Universität Duisburg-Essen
Fachbereich Mathematik
Prof. Dr. Günter Törner
Dipl.-Math. Miriam Dieter

SS 2010

Übungen zu Algebra und Diskrete Mathematik I

Blatt 1

Aufgabe 1

a) Gegeben seien die Mengen $M_1 = \{2, 4, 7\}$ und $M_2 = \{2, 4, 8, 9\}$. Geben Sie jeweils eine injektive, eine nicht injektive, eine surjektive und eine nicht surjektive Abbildung von M_1 nach M_2 bzw. von M_2 nach M_1 an. Existieren auch bijektive Abbildungen?

b) Es seien X, Y und Z Mengen sowie $f : X \to Y$ und $g : Y \to Z$ Funktionen. Weiter sei $h := g \circ f$ die Komposition von f und g. Zeigen Sie

   i) Sind f und g bijektiv, so ist auch h bijektiv.

   ii) Ist h surjektiv und g injektiv, so ist f surjektiv.

Aufgabe 2

Geben Sie bei den folgenden Mengen an, ob es eine untere Schranke gibt. Falls es eine solche gibt, geben Sie die untere Grenze an, die nach dem Wohlordnungsaxiom existiert.

a) $A := \{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 \leq 25\}$

b) $B := \{x \in \mathbb{Z} \mid x = 2y \text{ für ein } y \in \mathbb{Z}\}$

c) $C := \{x \in \mathbb{Z} \mid x \in 3\mathbb{N}\}$

d) $D := \{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 \leq 50x\}$

Aufgabe 3

a) Beweisen Sie die folgenden beiden Aussagen:

   (i) Für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt: $2 \mid n^2 + 3n$.

   (ii) Für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt: $6 \mid n^3 + 3n^2 + 2n$.

b) Bestimmen Sie ein geeignetes n_0 und beweisen Sie die folgende Aussage:
   Für alle $n \in \mathbb{N},\ n > n_0$, gilt: $2^n > n^2$.

Aufgabe 4

Sei $M = \{a \in \mathbb{N} \mid 1 \leq a \leq 8\}$ und $P = \{A, B, C, D\}$ mit $A = \{2, 3\},\ B = \{4, 6, 8\},\ C = \{1\}$ und $D = \{5, 7\}$. Zeigen Sie, dass P eine Partition von M ist und geben Sie die zugehörige Äquivalenzrelation R_P als Teilmenge von $M \times M$ an.

Abgabe: Bis Montag, den 19.April 2010, 9:00 im Postkasten LE 4.Etage.