Prof. Dr. Patrizio Neff
Dr. Waldemar Pompe
Dr. Christoph Ableitinger

26.4.2010
Universität Duisburg-Essen
Campus Essen

Analysis II, Globalübung 1

Aufgabe 1.
Bestimmen Sie den Konvergenzradius der folgenden Potenzreihen:

(a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3^n+(-2)^n}{n}(x+1)^n$, (b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^{n^2}x^n$, (c) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(n!)^2}{(2n)!}x^n$,

(d) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^{n^2}}{2^n}$, (e) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3^{-\sqrt{n}}x^n}{\sqrt{n^2+1}}$, (f) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\left(1+\frac{1}{2}+\ldots+\frac{1}{n}\right)x^n$,

(g) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}a_nx^n$, wobei $a_n=\begin{cases}2 & \text{für } n \text{ gerade,}\\ 4 & \text{für } n \text{ ungerade.}\end{cases}$ (h) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}(2+(-1)^n)^nx^n$.

Aufgabe 2.
Sei $\sum_{n=0}^{\infty}a_nx^n$ eine Potenzreihe. Kann man den Konvergenzradius R dieser Potenzreihe mit der Formel $\displaystyle\frac{1}{R}=\limsup_{n\to\infty}\left|\frac{a_{n+1}}{a_n}\right|$ berechnen?

Aufgabe 3.
Sei $f(x)=\dfrac{x^5+x+1}{e^{x^2}}$. Bestimmen Sie $f^{(100)}(0)$.

Aufgabe 4.
Bestimmen Sie den Definitionsbereich D der Funktion f. Bestimmen Sie alle Punkte $x\in D$, in denen die Funktion f differenzierbar ist.

(a) $\displaystyle f(x)=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^nx}{n+x}$, (b) $\displaystyle f(x)=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{|x|}{n^2+x^2}$.

Aufgabe 5.
Kann die folgende Funktion f in $(0,0)$ so definiert werden, dass f auf ganz $\mathbb{R}^2$ stetig wird? Begründen Sie Ihre Antwort.

(a) $f(x,y)=\dfrac{\sin(xy)}{|x|+|y|}$, (b) $f(x,y)=\dfrac{x^2y}{x^4+y^2}$, (c) $f(x,y)=\dfrac{\log(1+x^2y)}{\sqrt{x^2+3y^4}}$,

(d) $f(x,y)=\dfrac{e^{xy^3}-1}{x^2+y^4}$, (e) $f(x,y)=(x^2+y^2)^{xy}$.