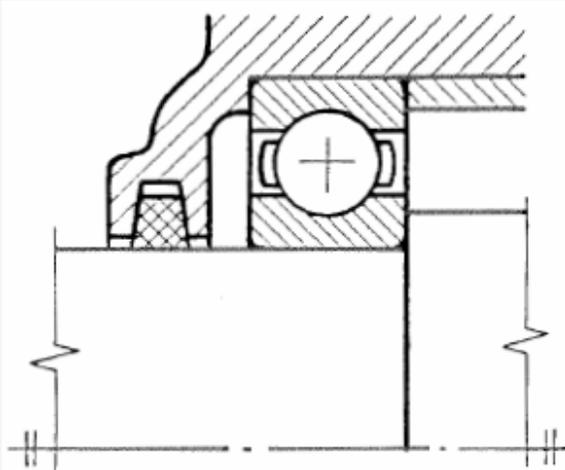


axiale Labyrinthdichtung

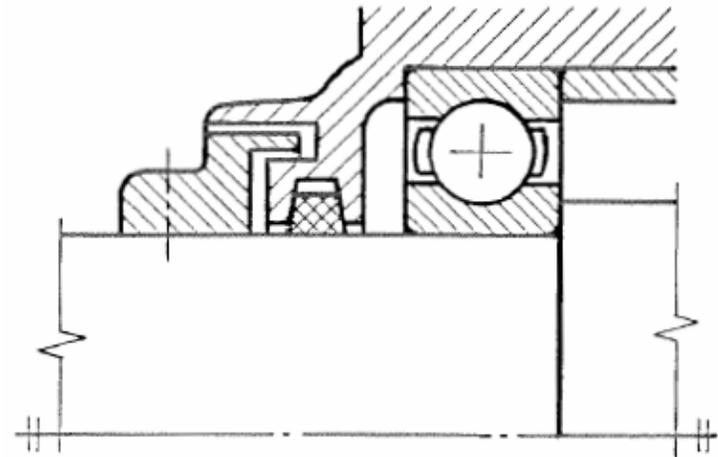


Labyrinth mit Dichtungslamellen

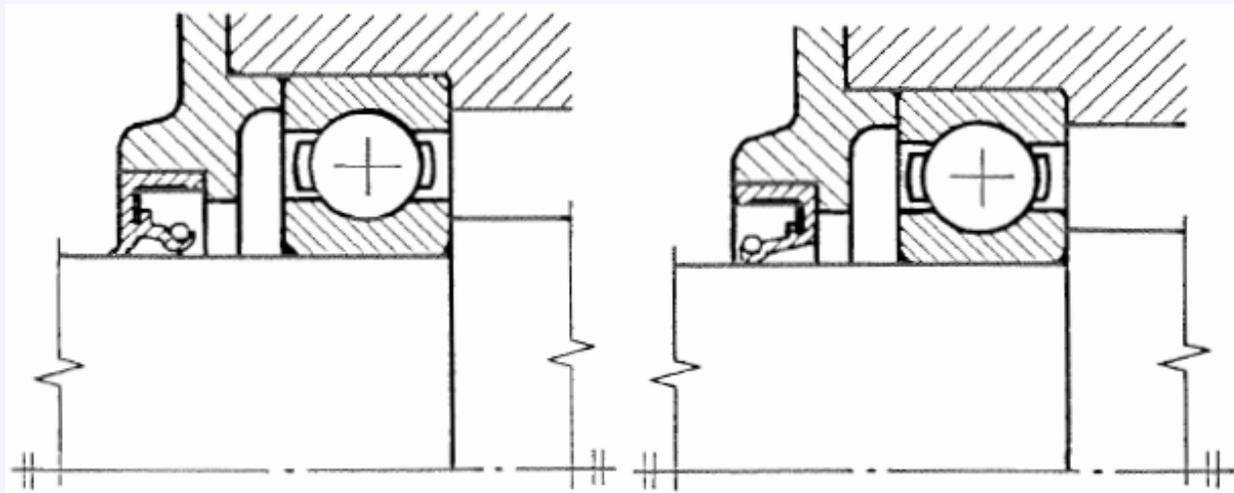
Schleifende Dichtungen



Filzring

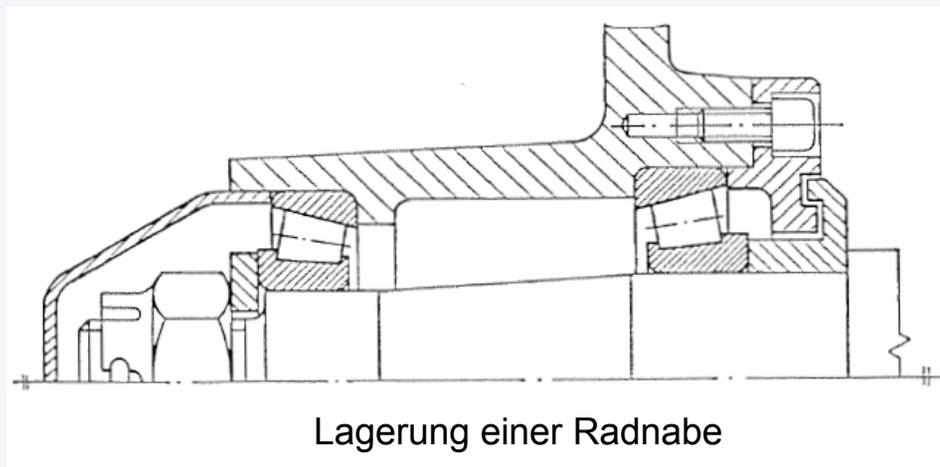
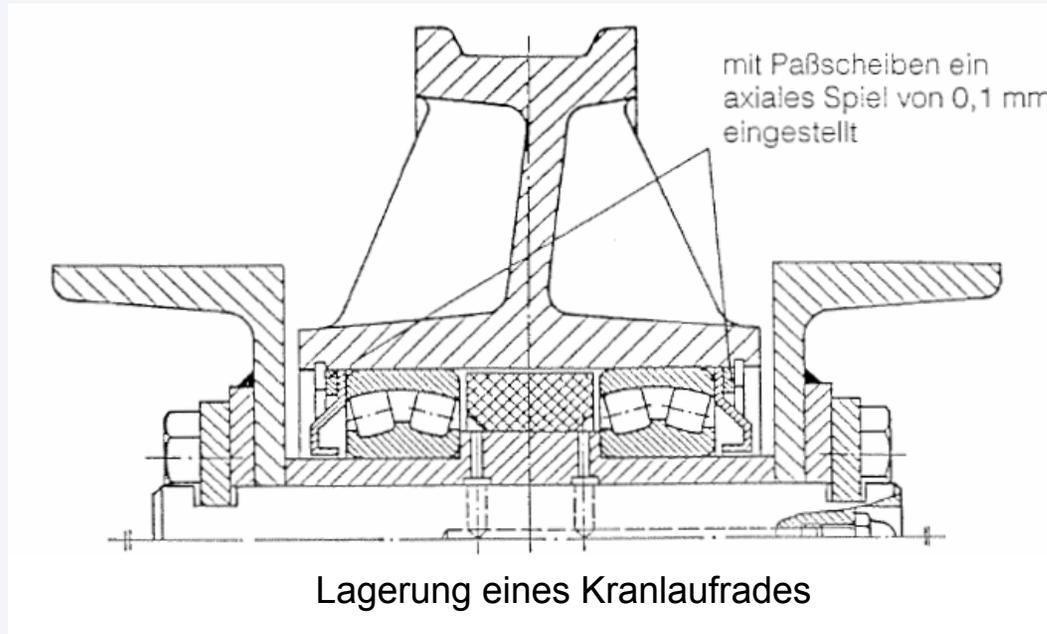


Filzring und Labyrinth

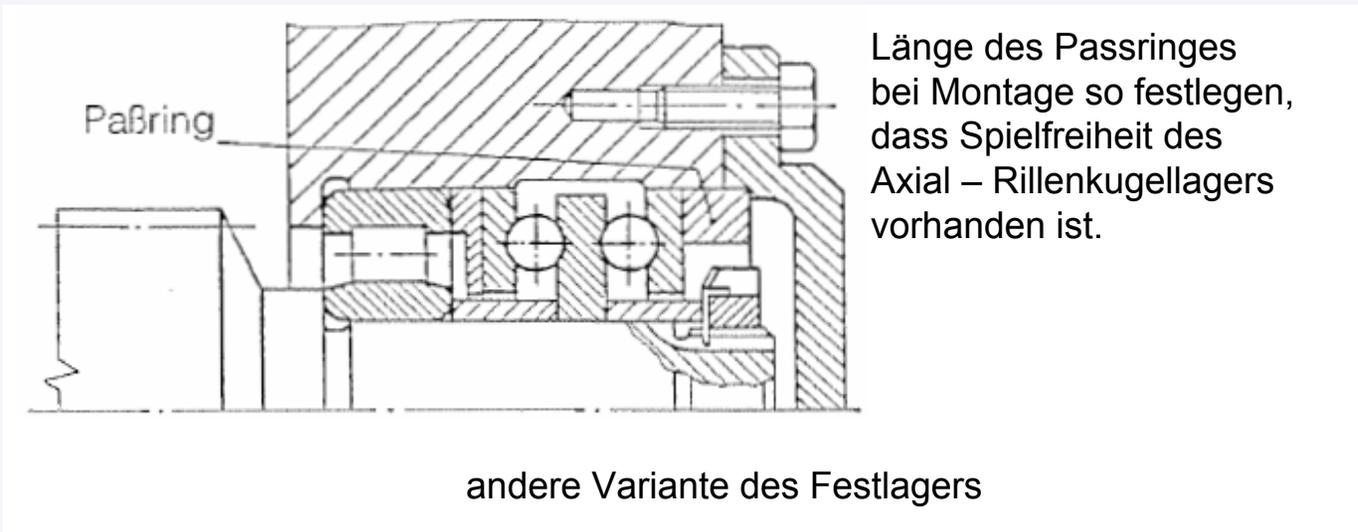
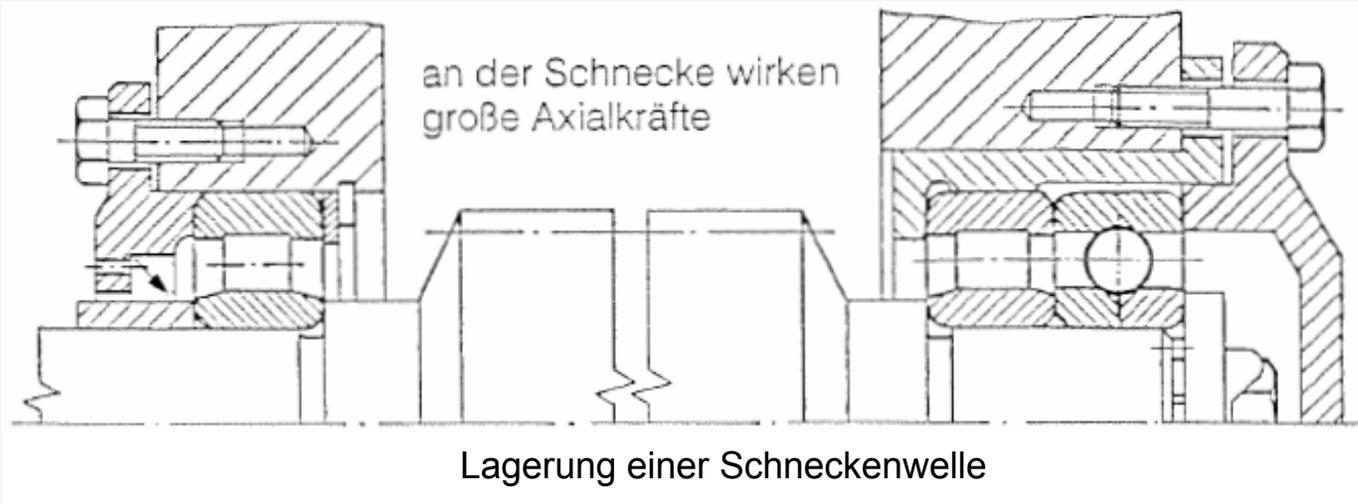


Radial – Wellendichtring

Wälzlagerungen – Einbaubeispiele

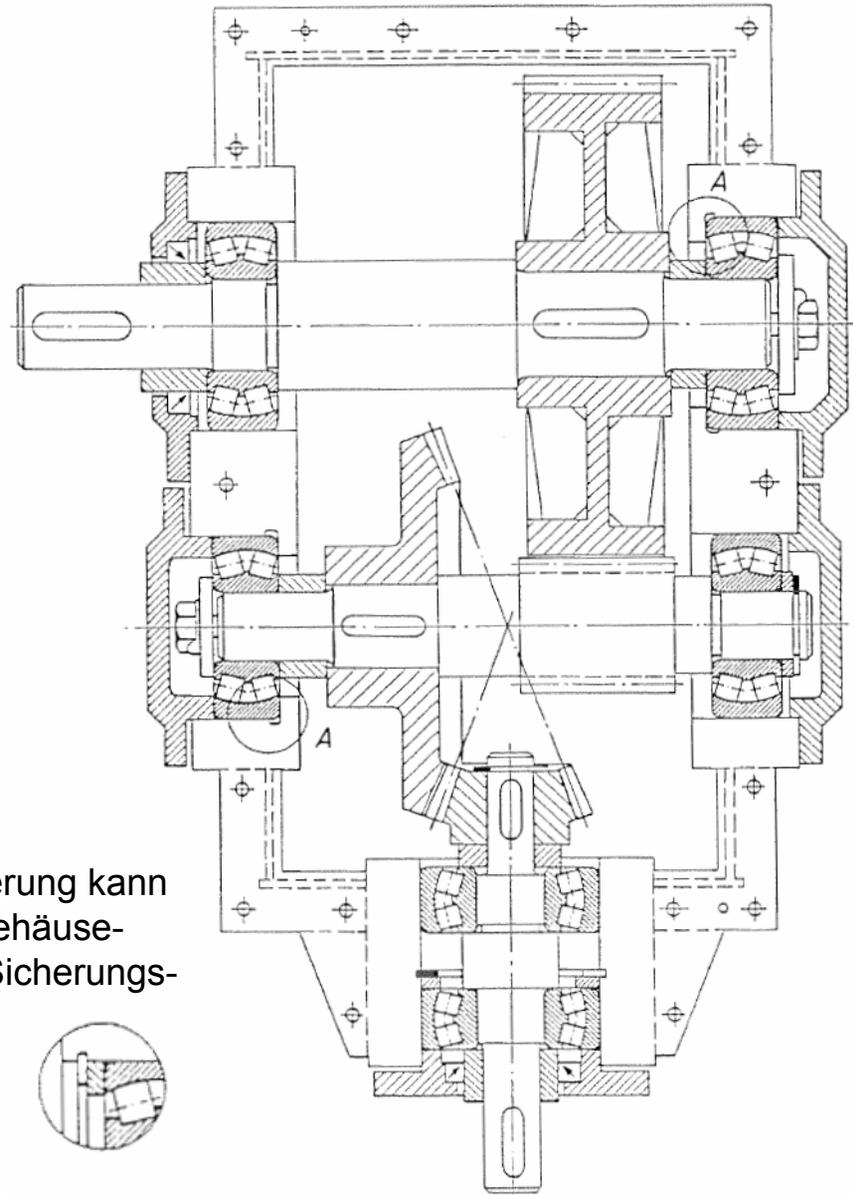


Wälzlagerungen – Einbaubeispiele

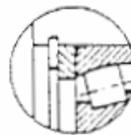


Wälzlagerungen – Einbaubeispiele

Kegelrad-Stirnrad-Getriebe



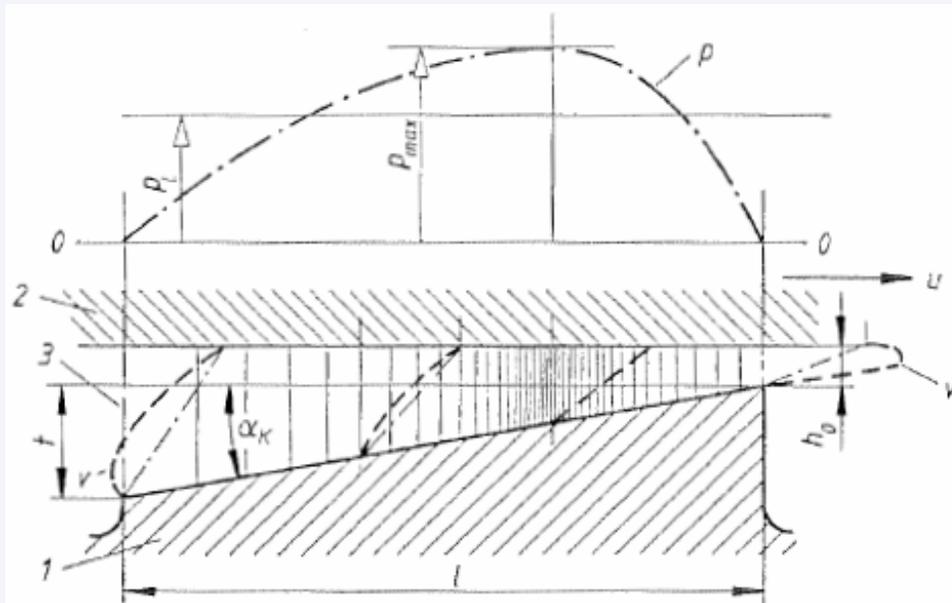
Einzelheit A:
Die axiale Sicherung kann
anstatt durch Gehäuse-
schulter durch Sicherungs-
ringe erfolgen



7.2 Gleitlager

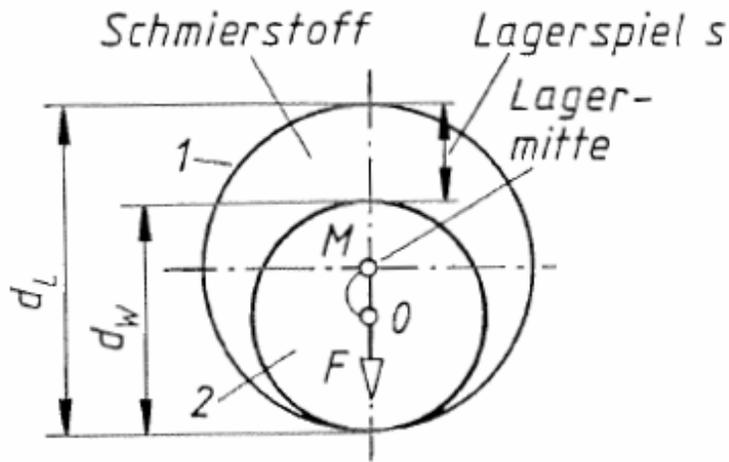


Gleitlagerungen – Hydrodynamische Schmierung



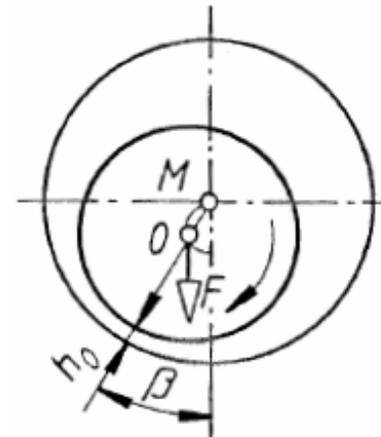
Hydrodynamische Druck- und Geschwindigkeitsverteilung

Schmierfilmbildung



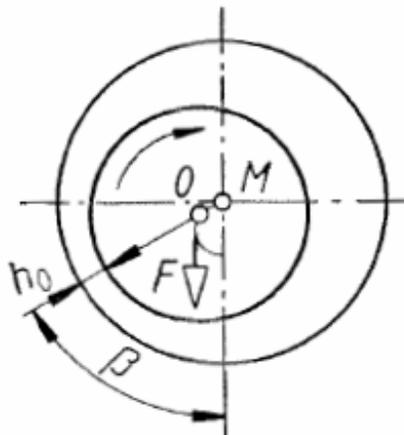
Phase 1:

Drehzahl $n = 0$



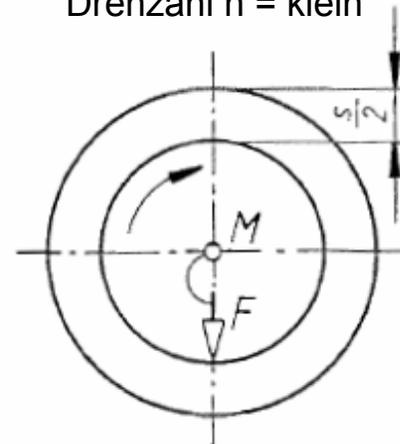
Phase 2:

Drehzahl $n = \text{klein}$



Phase 3:

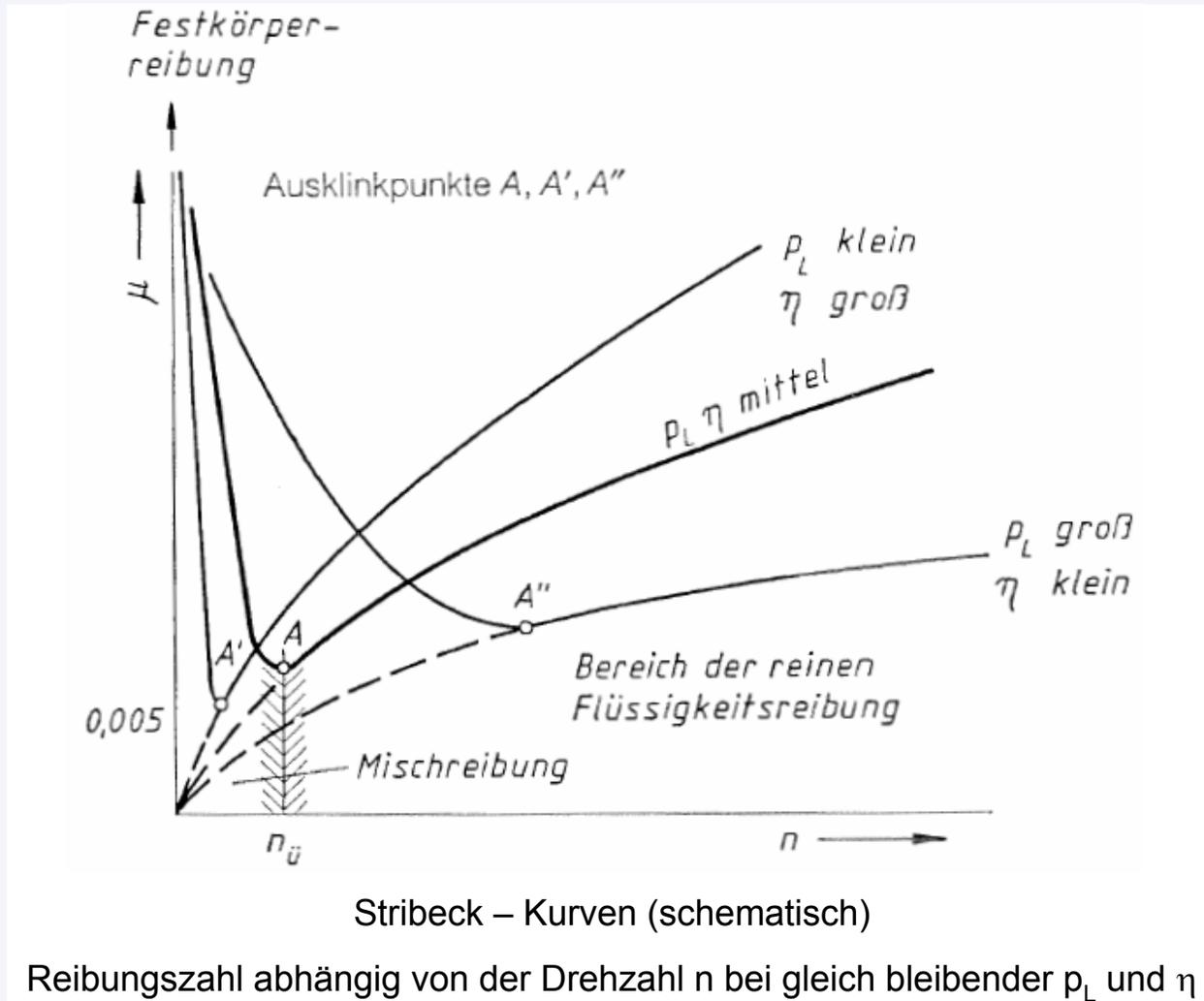
Drehzahl $n = \text{groß}$



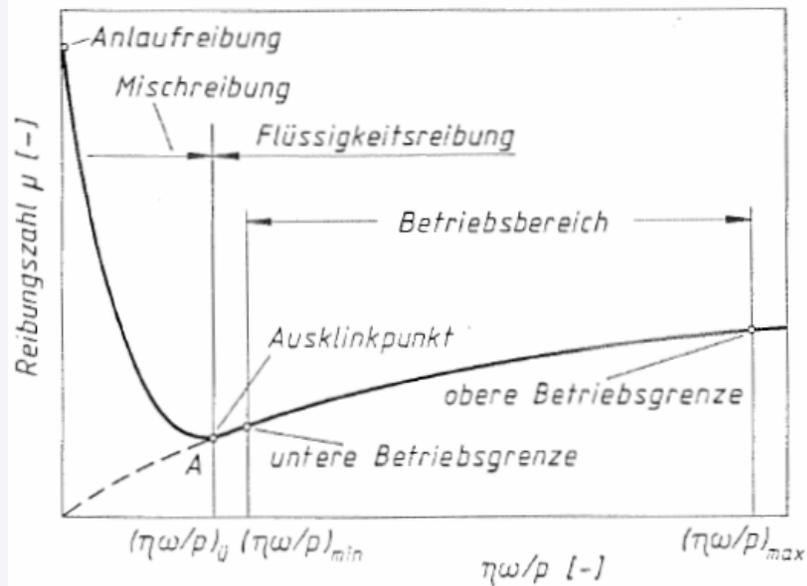
Grenzfall:

Drehzahl $n = \infty$

Reibungskurven von Gleitlagern



Reibungszustände



Betriebsbereich eines Gleitlagers (schematisch)

Schmierungsarten

1.) von Hand: (Öl, Fett)

- Ölkanne
- Fettpresse und Schmiernippel
- Stauffer – Büchse (z. T. automatisch mit Federkraft)

2.) Dochtschmierung: (Öl)

Hebewirkung, Kapillarwirkung zieht Öl an Schmierstelle

3.) Tropföler – Schmierung: (Öl)

auch in Kombination mit einem Zentralschmierapparat

4.) Ringschmierung bei Gleitlagern: (Öl)

Vorform der Tauchschmierung; Spezialring taucht in Ölsumpf; geförderte Ölmenge nimmt zu mit Wellen- und Ringdrehzahl

5.) Tauchschmierung (Spritzschmierung): (Öl)

- fester Ring an Welle mit Abstreifer bei Gleitlagern
- Zahnräder
- Kolbenmaschinen: von Kurbelwelle spritzt Öl an Kolbenlauffläche, Kolbenbolzen, etc.

6.) Fliehkraftschmierung: (Öl)

bei umlaufenden

- Kurbelwellen
- Zahnkupplungen
- Planetenträgern
- Planetengetriebe-Sonnenrädern

→ Öl wird in Fangring aufgefangen und durch Zentrifugalwirkung zu den Schmierstellen

geleitet

7.) Umlaufschmierung: (Öl)

bei großen Maschinen aus gemeinsamen Tank mit Pumpendruck oder aus Hochbehälter mit natürlichem Gefälle; Filter, Kühler, Überwachung von Druck, Temperatur, Ölstand für sehr hohe Drehzahlen oder bei Fremderwärmung

8.) Zentralschmierung: (Öl, Fett)

von Kolbenpumpe intermittierend über lange Leitungen zu den Schmierstellen; direkt oder über Speicher und Steuerschieber

9.) Ölnebelschmierung: (Öl)

Öl mit Druckluft gefördert und zerstäubt; für Wälzlager und Zahnradgetriebe; auf Dichtigkeit der Anlage achten! (Gesundheitsgefährdung des Personals durch lungengängige Öltropfen!)

für sehr hohe Drehzahlen: schützt vor Eindringen von Schmutz, schmiert, kühlt

10.) Hochdruckschmierung: (Öl)

Druckerzeugung durch kleine Zahnradpumpen oder Axialkolbenpumpen für hydrostatische Gleitlager

Viskositäten verschiedener Medien

	dynam. Viskosität η in [m Pas] = [c P] bei 21°C und $p_{at} = 1$ bar
Honig	1.500
Getriebeöl SAE 90	480
Olivenöl	100
Motorenöl SAE 10W	70
Maschinenöl (leicht)	20
Quecksilber	1,5
Terpentin	1,45
<u>dest. Wasser</u>	<u>1,0</u>
<u>(exakt: 20,2°C)</u>	
Luft	0,018

Viskositäten verschiedener Medien

Daraus ergeben sich folgende Viskositätsverhältnisse:

$$\frac{\eta \text{ von Luft}}{\eta \text{ von Wasser}} \approx \frac{1}{50}$$

$$\frac{\eta \text{ von Wasser}}{\eta \text{ von Maschinenöl}} \approx \frac{1}{20}$$

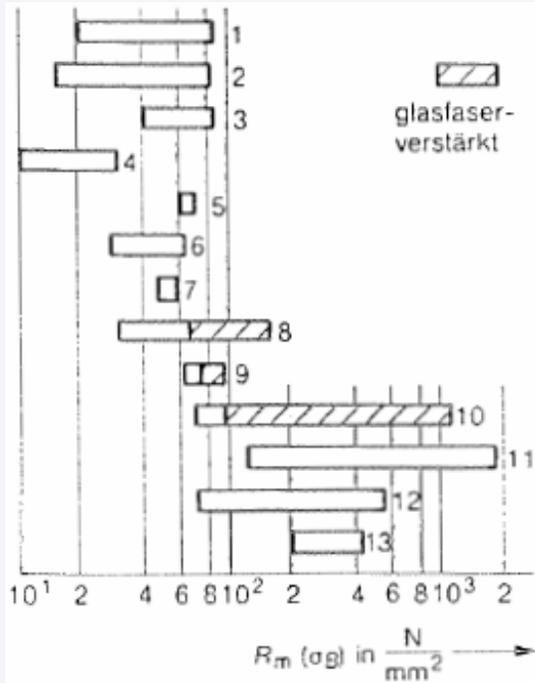
$$\frac{\eta \text{ von Luft}}{\eta \text{ von Maschinenöl}} \approx \frac{1}{1000}$$

$$\frac{\eta \text{ von Maschinenöl}}{\eta \text{ von Honig}} \approx \frac{1}{100}$$

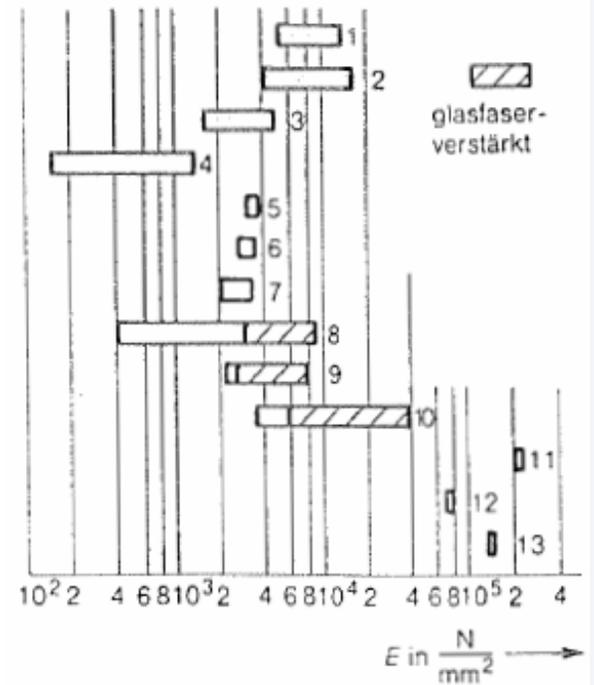
8. *Kunststoffe*



Vergleich mechanischer Eigenschaften einiger Metalle und Kunststoffe



1. Aminoplaste
2. Phenoplaste
3. Polymethylmethacrylat
4. Polyäthylen
5. Polyoxymethylen
6. Polystyrol
7. Polyvinylchlorid
8. Polyamid
9. Polycarbonat
10. Polyesterharz
11. Stahl
12. Aluminium
13. Kupfer



9. Anhang

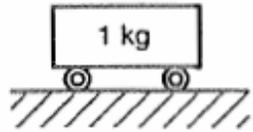


Kräfte

Kraft und Beschleunigung

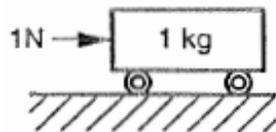
$$t = 0_s$$

$$v = 0 \frac{m}{s}$$



$$t = 1_s$$

$$v = 1 \frac{m}{s}$$



$$F = m \cdot a$$

$$m = \frac{F}{a} \quad a = \frac{F}{m}$$

Eine Kraft hat die Größe von 1N, wenn sie einer Masse von 1kg in 1s eine Geschwindigkeitszunahme von 1m/s erteilt.

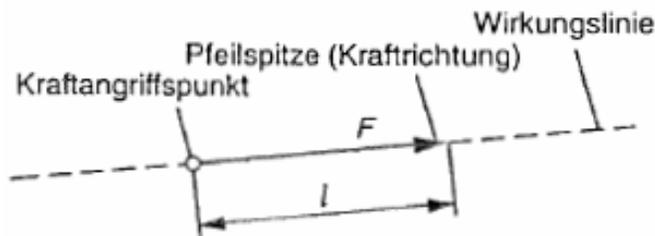
$$1N = 1kg \cdot \frac{1 \frac{m}{s}}{s} = 1 \frac{kg \cdot m}{s^2}$$

F: Kraft

m: Masse

a: Beschleunigung

Darstellung von Kräften



$$F = l \cdot KM$$

$$l = \frac{F}{KM}$$

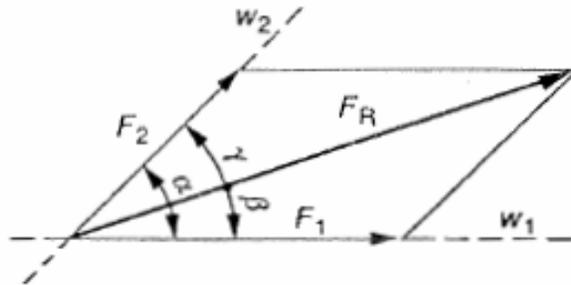
$$KM = \frac{F}{l}$$

F: Kraftbetrag

m: Pfeillänge

a: Kräftemaßstab

Kräfteparallelogramm



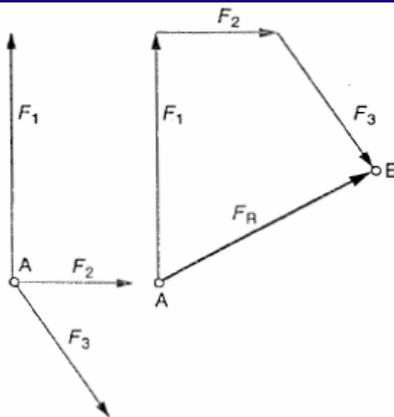
Zusammenfassen der Teilkräfte F_1 und F_2 zur resultierenden F_R . Zerlegen der Resultierenden F_R in die Teilkräfte F_1 und F_2 bei vorgegebenen Wirkungslinien w_1 und w_2 .

$$F_R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1 \cdot F_2 \cdot \cos \alpha}$$

$$\sin \beta = \frac{F_2}{F_R} \cdot \sin \alpha \quad \sin \gamma = \frac{F_1}{F_R} \cdot \sin \alpha$$

F_1 : Teilkraft
 F_2 : Teilkraft
 F_R : Resultierende (Ersatzkraft)
 w_1 : Wirkungslinie der Kraft F_1
 w_2 : Wirkungslinie der Kraft F_2
 α } Winkel zur
 β } Richtungs-
 γ } beschreibung

Kräftepolygon (Krafteck)

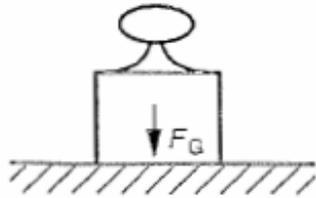


Die Teilkräfte $F_1, F_2 \dots F_n$ werden maßstabgerecht in beliebiger Reihenfolge aneinandergereiht. Die Resultierende F_R ist die Verbindung vom Kraftangriffspunkt A der zuerst gezeichneten Kraft zum Endpunkt E der zuletzt gezeichneten Kraft.

F_1 : Teilkraft
 F_2 : Teilkraft
 F_R : Resultierende (Ersatzkraft)
A: Kraftangriffspunkt
E: Endpunkt des Kraftzuges

Kräfte

Gewichtskraft

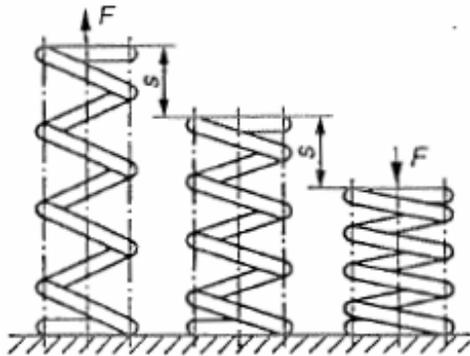


$$F_G = m \cdot g$$

$$m = \frac{F_G}{g} \quad g = \frac{F_G}{m}$$

F_G : Gewichtskraft
 m : Masse
 g : Fallbeschleunigung

Federkraft



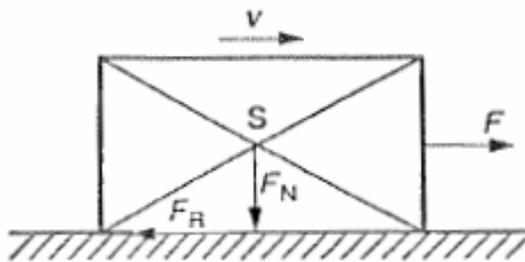
$$F = c \cdot s$$

$$c = \frac{F}{s} \quad s = \frac{F}{c}$$

F : Federkraft
 c : Federrate
 s : Federweg

Reibung; Reibungskraft

Reibung zwischen zwei ebenen Flächen



Haftreibung ($v = 0$)

$$F_{R0} \leq \mu_0 \cdot F_N$$

Gleitreibung ($v > 0$)

$$F_R = \mu \cdot F_N$$

$$F_N = \frac{F_R}{\mu}$$

F_{R0} : Reibkraft im
Ruhezustand

μ_0 : Haftreibungszahl

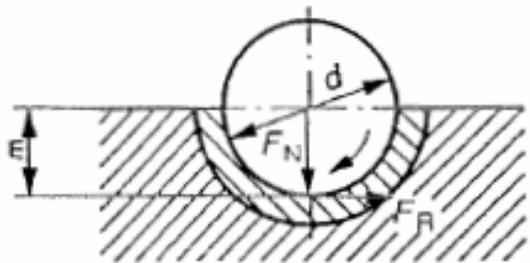
F_N : Normalkraft

F_R : Reibkraft bei
gleichförmiger
Bewegung

μ : Gleitreibungszahl

v : Geschwindigkeit

Gleitreibung am Radiallager



$$F_R = \mu \cdot F_N$$

$$M_R = F_N \cdot r_m$$

$$F_R = \frac{M_R}{r_m}$$

$$r_m = \frac{d}{2}$$

F_R : Reibkraft

μ : Gleitreibungszahl

F_N : Normalkraft

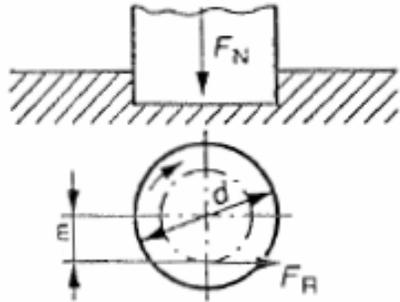
M_R : Reibungsmoment

r_m : Wirkradius

d : Zapfendurch-
messer

Reibung; Reibungskraft

Gleitreibung am Axiallager



$$F_R = \mu \cdot F_N$$

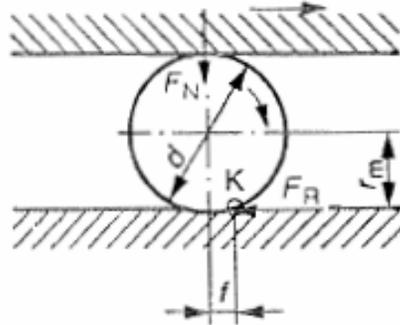
$$M_R = F_N \cdot r_m$$

$$r_m = \frac{d}{3}$$

$$F_R = \frac{M_R}{r_m}$$

F_R : Reibkraft
 μ : Gleitreibungszahl
 F_N : Normalkraft
 M_R : Reibungsmoment
 r_m : Wirkradius
 d : Zapfendurchmesser

Gleitreibung am Wälzlager



$$F_R \cdot r_m = F_N \cdot f$$

$$F_R = \frac{f}{r_m} \cdot F_N$$

$$r_m \approx \frac{d}{2}$$

$$F_R = \mu \cdot F_N$$

$$\frac{f}{r_m} = \mu$$

$$M_R = F_N \cdot r_m$$

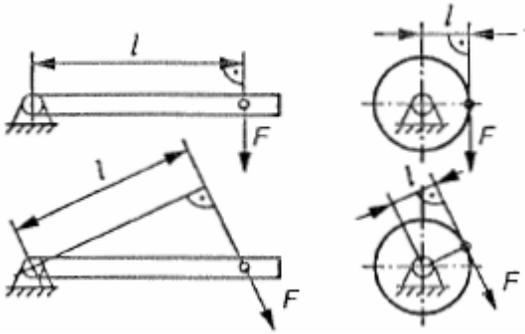
F_R : Reibkraft
 d : Wälzkörperdurchmesser
 F_N : Normalkraft
 f : Rollreibungskoeffizient
 r_m : Wirkradius
 μ : Rollreibungszahl
 M_R : Reibungsmoment
 K : Kippmoment

Reibung; Reibungskraft

Reibungszahlen					
Stoffpaar	Haftreibungszahl μ_0		Gleitreibung μ		Rollreibungskoeffizient f
	trocken	geschmiert	trocken	geschmiert	
Stahl	0,15...0,30	0,10...0,12	0,10...0,12	0,04...0,10	0,005...0,01
Stahl-Gusseisen	0,18...0,24	0,10...0,20	0,15...0,24	0,05...0,20	-
Stahl-Cu-Sn-Leg.	0,18...0,20	0,10...0,20	0,10...0,20	0,00...0,10	-
Stahl-PTFE	-	-	0,04...0,22	-	-
Stahl-Polyamid	0,30...0,40	0,10...0,20	0,32...0,45	0,05...0,10	-

Hebel, Kraftmoment, Kraftwandler

Kraftmoment einer Kraft



$$M = F \cdot l$$

$$F = \frac{M}{l}$$

$$l = \frac{M}{F}$$

Die Länge des wirksamen Hebelarms l entspricht der Länge des Lots vom Drehpunkt auf die Wirkungslinie der Kraft.

F : Kraft

M : Kraftmoment

l : wirksamer Hebelarm

Hebelgesetz

$$M_l = M_r$$

$$F_1 \cdot l_1 = F_2 \cdot l_2$$

$$F_1 = \frac{F_2 \cdot l_2}{l_1}$$

$$F_2 = \frac{F_1 \cdot l_1}{l_2}$$

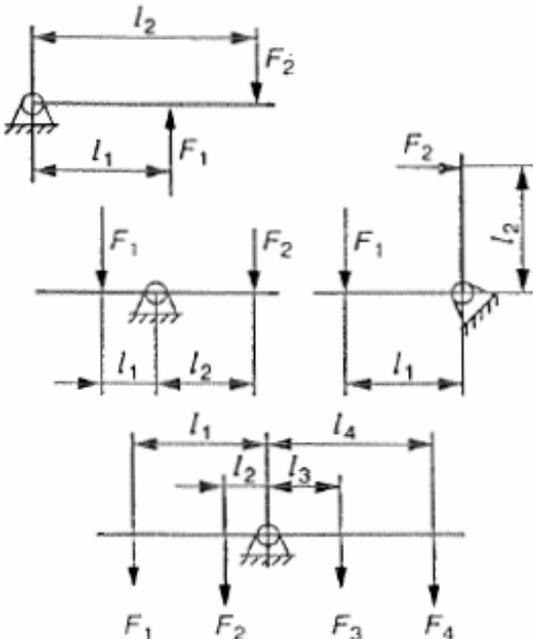
$$l_1 = \frac{F_2 \cdot l_2}{F_1}$$

$$l_2 = \frac{F_1 \cdot l_1}{F_2}$$

$$\sum M_l = \sum M_r$$

$$F_1 \cdot l_1 + F_2 \cdot l_2 = F_3 \cdot l_3 + F_4 \cdot l_4$$

$$F_1 = \frac{F_3 \cdot l_3 + F_4 \cdot l_4 - F_2 \cdot l_2}{l_1}$$



M_l : linksdrehendes Kraftmoment

M_r : rechtsdrehendes Kraftmoment

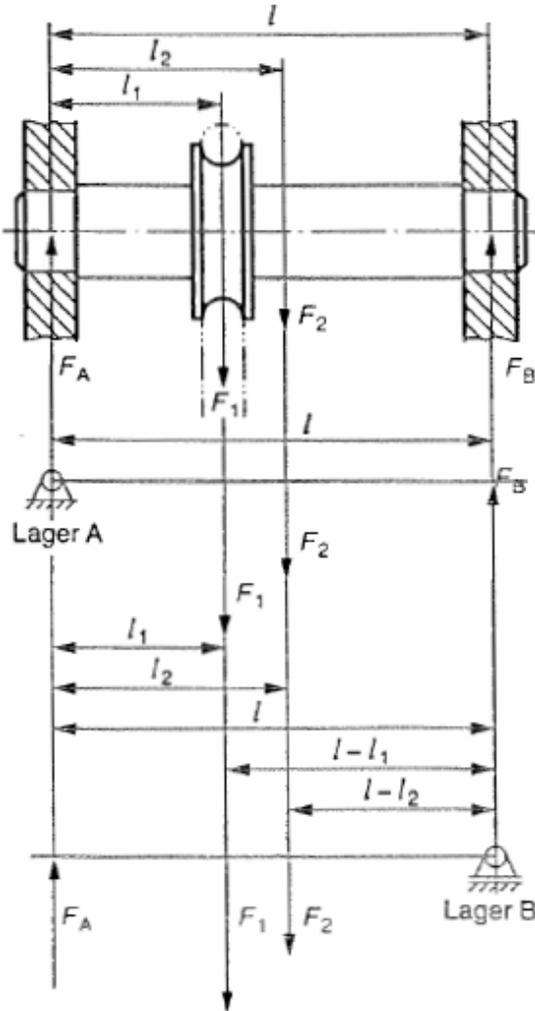
F_1, F_2 : Kräfte

l_1, l_2 : wirksame Hebelarme

ΣM : Summe aller Kraftmomente

Hebel, Kraftmoment, Kraftwandler

Auflagerkräfte



$$F_A + F_B = F_1 + F_2 + F_3 + \dots + F_n$$

$$\sum M_l = \sum M_r$$

$$F_B \cdot l = F_1 \cdot l_1 + F_2 \cdot l_2$$

$$F_B = \frac{F_1 \cdot l_1 + F_2 \cdot l_2}{l}$$

$$F_1 \cdot (l - l_1) + F_2 \cdot (l - l_2) = F_A \cdot l$$

$$F_A = \frac{F_1 \cdot (l - l_1) + F_2 \cdot (l - l_2)}{l}$$

F_A : Auflagerkraft
(Lager A)

F_B : Auflagerkraft
(Lager B)

F_1, F_2 : Belastungskräfte

$\sum M_l$: Summe aller links-
drehenden Kraft-
momente

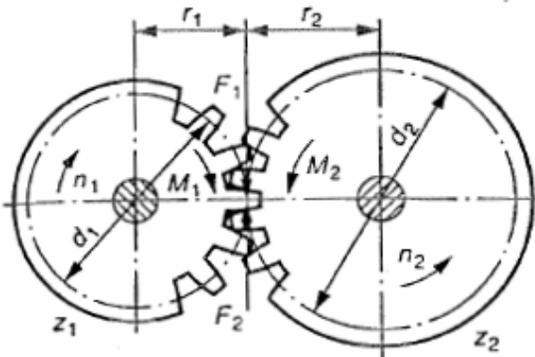
$\sum M_r$: Summe aller rechts-
drehenden Kraft-
momente

l : Abstand Lager A-B

l_1, l_2 : wirksame Hebelarme

Hebel, Kraftmoment, Kraftwandler

Kraftmoment am Zahnradgetriebe



$$\frac{M_2}{M_1} = \frac{d_2}{d_1} = \frac{z_2}{z_1} = \frac{n_1}{n_2} = i$$

$$M_2 = M_1 \cdot i \cdot \eta$$

$$M_{\text{exi}} = M_{\text{ing}} \cdot i \cdot \eta$$

M: Kraftmoment

F: Kraft

d: Teilkreisdurchmesser

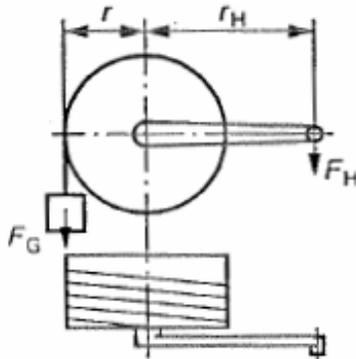
z: Zähnezahl

n: Umdrehungsfrequenz

i: Übersetzungsverhältnis

η : Wirkungsgrad

Seilwinde



$$F_H \cdot r_H \cdot \eta = F_G \cdot r$$

$$F_H = \frac{F_G \cdot r}{r_H \cdot \eta}$$

$$F_G = \frac{F_H \cdot r_H \cdot \eta}{r}$$

F_G : Gewichtskraft

r: Trommelradius

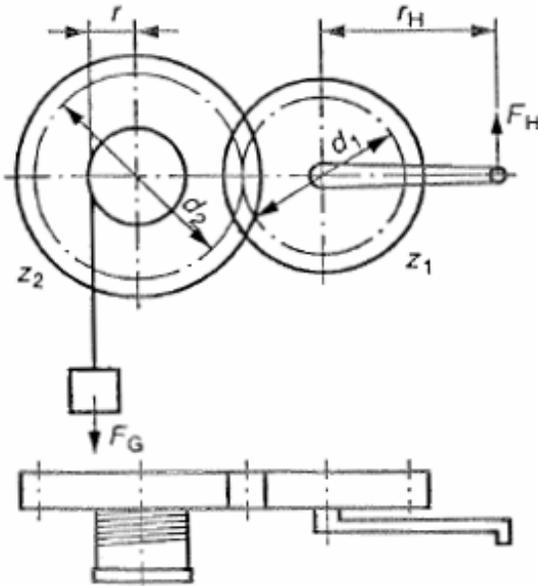
F_H : Handkraft

r_H : Handhebelradius

η : Wirkungsgrad

Hebel, Kraftmoment, Kraftwandler

Räderwinde



$$F_H \cdot r_H \cdot i \cdot \eta = F_G \cdot r$$

$$i = \frac{d_2}{d_1} = \frac{z_2}{z_1}$$

$$F_H = \frac{F_G \cdot r}{r_H \cdot i \cdot \eta}$$

$$F_G = \frac{F_H \cdot r_H \cdot i \cdot \eta}{r}$$

F_H : Handkraft

F_G : Gewichtskraft

r_H : Handhebelradius

r : Trommelradius

d_1 : Teilkreisdurchmesser am Zahnrad 1

d_2 : Teilkreisdurchmesser am Zahnrad 2

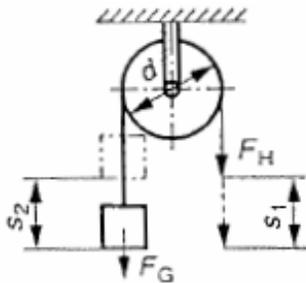
z_1 : Zähnezahl am Zahnrad 1

z_2 : Zähnezahl am Zahnrad 2

i : Übersetzungsverhältnis

η : Wirkungsgrad

Feste Rolle



$$F_H = \frac{F_G}{\eta}$$

$$s_1 = s_2$$

$$F_H \cdot \eta = F_G$$

F_G : Gewichtskraft

F_H : Handkraft

s_1 : Kraftweg

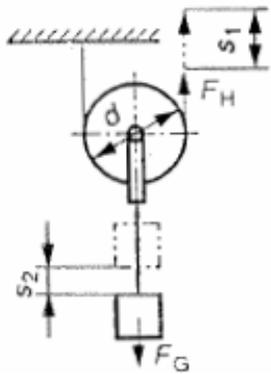
s_2 : Lastweg

d : Rollendurchmesser

η : Wirkungsgrad

Hebel, Kraftmoment, Kraftwandler

Lose Rolle



$$F_H \cdot \eta = \frac{F_G}{2}$$

$$s_1 = 2 \cdot s_2$$

$$F_H = \frac{F_G}{2 \cdot \eta}$$

$$F_G = F_H \cdot 2 \cdot \eta$$

F_G : Gewichtskraft

F_H : Handkraft

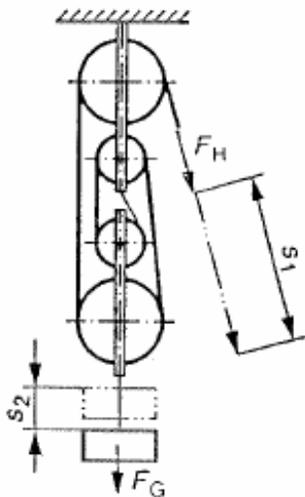
s_1 : Kraftweg

s_2 : Lastweg

d : Rollendurchmesser

η : Wirkungsgrad

Rollenflaschenzug



$$F_H \cdot \eta = \frac{F_G}{n}$$

$$s_1 = n \cdot s_2$$

$$F_H = \frac{F_G}{n \cdot \eta}$$

$$F_G = F_H \cdot n \cdot \eta$$

F_G : Gewichtskraft

F_H : Handkraft

n : Anzahl der Rollen

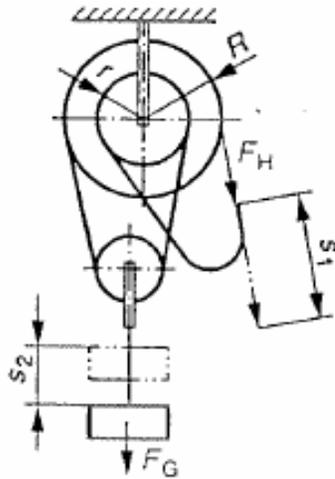
s_1 : Kraftweg

s_2 : Lastweg

η : Wirkungsgrad

Hebel, Kraftmoment, Kraftwandler

Differentialflaschenzug



$$F_H \cdot \eta = \frac{F_G}{2} \cdot \frac{R-r}{R}$$

$$s_1 = 2 \cdot s_2 \cdot \frac{R}{R-r}$$

$$F_H = \frac{F_G \cdot (R-r)}{2 \cdot R \cdot \eta}$$

$$F_G = \frac{F_H \cdot 2 \cdot R \cdot \eta}{R-r}$$

F_G : Gewichtskraft

F_H : Handkraft

R : Radius der großen festen Rollen

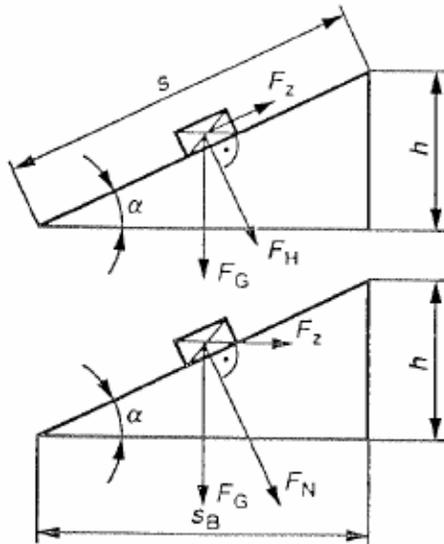
r : Radius der kleinen festen Rollen

s_1 : Kraftweg

s_2 : Lastweg

η : Wirkungsgrad

Schiefe Ebene



$$F_Z \cdot s \cdot \eta = F_G \cdot h$$

$$F_Z \cdot \eta = F_G \cdot \sin \alpha$$

$$F_N \cdot \eta = F_G \cdot \cos \alpha$$

$$F_Z \cdot s_B \cdot \eta = F_G \cdot h$$

$$F_Z \cdot \eta = F_G \cdot \tan \alpha$$

$$F_N = \frac{F_G}{\tan \alpha}$$

F_Z : Zugkraft

F_G : Gewichtskraft

F_N : Normalkraft

s : Länge der schiefen Ebene

h : Höhe der schiefen Ebene

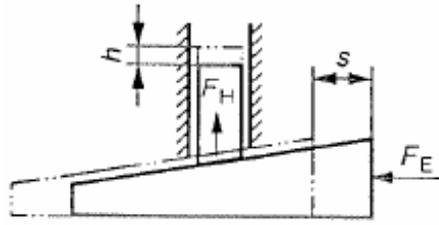
α : Steigungswinkel

η : Wirkungsgrad

s_B : Basis der schiefen Ebene

Hebel, Kraftmoment, Kraftwandler

Stellkeil

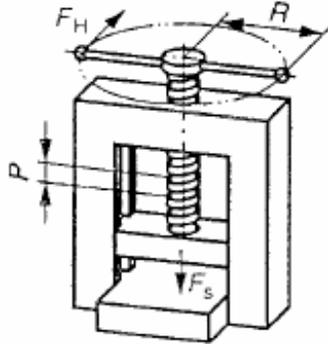


$$F_E \cdot s \cdot \eta = F_H \cdot h$$

$$F_E = \frac{F_H \cdot h}{s \cdot \eta} \quad F_H = \frac{F_E \cdot s \cdot \eta}{h}$$

F_E : Gewichtskraft
 s : Verstellweg
 F_H : Hubkraft
 h : Hubhöhe
 η : Wirkungsgrad

Schraube



$$F_H \cdot 2 \cdot R \cdot \pi \cdot \eta = F_S \cdot P$$

$$F_H = \frac{F_S \cdot P}{2 \cdot R \cdot \pi \cdot \eta}$$

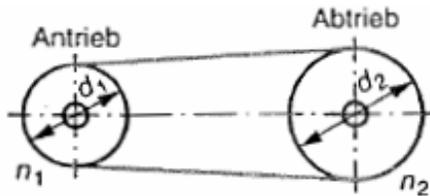
$$F_S = \frac{F_H \cdot 2 \cdot R \cdot \pi \cdot \eta}{P}$$

F_H : Handkraft
 F_S : Kraft in Richtung der Schraubenachse
 R : wirksamer Hebelarm
 P : Gewindesteigung
 η : Wirkungsgrad

Übersetzungen

Flachriemengetriebe

einfache Übersetzung

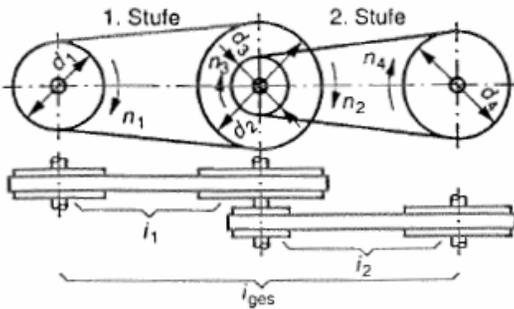


$$d_1 \cdot n_1 = d_2 \cdot n_2$$

$$i = \frac{n_1}{n_2} = \frac{d_2}{d_1}$$

$$n_1 = \frac{d_2 \cdot n_2}{d_1} \quad n_2 = \frac{d_1 \cdot n_1}{d_2}$$

doppelte Übersetzung



$$n_1 \cdot d_1 \cdot d_3 = n_4 \cdot d_2 \cdot d_4$$

$$n_A \cdot d_1 \cdot d_3 \cdot \dots = n_E \cdot d_2 \cdot d_4 \cdot \dots$$

$$i_{ges} = i_1 \cdot i_2 = \frac{n_1}{n_2} \cdot \frac{n_3}{n_4} = \frac{n_1}{n_4}$$

$$i_{ges} = i_1 \cdot i_2 = \frac{d_2 \cdot d_4}{d_1 \cdot d_3}$$

$$i_{ges} = \frac{n_A}{n_E} = \frac{d_2 \cdot d_4 \cdot d_6 \cdot \dots}{d_1 \cdot d_3 \cdot d_5 \cdot \dots}$$

$d_1; d_3$: Durchmesser der treibenden Scheiben

$d_2; d_4$: Durchmesser der getriebenen Scheiben

$n_1; n_3$: Umdrehungsfrequenz der treibenden Scheiben

$n_2; n_4$: Umdrehungsfrequenz der getriebenen Scheiben

n_A : Anfangsumdrehungsfrequenz

n_E : Endumdrehungsfrequenz

i : Übersetzungsverhältnis

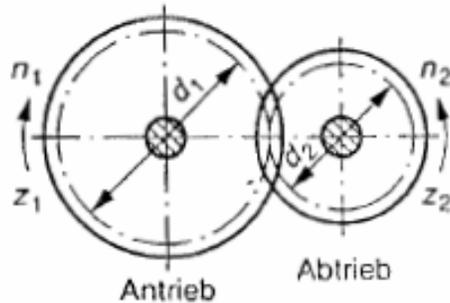
$i_1; i_2$: Teilübersetzungsverhältnisse

i_{ges} : Gesamtübersetzungsverhältnis

Übersetzungen

Zahnradgetriebe

einfache Übersetzung



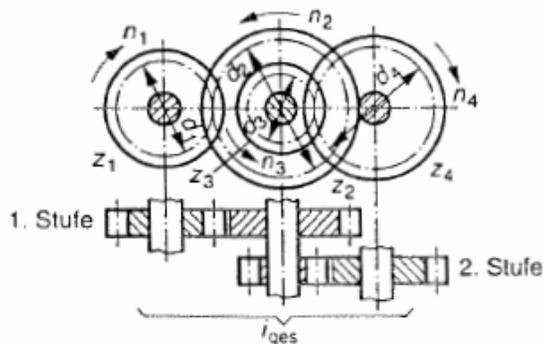
$$z_1 \cdot n_1 = z_2 \cdot n_2$$

$$i = \frac{n_1}{n_2} = \frac{z_2}{z_1}$$

$$n_1 = \frac{z_2 \cdot n_2}{z_1}$$

$$n_2 = \frac{z_1 \cdot n_1}{z_2}$$

doppelte Übersetzung



$$n_1 \cdot z_1 \cdot z_3 = n_4 \cdot z_2 \cdot z_4$$

$$n_A \cdot z_1 \cdot z_3 \cdot \dots = n_E \cdot z_2 \cdot z_4 \cdot \dots$$

$$i_{ges} = i_1 \cdot i_2 = \frac{n_1}{n_2} \cdot \frac{n_3}{n_4} = \frac{n_1}{n_4}$$

$$i_{ges} = i_1 \cdot i_2 = \frac{d_2 \cdot d_4}{d_1 \cdot d_3}$$

$$i_{ges} = \frac{n_A}{n_E} = \frac{d_2 \cdot d_4 \cdot d_6 \cdot \dots}{d_1 \cdot d_3 \cdot d_5 \cdot \dots}$$

$z_1; z_3$: Zähnezahl der treibenden Räder

$z_2; z_4$: Zähnezahl der getriebenen Räder

$n_1; n_3$: Umdrehungsfrequenz der treibenden Räder

$n_2; n_4$: Umdrehungsfrequenz der getriebenen Räder

n_A : Anfangsumdrehungsfrequenz

n_E : Endumdrehungsfrequenz

i : Übersetzungsverhältnis

$i_1; i_2$: Teilübersetzungsverhältnisse

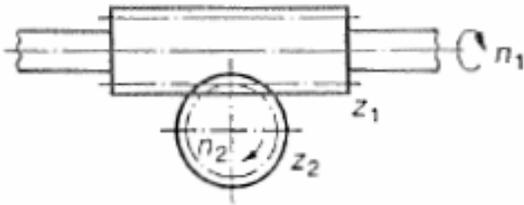
i_{ges} : Gesamtübersetzungsverhältnis

$d_1; d_3$: Teilkreisdurchmesser der treibenden Räder

$d_2; d_4$: Teilkreisdurchmesser der getriebenen Räder

Übersetzungen

Schneckengetriebe



$$z_1 \cdot n_1 = z_2 \cdot n_2$$

$$i = \frac{n_1}{n_2} = \frac{z_2}{z_1}$$

z_1 : Gangzahl (Zähnezahl) der Schnecke

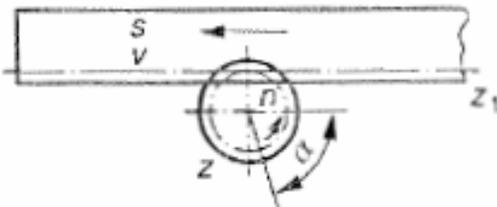
z_2 : Zähnezahl des Schneckenrades

n_1 : Umdrehungsfrequenz der Schnecken

n_2 : Umdrehungsfrequenz des Schneckenrades

i : Übersetzungsverhältnis

Zahnstangengetriebe



$$s = \pi \cdot d$$

$$s = m \cdot z \cdot \pi$$

$$s = \frac{m \cdot z \cdot \pi \cdot \alpha}{360^\circ}$$

$$v = m \cdot z \cdot \pi \cdot n$$

s : Verschiebeweg der Zahnstange

v : Verschiebegeschwindigkeit der Zahnstange

d : Teilkreisdurchmesser

m : Modul

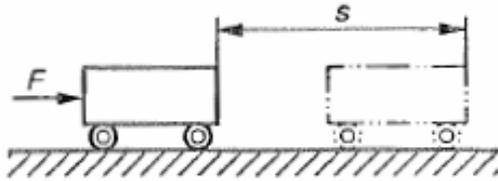
z : Zähnezahl

n : Umdrehungsfrequenz

α : Verdrehwinkel

Arbeit, Energie

Arbeit, Energie (allgemein)



$$W = F \cdot s$$

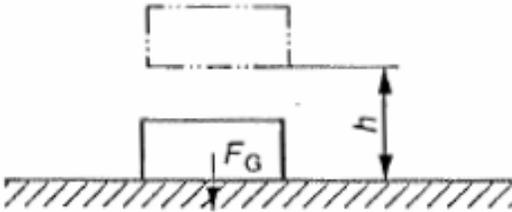
$$E = F \cdot s$$

$$F = \frac{W}{s} \qquad s = \frac{W}{F}$$

$$1\text{N} \cdot 1\text{m} = 1\text{Nm} = 1\text{J} = 1\text{Ws}$$

W: Arbeit
E: Energie
F: Kraft
s: Weg

Hubarbeit, potentielle Energie (geradlinige Bewegung)



$$W_H = F_G \cdot h$$

$$E_P = F_G \cdot h$$

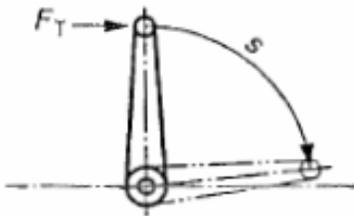
$$F_G = m \cdot g$$

Normalfallbeschl.: $g_n = 9,80665 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

$$g_n \approx 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

W_H : Hubarbeit
 E_P : potentielle Energie
 F_G : Gewichtskraft
h: Höhe
m: Masse
g: Fallbeschleunigung

Rotationsarbeit; Rotationsenergie (kreisförmige Bewegung)



$$W_r = F_T \cdot s$$

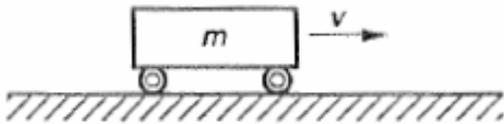
$$E_r = F_T \cdot s$$

$$F_T = \frac{W_r}{s} \qquad s = \frac{W_r}{F_T}$$

W_B : Rotationsarbeit
 E_k : Rotationsenergie
 F_T : Tangentialkraft
s: Weg

Arbeit, Energie

Beschleunigungsarbeit; kinetische Energie (gradlinige Bewegung)



$$W_B = \frac{m}{2} \cdot v^2$$

$$E_K = \frac{m}{2} \cdot v^2$$

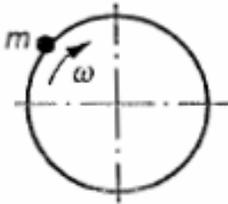
W_B : Beschleunigungsarbeit

E_K : kinetische Energie

m : Masse

v : Geschwindigkeit

Beschleunigungsarbeit; kinetische Energie (kreisförmige Bewegung)



$$W_B = \frac{J}{2} \cdot \omega^2$$

$$E_K = \frac{J}{2} \cdot \omega^2$$

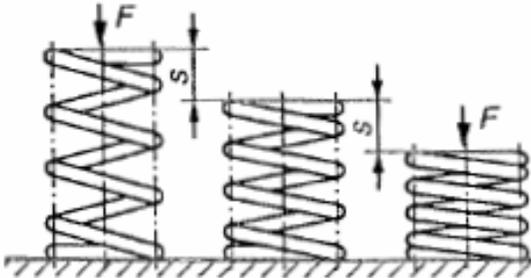
W_B : Beschleunigungsarbeit

E_K : kinetische Energie

J : Massenmoment 2. Grades

ω : Winkelgeschwindigkeit

Federarbeit; Spannenergie



$$W_F = \frac{c}{2} \cdot s^2$$

$$E_S = \frac{c}{2} \cdot s^2$$

$$c = \frac{F}{s}$$

$$s = \sqrt{\frac{2 \cdot W_F}{c}}$$

$$s = \frac{F}{c}$$

W_F : Federarbeit

E_S : Spannenergie

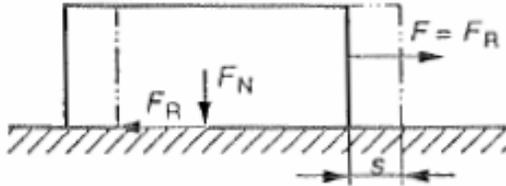
F : Federkraft

c : Federrate

s : Federweg

Arbeit, Energie

Reibungsarbeit; Wärmeenergie



$$W_R = F_R \cdot s$$

$$Q = F_R \cdot s$$

$$F_R = \mu \cdot F_N$$

W_R : Reibungsarbeit

Q : Wärmeenergie

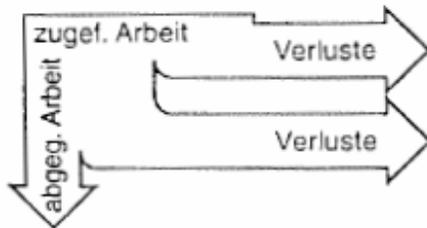
F_R : Reibungskraft

F_N : Normalkraft

s : Weg

μ : Gleitreibungszahl

Wirkungsgrad



$$\eta = \frac{W_{\text{exi}}}{W_{\text{ing}}} < 1$$

$$\eta = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 \cdot \dots$$

$$W_{\text{exi}} = \eta \cdot W_{\text{ing}} \quad W_{\text{ing}} = \frac{W_{\text{exi}}}{\eta}$$

η : Wirkungsgrad

η_1 : Teilwirkungsgrad

W_{exi} : abgegebene Arbeit

W_{ing} : zugeführte Arbeit

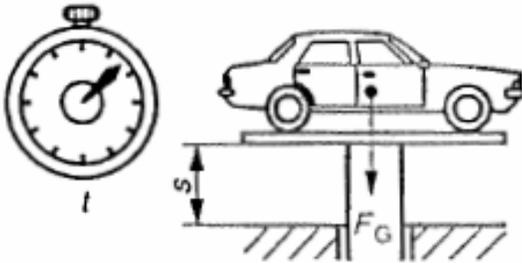
Leistung

Leistung (allgemein)

$$P = \frac{W}{t} \quad F = \frac{P \cdot t}{s}$$
$$P = \frac{F \cdot s}{t} \quad s = \frac{P \cdot t}{F}$$
$$P = F \cdot v \quad t = \frac{F \cdot s}{P}$$
$$1 \frac{Nm}{s} = 1 \frac{Ws}{s} = 1W$$

P: Leistung
W: Arbeit
s: Weg
t: Zeit
v: Geschwindigkeit

Hubleistung

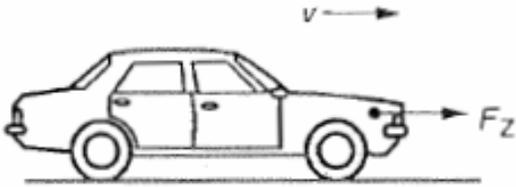


$$P = F_G \cdot v \quad F_G = \frac{P}{v}$$
$$P = \frac{F_G \cdot s}{t} \quad F_G = \frac{P \cdot t}{s}$$
$$P = \frac{m \cdot g \cdot s}{t} \quad m = \frac{P \cdot t}{g \cdot s}$$

P: Leistung
 F_G : Gewichtskraft
v: Geschwindigkeit
s: Weg
t: Zeit
m: Masse
q: Fallbeschleunigung

Leistung

Zugleistung



$$P = F_Z \cdot v$$

$$P = \frac{F_Z \cdot s}{t}$$

$$F_Z = \frac{P}{v}$$

$$v = \frac{P}{F_Z}$$

P: Leistung

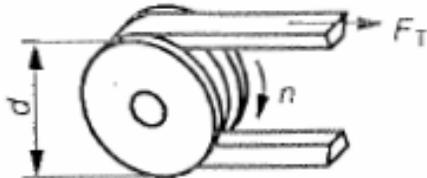
F_Z : Zugkraft

v: Geschwindigkeit

s: Weg

t: Zeit

Getriebeleistung



$$P = F_T \cdot v$$

$$P = F_T \cdot d \cdot \pi \cdot n$$

$$P = F_T \cdot 2r \cdot \pi \cdot n$$

$$P = M \cdot 2 \cdot \pi \cdot n$$

$$P = M \cdot \omega$$

$$F_T = \frac{P}{2 \cdot r \cdot \pi \cdot n}$$

$$n = \frac{P}{F_T \cdot 2 \cdot r \cdot \pi}$$

$$M = \frac{P}{\omega}$$

P: Leistung

F_T : Tangentialkraft

v: Geschwindigkeit

d: Durchmesser

r: Radius

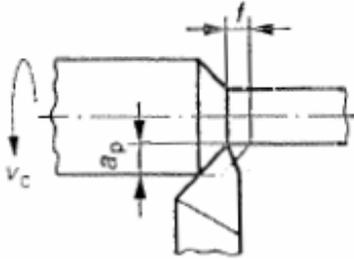
n: Umdrehungsfrequenz

M: Kraftmoment

ω : Winkelgeschwindigkeit

Leistung

Schnittleistung



$$P = F_c \cdot v_c$$

$$P = A \cdot k_c \cdot v_c$$

$$P = a_p \cdot f \cdot k_c \cdot v_c$$

$$P = b \cdot h \cdot k_c \cdot v_c$$

$$F_c = \frac{P}{v_c}$$

$$v_c = \frac{P}{A \cdot k_c}$$

$$a_p = \frac{P}{f \cdot k_c \cdot v_c}$$

$$f = \frac{P}{a_p \cdot k_c \cdot v_c}$$

P: Leistung

F_c : Schnittkraft

v_c : Schnittgeschwindigkeit

A: Spannungsquerschnitt

a_p : Schnitttiefe

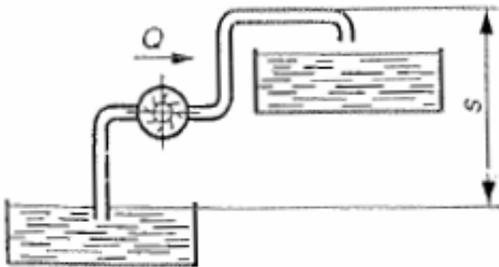
f: Vorschub

b: Spannungsdicke

h: Spannungsbreite

k_c : spezif. Schnittkraft

Pumpenleistung



$$P = Q \cdot \rho \cdot g \cdot s$$

$$Q = \frac{P}{\rho \cdot g \cdot s}$$

$$s = \frac{P}{Q \cdot \rho \cdot g}$$

P: Leistung

Q: Volumenstrom

ρ : Dichte

g: Fallbeschleunigung

s: Förderhöhe

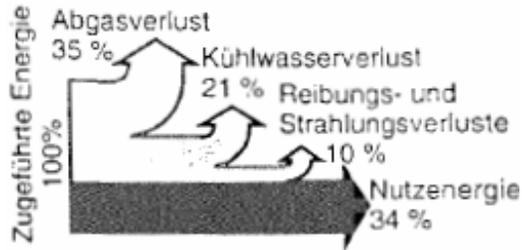
Normfallbeschleunigung:

$$g_n = 9,80665 \text{ m/s}^2$$

$$g_n = 10 \text{ m/s}^2$$

Leistung

Wirkungsgrad



$$\eta = \frac{P_{exi}}{P_{ing}} < 1$$

$$\eta = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 \cdot \dots$$

$$P_{exi} = \eta \cdot P_{ing}$$

$$P_{ing} = \frac{P_{exi}}{\eta}$$

η : Wirkungsgrad

η_1 : Teilwirkungsgrad

P_{exi} : abgegebene Leistung

P_{ing} : zugeführte Leistung

Literaturverzeichnis

1. Vorlesungsunterlagen Prof. Dr. D. Wissussek

Institut für Konstruktionstechnik
und Kolbenmaschinen

Universität Duisburg – Essen

2. Hoischen

„Technisches Zeichnen“

Girardet

3. Böttcher / Forberg

„Technisches Zeichnen“

B. G. Teubner

4. Klein

„Einführung in die DIN – Normen“

B. G. Teubner

5. Fucke / Kirch / Nickel

„Darstellende Geometrie für Ingenieure“

6. Marx

„Darstellende Geometrie“

Verlag H. Dähmlow

7. Barner / Flohr

„Darstellende Geometrie“

Quelle & Meyer

8. Fritz Reutter

„Darstellende Geometrie Bd. 1“

G. Braun

9. Wikipedia Online Enzyklopädie

<http://de.wikipedia.org/wiki/Hauptseite>

10. Roloff / Matek

Maschinenlemente

Vieweg Verlag