

## Übungen zu Algebra und Diskrete Mathematik I

Blatt 13

### Aufgabe 49

Beweisen Sie kombinatorisch:

$$\binom{n}{k} = \binom{n-2}{k-2} + 2 \cdot \binom{n-2}{k-1} + \binom{n-2}{k}$$

### Aufgabe 50

- Bestimmen Sie die Einheiten des Rings  $R = \mathbb{Z}[\sqrt{-3}]$ .
- Zeigen Sie, dass die Elemente  $1 + \sqrt{-3}$ ,  $1 - \sqrt{-3}$  und  $2$  in  $R = \mathbb{Z}[\sqrt{-3}]$  irreduzibel, aber keine Primelemente sind.

### Aufgabe 51

- Die Zahlen 1 bis 10 seien in beliebiger Reihenfolge zyklisch angeordnet. Beweisen Sie, dass es 3 nebeneinander stehende Zahlen mit der Summe mindestens 17 gibt.
- Zeigen Sie: Platziert man 9 Personen in einer Reihe von 12 Stühlen, so gibt es mindestens 3 Personen, die direkt nebeneinander sitzen.

### Aufgabe 52

- Geben Sie ein Linksideal eines (nicht-kommutativen) Ringes  $S$  an, welches kein Rechtsideal ist.
- Bestimmen Sie das durch die Menge  $\{m^5 - m \mid m \in \mathbb{Z}\}$  erzeugte Ideal von  $\mathbb{Z}$ .