Prof. Dr. Patrizio Neff
Dr. Waldemar Pompe
Dr. Christoph Ableitinger

25–27.5.2010
Universität Duisburg-Essen
Campus Essen

Analysis II, Übung 7

Aufgabe 1.
Entscheiden Sie, ob es möglich ist, den Wert $f(0,0)$ so zu wählen, damit die Funktion

$$f(x,y) = \frac{e^{x+y} - x - y - 1}{x^2 + y^2} \quad \text{für } (x,y) \in \mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)\}$$

(a) stetig in $(0,0)$ wird.

(b) die partielle Ableitung $\frac{\partial f}{\partial x}(0,0)$ besitzt.

(c) die Richtungsableitung $D_v f(0,0)$ für $v = (-1,2)$ besitzt.

Aufgabe 2.
Bestimmen Sie alle Punkte $(x,y) \in \mathbb{R}^2$, in denen die Funktion $f \colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ differenzierbar ist:
(a) $f(x,y) = |xy|$, (b) $f(x,y) = x\sqrt{x^2 + y^4}$.

Aufgabe 3. Tangentialebene und Richtungsableitung

(a) Berechnen Sie die Tangentialebene zu $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ mit $f(x_1, x_2) = 3x_1^2 e^{\frac{x_2}{2}}$ im Punkt $a = (2,0)$!

(b) Berechnen Sie die Richtungsableitung von f in $a = (2,0)$ in Richtung $v = (1,3)$ auf zwei Arten:

• Setzen Sie in die Definition der Richtungsableitung $D_v f(a) = \lim_{t \to 0} \frac{f(a+tv) - f(a)}{t}$ ein ($t \neq 0$)!

• Schneiden Sie die Ebene aus (a) mit der Ebene $x_2 = 3x_1$! Was bedeutet dieser Schnitt geometrisch? Bestimmen Sie, um welchen Wert die Schnittgerade steigt, wenn man sich in der x_1-x_2-Ebene einmal entlang des Vektors $(1,3)$ fortbewegt!

Welche inhaltliche Interpretation kommt der Richtungsableitung zu?

Hausaufgaben
Abgabe bis zum 1.6.2010 (Dienstag), 10:00 Uhr in T03 R03 in den Übungskasten Nr. 6. Bitte benutzen Sie für alle Hausaufgaben ausschliesslich weisses Blankopapier, einseitig dokumentenecht beschriftet in blau oder schwarz, durchgehend nummeriert und links oben getackert. Bitte verwenden Sie keine Hefter, Ordner oder Klarsichthüllen. Achten Sie weiterhin auf Ihre Handschrift und Leserlichkeit. Für viele von Ihnen könnte es eine gute Idee sein, mit Füller zu schreiben. Es gibt pro Hausübung einen Zusatzpunkt für Ordnung und Struktur und einen Punkt für Handschrift und Leserlichkeit.
Bitte geben Sie deutlich oben rechts Übungsgruppenleiter und Übungsgruppennummer an. Vermerken Sie auch, ob Sie Bachelor-Student sind.

Aufgabe 1.
Bestimmen Sie die Richtungsableitung $D_v f(a)$ für die folgenden Funktionen f.

(a) $f(x,y) = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$, $a = (1,1)$, $v = (3,-4)$ (3 Punkte),

(b) $f(x,y) = x^{y+1}$, $a = (2,2)$, $v = (1,1)$ (3 Punkte).

Bitte wenden!

Aufgabe 2. (3 Punkte)
Bestimmen Sie alle Punkte $(x,y)\in\mathbb{R}^2$, in denen die Funktion $f(x,y)=x\cdot|xy|$ differenzierbar ist.

Aufgabe 3. (3 Punkte)
Gegeben sei eine Funktion $f\colon\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$ mit der Eigenschaft, dass für alle $v\in\mathbb{R}^2$ die Richtungsabteitung $D_v f(0,0)$ existiert. Kann man daraus schließen, dass f in $(0,0)$ stetig ist? Begründen Sie Ihre Antwort.

Info der Fachschaft:

Liebe Freunde,

in der Hoffnung, dass der Sommer nun endlich kommen wird, möchten wir am 10. Juni ab 18 h am Grillplatz 4 in der Gruga mit Euch grillen.
Bitte meldet Euch im folgenden Doodlelink für das Grillen an, damit wir wissen, wie viele von Euch kommen möchten und wer einen Salat mitbringt.
Für Getränke sind natürlich wieder gesorgt.... nur Fleisch muss sich jeder selbst mitbringen.
Über ein zahlreiches Erscheinen würden wir uns sehr sehr freuen.
Bis dahin.

Eure Fachschaft

`http://www.doodle.com/zszv92wwwif9ni6w?adminKey=&participantKey=`