Prof. Dr. Patrizio Neff
Dr. Waldemar Pompe
Dr. Christoph Ableitinger

14.6.2010
Universität Duisburg-Essen
Campus Essen

# Analysis II, Globalübung 4

**Aufgabe 1.**
Bestimmen Sie alle Punkte $(x,y)\in\mathbb{R}^2$, in denen die Funktion $f$ differenzierbar ist.

(a) $f(x,y)=\sqrt{x^4+y^2}-|y|$, (b) $f(x,y)=\sqrt[3]{x^3+y^3}$, (c) $f(x,y)=|e^x-y|\cdot(e^x-1)$,

(d) $f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{|xy|}{x^2+y^2} & \text{für } (x,y)\neq 0,\\ 0 & \text{für } (x,y)=0.\end{cases}$ (e) $f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{\log(1+|x^2y|)}{|y|} & \text{für } y\neq 0,\\ x^2 & \text{für } y=0.\end{cases}$

**Aufgabe 2.**
Entscheiden Sie, ob es möglich ist, den Wert $f(0,0)$ so zu wählen, dass die Funktion

(a) $f(x,y)=\dfrac{x^2y^3}{x^2+y^2}$, (b) $f(x,y)=\dfrac{xy^2}{x^2+y^2}$, (c) $f(x,y)=(x^2+y^2)^{xy}$.

auf ganz $\mathbb{R}^2$ differenzierbar wird.

**Aufgabe 3.**
Entscheiden Sie, ob die Funktion $f(x,y)=x\sin(\sqrt{x^2+y^2})$ auf $\mathbb{R}^2$ stetig differenzierbar ist.

**Aufgabe 4.**
Sei $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$ eine differenzierbare Funktion mit

$$f(t,2t)=e^{5t}+4 \quad \text{und} \quad f(-2t,3t)=5\cos(t^3).$$

(a) Bestimmen Sie die Richtungsableitungen $D_vf(0,0)$ für $v=(1,2)$ und $v=(-2,3)$.
(b) Finden Sie $f'(0,0)$.

**Aufgabe 5.**
(a) Bestimmen Sie alle Punkte $(x,y)\in\mathbb{R}^2$ und alle Vektoren $(v_1,v_2)\in\mathbb{R}^2$, in denen die Funktion $f(x,y)=|y^2-x^2|$ die Richtungsableitung $D_vf(x,y)$ besitzt.
(b) In welchen Punkten $(x,y)\in\mathbb{R}^2$ ist die Funktion $f(x,y)=|y^2-x^2|$ differenzierbar?

**Aufgabe 6.**
Berechnen Sie die Tangentialebene zur Funktion $f(x,y)=x^2\sin(x-y)+e^{xy}$ im Punkt $a=(1,1)$.