Prof. Dr. Patrizio Neff
Dr. Waldemar Pompe
Dr. Christoph Ableitinger

6.7–8.7.2010
Universität Duisburg-Essen
Campus Essen

Analysis II, Übung 13

Aufgabe 1.
Bestimmen Sie alle Punkte, in denen die Funktion f ein lokales Extremum annimmt und entscheiden Sie, ob es sich um ein lokales Minimum oder Maximum handelt.

(a) $f(x,y) = e^{xy} - x$, (b) $f(x,y) = x^3 + y^3 + xy$, (c) $f(x,y,z) = xy + x^2 + z^2 + y^4$.

Aufgabe 2.
Für welche Parameter $a \in \mathbb{R}$ nimmt die Funktion $f(x,y) = x^2 - xy + a\log(1+y^2)$ an der Stelle $(0,0)$ ein lokales Extremum an? Begründen Sie Ihre Antwort.

Aufgabe 3.
Bestimmen Sie alle Punkte, in denen die Funktion $f(x,y) = y^2 - yx^2$ ein lokales Extremum annimmt

Hausaufgaben

Abgabe bis zum 13.7.2010 (Dienstag), 10:00 Uhr in T03 R03 in den Übungskasten Nr. 6. Bitte benutzen Sie für alle Hausaufgaben ausschliesslich weisses Blankopapier, einseitig dokumentenecht beschriftet in blau oder schwarz, durchgehend nummeriert und links oben einmal getackert. Bitte verwenden Sie keine Hefter, Ordner oder Klarsichthüllen. Achten Sie weiterhin auf Ihre Handschrift und Leserlichkeit. Für viele von Ihnen bleibt es eine gute Idee, mit Füller zu schreiben. Es gibt pro Hausübung einen Zusatzpunkt für Ordnung und Struktur und einen Punkt für saubere Handschrift und Leserlichkeit.
Bitte geben Sie deutlich oben rechts Übungsgruppenleiter und Übungsgruppennummer an. Vermerken Sie auch, ob Sie Bachelor-Student sind.

Aufgabe 1.
Bestimmen Sie alle Punkte, in denen die Funktion f ein lokales Extremum annimmt und entscheiden Sie, ob es sich um ein lokales Minimum oder Maximum handelt.

(a) $f(x,y) = 3x^8 + 3y^8 + 8x^3y^3$, (3 Punkte) (b) $f(x,y,z) = xyz - x - y - z$. (3 Punkte)

Aufgabe 2. Verhalten in kritischen Punkten
In dieser Aufgabe sollen Sie erkennen, dass das hinreichende Kriterium für Extremalstellen (Ana II, S. 107) inhaltlich bedeutet, dass sich eine Funktion in der Nähe eines kritischen Punktes qualitativ so wie das zugehörige Taylorpolynom zweiten Grades verhält (solange keine Semidefinitheit vorliegt). Wir werden auch die Brücke zu dem aus der Schule bekannten hinreichenden Kriterium für Funktionen $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ schlagen (Ana I, S. 125), um den Schulstoff nochmal von einem höheren Standpunkt aus zu sehen.

Berechnen Sie die kritischen Punkte von f und stellen Sie die Taylorpolynome zweiten Grades in diesen kritischen Punkten auf! Lesen Sie (wenn möglich) aus der Gestalt der Taylorpolynome ab, ob es sich bei den kritischen Punkten um lokale Maxima, lokale Minima oder Sattelpunkte von f handelt!

(a) $f(x,y) = x^8 + 4xy + 4y$ (3 Punkte), (b) $f(x) = x^2e^x$ (3 Punkte).

Aufgabe 3. (3 Punkte)
Bestimmen Sie alle Punkte, in denen die Funktion $f(x,y) = x^2 - 3xy^2 + 2y^4$ ein lokales Extremum annimmt.