

Analysis II, Globalübung 6

Aufgabe 1.

Bestimmen Sie das Taylorpolynom von Grad 3 der Funktion $f(x, y) = \sin(x + y)$ an der Stelle $(0, \pi)$.

Aufgabe 2.

Die Funktion $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ ist dreimal stetig differenzierbar. Es gelte

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{f(x,y) + e^{x-y}}{x^2 + y^2} = 2.$$

Bestimmen Sie $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(0,0)$.

Aufgabe 3.

Bestimmen Sie alle Punkte, in denen die Funktion f ein lokales Extremum annimmt und entscheiden Sie, ob es sich um ein lokales Minimum oder Maximum handelt.

$$(a) f(x, y) = \frac{y}{1+x^2}(x^2 + 2y^2 - 1), \quad (b) f(x, y) = 3 \log(1 + x^2 + y^2) - 2xy.$$

Aufgabe 4.

Für welche Parameter $a \in \mathbb{R}$ nimmt die Funktion $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 + a(xy + yz + zx)$ an der Stelle $(0,0,0)$ ein lokales Extremum an? Begründen Sie Ihre Antwort.

Aufgabe 5.

Entscheiden Sie, ob die Funktion $f(x, y, z) = 2x(x + y - z) + \sin(y^2 + z^2)$ an der Stelle $(0,0,0)$ ein lokales Extremum annimmt.