

## Analysis II, Globalübung 6

### Aufgabe 1.

Bestimmen Sie das Taylorpolynom von Grad 3 der Funktion  $f(x, y) = \sin(x + y)$  an der Stelle  $(0, \pi)$ .

### Aufgabe 2.

Die Funktion  $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  ist dreimal stetig differenzierbar. Es gelte

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{f(x,y) + e^{x-y}}{x^2 + y^2} = 2.$$

Bestimmen Sie  $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(0,0)$ .

### Aufgabe 3.

Bestimmen Sie alle Punkte, in denen die Funktion  $f$  ein lokales Extremum annimmt und entscheiden Sie, ob es sich um ein lokales Minimum oder Maximum handelt.

(a)  $f(x, y) = \frac{y}{1+x^2}(x^2 + 2y^2 - 1)$ ,    (b)  $f(x, y) = 3 \log(1+x^2+y^2) - 2xy$ .

### Aufgabe 4.

Für welche Parameter  $a \in \mathbb{R}$  nimmt die Funktion  $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 + a(xy + yz + zx)$  an der Stelle  $(0, 0, 0)$  ein lokales Extremum an? Begründen Sie Ihre Antwort.

### Aufgabe 5.

Entscheiden Sie, ob die Funktion  $f(x, y, z) = 2x(x+y-z) + \sin(y^2 + z^2)$  an der Stelle  $(0, 0, 0)$  ein lokales Extremum annimmt.