

wie graag zelf zijn oordeel vormt op basis van authentieke wiskundige bronnen, wordt teleurgesteld. Ik zal dat aan de hand van een aantal passages toelichten.

De auteur bespreekt Archimedes' *Cirkelmeting* en moet dus iets zeggen over de opvallende scherpste van Archimedes' uiteindelijke resultaat, dat —in moderne terminologie— voor π de grenzen $3\frac{10}{71}$ en $3\frac{10}{70}$ geeft. Hij merkt dan op (p. 98) dat

Archimedes voor het bereiken van die scherpste "sophisticated square roots" moest benaderen. Maar hoe Archimedes dat deed blijft buiten beschouwing, terwijl daarin nu juist voor een belangrijk deel het geniale van de *Cirkelmeting* schuilt. Vergelijkbaar is de wijze waarop Heron's oppervlakteformule aan de orde komt. De bron die de auteur hiervoor gebruikt is Heath's standaardwerk *A History of Greek Mathematics*, en daarmee baseert hij zich op informatie uit de tweede hand, die sterk Heath's stempel draagt. Soms heb je geen alternatief, maar in dit geval is er een goede, en zelfs Engelstalige primaire bron (E.M. Bruins, *Codex Constantinopolitanus palatii veteris No. 1*, Leiden 1964). Ook de 37 pagina's over Cantor berusten volledig op secundaire bronnen; Engelstalige, wel te verstaan. Het is niet moeilijk om op deze wijze nog even door te gaan, maar ik zal dat niet doen. De auteur heeft namelijk niet beoogd een wetenschappelijk boek over de geschiedenis van de wiskunde te schrijven, en het zou dus ook niet terecht zijn om er wel de daarbij behorende maatstaven aan aan te leggen. Deze *Journey* is een interessante reis, met mooie uitzichten, maar wel voornamelijk over snelwegen door het laagland. Zo'n reis is natuurlijk geenszins verboden voor bergwandelaars. Die kunnen dan een keer rustig aan doen.

J.A. van Maanen.

W.P. VAN STIGT, *Brouwer's intuitionism*. Amsterdam, etc.: North-Holland, 1990. 530 p., prijs f 185.-. (Studies in the history and philosophy of mathematics; 2.). ISBN 0-444-88384-3.

Seit in den 70er Jahren zahlreiche verloren geglaubte Manuskripte L.E.J. Brouwers wiederentdeckt wurden, haben sich die Voraussetzungen für ein besseres Verständnis und eine weniger selektive Würdigung seines Gesamtwerkes erheblich verbessert. Zu verdanken ist diese Entwicklung neben Dirk van Dalen vor allem Walter P. van Stigt, der nun endlich seine schon lange angekündigte (vgl. van Stigt 1979: 404) und erwartete Monographie über Brouwer und dessen Philosophie der Mathematik vorgelegt hat.

Erklärtes Ziel des Autors ist es, auf der Grundlage aller verfügbaren Dokumente Brouwers Philosophie der Mathematik in einer nach sachlichen Gesichtspunkten geordneten Darstellung zu präsentieren und zu zeigen, dass Brouwers Gedanken hierzu eine kohärente und konsistente Philosophie und Grundlegung der Mathematik bilden (p. xi f.). Dabei folgt er der auch von Brouwer verwendeten und von ihm so genannten *genetischen Methode*: Die Kapitel I und II sind einem Überblick über Brouwers Leben und Werk gewidmet. Dabei beansprucht das erste Kapitel (pp. 1-19), eine vollständige Bibliographie aller bisher bekannten veröffentlichten und unveröffentlichten Schriften Brouwers zu sein (pp. xii, 1), während im Folgekapitel (pp. 21-110), dem eigentlichen biographischen Teil, Brouwers Werke in ihren historischen Kontext gestellt und Brouwers persönliche und gedankliche Entwicklung durch biographische Details verständlich gemacht werden sollen (p. xii). Die folgenden Kapitel III bis VI sind, wenn auch intern an Brouwers Entwicklung orientiert, eher systematische Untersuchungen. So konzentriert sich das dritte Kapitel (pp. 111-145) auf Brouwers allgemeinere philosophische Auffassungen bezüglich der Natur von Mensch, Geist, Erkenntnis, Kausalität etc.; in Teilkapiteln wird jedoch auf Kant, Bergson und den französischen mathematischen

Intuitionismus und ihren Einfluss auf Brouwers Denken eingegangen. Das vierte Kapitel handelt von Brouwers Konzeption der Mathematik, ihrer Genese in der primordialen Intuition, ihrer kennzeichnenden Konstruktionen, ihrer *essentiellen* 'Subjektivität' (p. xiii) und ihrer Anwendung. Das fünfte Kapitel (pp. 193-294) geht aus von Brouwers Überlegungen zu Sprache und Kommunikation, betrachtet seine Entwicklung einer *semantischen Theorie* (p. 203) und analysiert seine Kritik des traditionellen Gebrauchs logischer Prinzipien innerhalb der Mathematik und seine Haltung gegenüber Formalisierungen. Das sechste Kapitel schliesslich (pp. 295-385) will eine Einführung sein in einige grundlegende Teile von Brouwers intuitionistischer Mathematik, insbesondere solche, die die genetische Entwicklung von Konzepten (z.B. 'Brouwer Set', species, spreads, sequences) oder Konstruktionen (z.B. von Zahlensystemen) aus fundamentalen Intuitionen illustrieren und am stärksten von der klassischen Tradition abweichen (vgl. p. 299). Im Anhang (pp. 387-505) findet sich eine Auswahl bisher unpublizierter Texte - meist auszugsweise - abgedruckt, alle in van Stigts eigener englischer Übersetzung, einige zusätzlich in niederländischer Originalfassung. Ebenfalls aufgenommen wurde hier eine englische Übersetzung von *Willen, Weten, Spreken* (Brouwer 1933), das seinerzeit nicht für *Collected Works* berücksichtigt worden war.

- Eine zehnsseitige Bibliographie und ein Index beschliessen den Band.

Nach Titel, Aufbau und Inhalt seines Buches geht es van Stigt in erster Linie um Brouwers Intuitionismus und nicht um eine wissenschaftliche Biographie Brouwers. Aber da er selbst schreibt: *The 'man and his work' are the main source of any such inquiry: they also provide a natural and practical limitation of its terms of reference.* (p. xiv) und da er in Anwendung der 'genetischen' Methode auch danach handelt, ist sein Anspruch nicht nur ein allgemein wissenschaftshistorischer, sondern in groszen Teilen auch ein biographischer. Und gerade hier, in der historischen und biographischen Arbeit, weist sein Buch ganz erhebliche Mängel auf, für die der Leser jedoch leider nicht entschädigt wird in den folgenden Analysen von Brouwers Texten und in deren systematischer Darstellung (Kap. III-VI): dazu sind auch dort die Fehler und Ungenauigkeiten viel zu häufig. Dieses Urteil bedarf sicherlich einiger Erläuterungen.

Beginnen wir mit der angeblich vollständigen Bibliographie der Brouwer-Schriften (Kap. I). Hier fehlen allein wenigstens neun noch von Brouwer selbst publizierte Schriften; dabei bleibt unerwähnt, dass Brouwer einer von fünf Redakteuren von *De Nieuwe Kroniek* (Veertiendaagsch blad) war, wo möglicherweise noch mehr Artikel von seiner Hand erschienen sind als der von mir aufgefundene (Brouwer 1921). Unvollständig sind die bibliographischen Angaben zu Brouwer (1916), so dass van Stigt die Seitenangaben innerhalb seiner Quellenverweise für Zitate aus diesem Text fingieren musste (vgl. pp. 197, 262). Brouwer (1918) wird fälschlich als unpublizierter Text geführt und als Appendix 4 (pp. 416 f.) ohne die von Brouwer vorgesehenen Kursivierungen wieder abgedruckt und übersetzt.

Im vornehmlich biographischen Kap. II, hin und wieder aber auch in späteren Teilen dominieren psychologisierende Deutungen und 'Erklärungen' für Brouwers Handeln und Denken innerhalb und ausserhalb seiner mathematischen und philosophischen Betätigungen: Ehrgeiz, Karrierestreben, *dreams and ambitions* (p. 69 f.), *his aspiration for world-leadership* (p. 84), *His views on language [...] are rooted in prejudice* (p. 193; ähnlich p. 213), *The moral bias against application of mathematics* (ebenda), *fashionable romanticism* (ebenda), *The misogyny of Life, Art and Mysticism, undoubtedly due to some personal inadequacy*, (ebenda) etc. Platt und vollkommen unzureichend begründet oder belegt kommen derartige entwertende und ein nachvollziehendes Verstehen blockierende Behauptungen daher, mit denen man alle gedanklichen Anstrengungen und Leistungen der Geistesgeschichte auf Anekdoten reduzieren könnte. Mit dieser

Verfahrensweise korrespondieren andere Mängel der historischen Rekonstruktion: a) Häufig werden zahlreiche Ereignisse und Aktivitäten in Brouwers Leben einfach nacheinander erwähnt, geradezu aufgezählt, ohne Erklärungen oder Zusammenhänge anzudeuten (vgl. etwa p. 79). b) Zahlreiche Personennamen werden genannt, ohne Vornamen oder Lebensdaten, ohne nähere Erläuterungen zur Person, ihrer Beziehung zu Brouwer etc., und ohne dasz man sie als bei Mathematikern oder gar einem *general reader* (p. xiv) bekannt voraussetzen könnte; ein eklatantes Beispiel hierfür sind die Bezugnahmen auf Erich Gutkind (pp. 78, 84, 200). c) Quellenkritische Anmerkungen, Fragen nach dem Verhältnis zwischen publizierten und unpublizierten Texten, Prüfungen von Brouwers Anteil an gemeinsam mit anderen publizierten Artikeln (etwa im Falle der gemeinsam gezeichneten Publikationen der frühen Signifiker) findet man an keiner Stelle. d) Belege oder Quellen für Behauptungen werden keineswegs durchgängig geliefert (etwa p. 36, 44, 130), obwohl es solche gäbe. Dabei fällt auch auf, dasz van Stigt nur äusserst sparsamen Gebrauch von der nicht rein mathematischen Sekundärliteratur macht. Wäre sie zur Kenntnis genommen worden, hätten nicht nur manche Passagen hinsichtlich Gehalt, historischer Kontextualisierung und Verständlichkeit gewonnen, sondern es hätten sich auch zahlreiche sachliche und interpretatorische Fehler und Verkürzungen vermeiden lassen.

Doch selbst in den mathematischen Teilen, für die scheinbar von Sekundärliteratur Gebrauch gemacht wurde, werden die sachlichen und interpretatorischen Fehler nicht wirklich geringer. Man betrachte nur einmal die Seiten 380-384. Da wird z.B. die p. 91 so genannte *Fundamental Hypothesis of Brouwer's function theory* auf p. 380 benannt als *Fundamental Hypothesis for Real Functions* oder als *the Brouwer Continuity Hypothesis*. Daraus wird p. 381 gar, *horribile dictu*, *the Continuum Hypothesis*! Die Formulierung dieser sog. *Hypothese* auf p. 91, wiederholt auf p. 380, ist jedoch schlicht falsch, da sie behauptet, der Wert einer (reellen!) Funktion in x sei bestimmt durch ein Anfangssegment einer definierenden Folge (etwa von Intervallen). Zudem handelt es sich gewisz nicht um eine *Hypothese*, sondern um eine grundlegende Wahrheit (ein Axiom im Sinne einer Einsicht, die nicht auf weitere Reduktion oder Ableitung gegründet ist). Wir sprechen ja nicht von Peanos *Hypothese*, wenn wir uns auf vollständige Induktion beziehen. Warum also macht der Autor hier nicht Gebrauch von *Brouwer's principle* (wie Kleene) oder *continuity principle* (wie Kreisel)? Schliesslich formuliert van Stigt die *Hypothese* so, als handelte es sich hier um reelle Funktionen. Die Rolle der Stetigkeit wird in diesem Zusammenhang unklar, statt vom Autor geklärt zu werden. - P. 381 heisst es: *the relative simplicity of the finite spread suggests a corresponding simplification of proof of the Hypthesis for functions defined on a closed interval*. Kann der Autor uns sagen, auf welche Weise, oder sagt er dies nur so dahin? Aufgrund der Art, wie er dies formuliert, könnte man auf den Gedanken kommen, er meine *a simplified proof of the uniform continuity theorem*. Das aber ist gerade nicht der Fall, wie die reichliche Literatur darüber zeigt. -An derselben Stelle fährt van Stigt fort: *Another result, the proof of the nondenumerability of the continuum (1918B, p. 13) pointed to a possible proof of the Fundamental Hypothesis and the Uniform Continuity Theorem when restricted to integral-valued functions* (p. 381). Zunächst, Brouwer bewies eben nicht die Nicht-Abzählbarkeit des Kontinuums, sondern der universellen Menge C ; die Nicht-Abzählbarkeit von R ist ein Korollarium, das Brouwer nicht erwähnt. Zudem, der Beweis enthält die sogenannte *fundamental hypothesis* für Funktionen von C nach N . In der Tat verwendet der Beweis des Stetigkeitstheorems für Funktionen von C nach N das Stetigkeitsprinzip, wie es in 1918B, p. 13 formuliert wurde. Was also meint van Stigt? Soll etwa Brouwer dies *pointed to a possible proof* behauptet haben? Doch wohl nicht! Meint van Stigt etwa, dasz wir im Nachhinein sehen können, dasz *the proof* [...]

pointed to [...]? Das wäre ein billiges Stück Geschichte und Geschichtsschreibung. Offenbar weiss der Autor nichts damit anzufangen und formuliert es uns lediglich als eine interessante Feststellung.

Eine Schwäche, die das gesamte Buch durchzieht und jedem aufmerksamen Leser bald zum Ärgernis wird, betrifft die meisten Zitate aus Brouwers Schriften und einen grossen Teil des Appendix. Da sind zunächst die vielen Fehler und Nachlässigkeiten in van Stigts Übersetzung vom Niederländischen ins Englische oder vom Deutschen ins Englische (aus *Intuitionistisch durchdacht* z.B. wird *Profound intuitionist reflection*, p. 383, aus *Inhalt wird concept*, p. 384). Gewiss sind Brouwers Schriften wegen ihrer sprachlichen Eigenheiten und auch Eigenwilligkeiten manchmal nur schwer zu Übersetzen, und natürlich gilt, *that every translation is a personal interpretation of the translator* (p. xiii, schwächer formuliert p. 387). Aber das entschuldigt nicht die Menge der schlichtweg falschen Übersetzungen, der versehentlichen oder gewollten (dann aber nicht gekennzeichneten) Auslassungen von kleineren oder grösseren Textteilen (für eine schnelle Prüfung vgl. man Original und Übersetzung von Brouwers *geloofsbelijdenis*, pp. 387-393, sowie die Übersetzungen der Zitate daraus pp. 122 ff.). Erschwerend kommt hier hinzu, dass die Übersetzungen der innerhalb der Kapitel II-VI verwendeten Zitate in aller Regel nicht übereinstimmen mit den im Appendix enthaltenen Übersetzungen; und wenn eine Textstelle mehrfach zitiert wird, werden dafür beinahe regelmässig voneinander abweichende Übersetzungen geliefert (vgl. etwa pp. 31 f. vs. 118, 39 vs. 126, 51 f. vs. 295 f., 162 vs. 174). Neben solchen Mängeln, die hin und wieder auch Folgen für Textinterpretationen haben, nehmen sich die zahlreichen Druckfehler, die konsequente Falschschreibung von Eigennamen (*Adema van Scheltema* statt *Adama van Scheltema*, *de Haen* statt *de Haan*) oder das Fehlen einer ganzen Reihe von Namen oder Seiteneinträgen im Index geradezu als vernachlässigenswerte Kleinigkeiten aus. Ich kann an dieser Stelle nicht auf alle historiographischen, sachlichen und interpretatorischen Fehler des Buches eingehen, auf die man bei der Lektüre stösst, auch nicht auf die Stellen, an denen Zusammenhänge übersehen oder nicht hinreichend ausgearbeitet wurden, wie z.B. die Vorgeschichte und das Motto von Heytings Preisschrift von 1928 (vgl. pp. 90, 277, 289).

Nein, so geht es nicht! Wenn van Stigts Buch trotz allem ein Verdienst hat, dann besteht es vielleicht darin, dass dem Leser, der zu zeitweiliger Ausschaltung seiner Kritikfähigkeit bereit ist, eine Vorstellung davon vermittelt wird, wie sehr es sich lohnen würde, sich selbst mit Brouwer und seinem Intuitionismus zu beschäftigen. Aber als eine Gesamtschau auf Brouwers Intuitionismus, die anregend und hilfreich wäre, als eine einigermaßen verlässliche historiographische Studie, die uns gar helfen könnte, Brouwers Intuitionismus wirklich besser zu verstehen als bisher, als eine solche Leistung wird wohl kaum jemand das Buch betrachten können. Enttäuscht von diesem gänzlich misslungenen Versuch des Autors werden wir nun wohl leider weiter warten müssen auf eine wirklich zuverlässige wissenschaftliche Biographie L.E.J. Brouwers.

LITERATUR

- BROUWER, L.E.J., 1916: Boekbespreking: J.I. de Haan, Rechtskundige significa en hare toepassing op de begrippen: *aansprakelijk, verantwoordelijk, toerekeningsvatbaar*. Akademisch Proefschrift. W. Versluys, Amsterdam 1916. In: *Groot-Nederland* 14 (sept. 1916): 333-336.
 1918: (Inleiding op een voordracht van F. van Eeden over *Intuitieve Significa*). In: *Propria Cures* 9. 3. 1918.
 1921: Wis- en natuurkunde en wijsbegeerte. In: *De Nieuwe Kroniek* 1 (8): 1-2.

- 1933: Willen, weten, spreken. In: Brouwer, L.E.J./Clay, J. et al.: *De uitdrukkingswijze der wetenschap. Kennistheoretische voordrachten gehouden aan de Universiteit van Amsterdam gedurende den cursus 1932-1933*. Groningen: P. Noordhoff. 45-63.
- STIGT, WALTER P. VAN, 1979: The rejected parts of Brouwer's dissertation On the Foundations of Mathematics. In: *Historia mathematica* 6 (4): 385-404.

H.W. Schmitz.

Logic Colloquium '87; ed. by H.-D. EBBINGHAUS et al. Amsterdam, etc.: North-Holland, 1989. 375 p., prijs f 200.- (Studies in logic and the foundations of mathematics; 129). ISBN 0-444-88022-4.

Dit boek bevat de teksten van de voordrachten op uitnodiging voor *Logic Colloquium '87*, gehouden aan de Universiteit van Granada van 20 tot 25 juli, 1987. De artikelen zijn van heel uiteenlopende aard, corresponderend met de hoofdthema's van de conferentie: Logica, Verzamelingsleer, Recursietheorie, Modeltheorie, Logica voor de informatica en Semantiek van natuurlijke talen.

F. Delon, Model Theory of Henselian Valued Fields

F.R. Drake, On the Foundations of Mathematics in 1987.

J.E. Fenstad, Logic and Natural Language Systems.

J. Flum, Model Theory of Regular and Compact Spaces.

W. Hodges, Categoricity and Permutation Groups.

E. Hrushovski, Unidimensional Theories. An Introduction to Geometric Stability Theory.

J.I. Ithoda, Unbounded Filters on ω .

G. Jäger, Type Theory and Explicit Mathematics.

P. Koepke, An Introduction to Extenders and Core Models for Extender Sequences.

G. Kreisel, Logical Aspects of the Axiomatic Method: On Their Significance in (Traditional) Foundations and in Some (Now) Common or Garden Varieties of Mathematics.

A. Kucera, On the Use of Diagonally Nonrecursive Functions.

G. Longo, Some Aspects of Impredicativity: Notes on Weyl's Philosophy of Mathematics and on Today's Type Theory.

J. Meseguer, General Logics.

J. van Benthem, Semantic Parallels in Natural Language and Computation.

Drake gaat in zijn artikel in op de implicaties van de resultaten van de *Omgekeerde Wiskunde* en concludeert dat er problemen zijn voor iedere filosofie die eist dat een existentiebewijs een realistische constructie moet geven van het betreffende object.

In zijn inleiding bij *Some Aspects of Impredicativity* wijst G. Longo er op dat terwijl aanvankelijk de logica ontwikkeld werd om een grondslag en een rechtvaardiging van de wiskunde te leveren, diezelfde logica in de informatica veeleer als een werktuig wordt gebruikt. Denk bv. aan logisch programmeren. Verderop geeft hij een beknopt overzicht van recente modelconstructies voor de impredicatieve type-theorie.

Om de vraag *Wat is logisch programmeren?* te kunnen beantwoorden, probeert José Meseguer in zijn artikel de meer fundamentele vraag *Wat is een Logica?* te beantwoorden. Een logisch systeem wordt gedefinieerd als een combinatie van een *entailment systeem*, dat de bewijsbaarheidsrelatie formaliseert, en een *institutie*, die de model-theoretische aspecten van een logica dekt.

Het boek is opgedragen aan John R. Myhill (1923-19187) en bevat voorin een foto van hem.

H.C.M. de Swart.