ergeben und in der Grenze auch noch die bekannte Lösung von A. Nadai [Die elastischen Platten, Berlin 1925] erhalten wird. Analog werden die Fälle der frei aufliegenden Platte mit Dreieckslast behandelt (Abschnitt c), während im Abschnitt d die an den gegenüberliegenden Rändern frei aufliegende, an der dritten Seite eingespannte Platte sowohl für gleichmäßige Belastung, als auch für Dreiecksbelastung erledigt wird, wobei die Lösung im letzten Falle sich aus der des Abschnittes b für die dreiseitig frei gelagerte Platte und aus der alleinigen Wirkung eines Randmomentes längs der Einspannseite zusammensetzt. — Teilsummierungen gewisser Fourier-Reihen in geschlossener Form ermöglichten für die Restreihen eine raschere Konvergenz, so daß in den meisten Fällen wegen der Beibehaltung nur weniger Reihenglieder geschlossene Formeln mit Fehlern durchweg kleiner als 1 angegeben werden konnten. — Einige Beispiele mit Tabellen und Diagrammen zeigen den günstigen Einfluß der dreiseitigen Lagerung auf. *Karas* (Darmstadt).

Goriupp, K.: Die dreiseitig gelagerte Rechteckplatte. II. Ingenieur-Arch. **16**, 153—163 (1948).

Verf. untersucht in dieser Abhandlung noch die dreiseitig gelagerten Rechtecksplatten bei Einspannung der gegenüberliegenden bzw. aller drei Ränder. Die endgültige Durchsenkung setzt sich dann aus der Durchsenkung w_0 der dreiseitig frei gelagerten Platte und aus einer weiteren w_1 zusammen, die die Durchsenkung der lastfreien Platte unter ausschließlichem Einfluß der Einspannmomente der Seiten angibt. Ebenso erhält man auch die Momente und Querkräfte durch Summierung aus den w_0 und w_1 entsprechenden Größen. Während aber w_0, wie früher (s. vorsteh. Referat) gezeigt wurde, fast durchweg in geschlossenen Formeln angegeben werden konnte, mußten für w_1 und die bezüglichen statischen Größen zwar Reihen beibehalten werden, deren Konvergenz aber so gut ist, daß für praktische Zwecke schon die Beibehaltung nur weniger Glieder ausreichend ist. — Verf. gibt nach diesen Grundsätzen die Lösungen bei gleichmäßiger Belastung und Dreiecksbelastung allgemein an. Für gleichmäßige Belastung gibt er die Berechnung für die oben angegebenen Einspannungsarten an zwei Beispielen ausführlich wieder und stellt die Ergebnisse in Tafeln und Diagrammen wie in der I. Mitteilung übersichtlich dar. Dabei kann er die Übereinstimmung mit den Ergebnissen von F. Tölke [Ingenieur-Arch. 5, 187—237 (1934)] und W. Koepke [Über das Randwertproblem an rechteckigen Platten, Diss. Berlin 1940] in speziellen Fällen erweisen.

Karas (Darmstadt).

Rivlin, R. S.: Large elastic deformations of isotropic materials. IV. Further developments of the general theory. Philos. Trans. R. Soc. London, A **241**, 379 bis 397 (1948).

Fortsetzung zu drei vorhergehenden Arbeiten über denselben Gegenstand [dies. Zbl. 29, 326, 327]. In III wurde gezeigt, daß die Berechnung der zur Erzeugung einer gegebenen Verformung erforderlichen Kräfte für einen Körper aus hochelastischem Material nur möglich ist, wenn der explizite Ausdruck für die durch die skalaren Invarianten ausgedrückte Verformungsenergie bekannt ist. Hier wird eine andere, geeignetere Form zur Lösung der Gleichungen für die genannte Aufgabe angegeben. Als Beispiele werden die Oberflächenkräfte berechnet, die zur Erzeugung einer einfachen Gleitung eines rechtwinkeligen Parallelflachs (Cuboid) aus kompressiblem oder inkompressiblem Material und einer einfachen Torsion eines geraden Kreiszylinders aus inkompressiblem Material erforderlich sind.

Th. Pöschl (*Karlsruhe*).

Richter, Hans: Verzerrungstensor, Verzerrungsdeviator und Spannungstensor bei endlichen Formänderungen. Z. angew. Math. Mech. **29**, 65—75 (1949).

Hencky hat die Logarithmen der Hauptdehnungen als Verzerrungsgrößen bei endlichen Formänderungen bei isotropen Stoffen eingeführt. Diese Definition des Verzerrungstensors wird hier als Spezialfall einer Systematik aus folgenden Postulaten wiedergewonnen, wobei $\mathfrak{A}$ die Matrix der linearen Transformation der Koordinatendifferentiale und $\mathfrak{G}$ der metrische Fundamentaltensor sei: 1. Der Verzerrungstensor $\mathfrak{V}(\mathfrak{A})$ ist der Matrix $\mathfrak{A}$ zugeordnet und hängt außer $\mathfrak{A}$ nur noch von $\mathfrak{G}$ ab. 2. Ist $\mathfrak{R}$ eine Drehung, so ist $\mathfrak{V}(\mathfrak{A}\mathfrak{R}) = \mathfrak{V}(\mathfrak{A})$. 3. Es gilt ein Superpositionsprinzip so, daß zu 2 koachsialen Streckungen $\mathfrak{S}_1$ und $\mathfrak{S}_2$ und den zugehörigen Verzerrungstensoren $\mathfrak{V}_1 = \mathfrak{V}(\mathfrak{S}_1)$, $\mathfrak{V}_2 = \mathfrak{V}(\mathfrak{S}_2)$, $\mathfrak{V}_3 = \mathfrak{V}(\mathfrak{S}_1\mathfrak{S}_2)$ eine eindeutig umkehrbare Funktion $f(x)$ existiert mit $f(\mathfrak{V}_1) + f(\mathfrak{V}_2) = f(\mathfrak{V}_3)$. 4. Für infinitesimale Deformationen $\mathfrak{E} + d\mathfrak{V}$ in Cartesischen Koordinaten geht der Verzerrungstensor über in $\frac{1}{2}(d\mathfrak{V} + d\bar{\mathfrak{V}}) + o(d\mathfrak{V})$, wo $o(x)$ das bekannte Symbol und allgemein $\bar{\mathfrak{V}}$ die zu $\mathfrak{V}$ transponierte Matrix bedeutet. Zerlegt man in Cartesischen Koordinaten $\mathfrak{A}$ in ein Produkt aus einer reinen Streckung $\mathfrak{S}$ mit 3 reellen positiven Eigenwerten und einer Euklidischen Transformation, so führen obige Postulate auf $\mathfrak{V} = g(\ln \mathfrak{S})$, wo $g(x)$ die Umkehrfunktion von $f(x)$ ist und für kleine x die Form $x + o(x)$ annimmt. Im einfachsten Falle ist $f \equiv x \equiv g$ zu setzen, was auf Henckys Ansatz führt. Die Übertragung auf krummlinige Koordinaten liefert dann nach Wahl einen kovarianten, kontravarianten oder gemischten Tensor, im letzteren Falle wird $\mathfrak{V} = g(\mathfrak{L}^*)$ mit $\mathfrak{L}^* = \frac{1}{2}\ln(\mathfrak{G}\mathfrak{A}\dot{\mathfrak{G}}^{-1}\bar{\mathfrak{A}})$, wo $\dot{\mathfrak{G}}$ der auf die Endlage bezogene Fundamentaltensor ist. Hierin ist allgemein f und g als Funktion eines Tensors wieder ein Tensor und z. B. gegeben als eine konvergente unendliche Reihe mit tensoriellem Argument. — Der Logarithmus der Volumendehnung ist dann gegeben durch $\{f(\mathfrak{V})\}$, d. h. die Spur von $f(\mathfrak{V})$. — Der von Trefftz eingeführte, sonst übliche Verzerrungstensor in gemischter Form genügt den obigen Postulaten für die Superpositionsfunktion $f(x) = -\frac{1}{2}\ln(1 - 2x)$. — Der Verzerrungsdeviator $\mathfrak{D}$ wird aus dem Verzerrungstensor abgeleitet durch die Forderungen, daß zwei Deformationen, die sich nur um eine Ähnlichkeitstransformation unterscheiden, den gleichen Deviator haben und daß der Tensor einer volumentreuen Deformation mit seinem Deviator identisch ist. Bezeichnet allgemein $\tilde{\mathfrak{V}}$ die gewöhnliche Deviatorbildung bezüglich $\mathfrak{V}$, so wird $\mathfrak{D} = g(\tilde{\mathfrak{L}}^*)$. Die Diskussion der zu $\tilde{\mathfrak{L}}$ gehörigen charakteristischen Gleichung gibt Aufschluß über die physikalische Bedeutung des Verhältnisses $\{\tilde{\mathfrak{L}}^3\}^2$ zu $\{\tilde{\mathfrak{L}}^2\}^3$ und zeigt, daß $\sqrt{\{\tilde{\mathfrak{L}}^2\}}$ allgemein als Maß für die Beanspruchung anzusehen ist in Übereinstimmung mit der üblichen Festsetzung bei infinitesimalen Formänderungen. — Die Spannungen bezieht Verf. auf das unverformte Flächenelemt und definiert den Spannungstensor aus der Forderung, daß 1. in cartesischen Koordinaten die auf ein Flächenelement $d\mathfrak{f}_0$ wirkende Kraft $d\mathfrak{k}_0$ gegeben ist durch $d\mathfrak{k}_0 = \mathfrak{P}_0 d\mathfrak{f}_0$, 2. in krummlinigen Koordinaten $\mathfrak{P}$ ein Tensor (bzw. eine Tensordichte) ist, 3. daß bei Verschiebung des Flächenelementes um $d\mathfrak{z}$ die Arbeit $dA = d\mathfrak{z} \cdot \mathfrak{P}\, d\mathfrak{f}$ geleistet wird. Daraus ergibt sich eine Darstellung für $\mathfrak{P}$ mit Hilfe von $\mathfrak{P}_0$ als gemischter oder zweifach kontravarianter Tensor. Im 1. Falle ist jedoch $\mathfrak{P}$ nicht mehr zugleich mit $\mathfrak{P}_0$ symmetrisch. — Die Berechnung der Arbeitsleistung bei infinitesimaler Verzerrung führt auf die bekannten Formeln und zeigt den Vorteil der Verwendung gemischter Tensoren.

Moufang (Frankfurt a. M.).

Hodge, P. and W. Prager: A variational principle for plastic materials with strain-hardening. J. Math. Physics, Massachusetts 27, 1—10 (1948).

In Verallgemeinerung eines früheren Ansatzes von Handelman und Prager [vgl. dies. Zbl. 29, 173] und analog zum Ansatz von E. Melan [Zbl. Mech. 7, 303] wird für plastisches Material mit Verfestigung das Spannungs-Dehnungs-Gesetz in der differentiellen Gestalt (*) $\dot{\varepsilon}_{ij} = \dot{\varepsilon}_{ij}^{(0)} + \frac{1}{2} F \cdot \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \cdot (\dot{f} + |\dot{f}|)$ angenommen. Hierbei ist (ε_{ij}) der Verzerrungstensor, $(\dot{\varepsilon}_{ij}^{(0)})$ die zeitliche Änderung von (ε_{ij}) bei Gültigkeit des Hookeschen Gesetzes, (σ_{ij}) der Spannungstensor, F eine positive Invariante des Spannungstensors und f eine positiv definite invariante Form des