Universität Duisburg-Essen
Fachbereich Mathematik
Prof. Dr. Günter Törner
Dipl.-Math. Miriam Dieter

SS 2010

Übungen zu Algebra und Diskrete Mathematik I

Blatt 3

Aufgabe 9

a) Die ganzen Zahlen x_n seien wie folgt rekursiv definiert:

$$x_1 = 2 \text{ und } x_n = x_{n-1} + 2n \text{ für } n \geq 2.$$

Berechnen Sie eine explizite Darstellung für x_n und beliebiges $n \in \mathbb{N}$ und beweisen Sie deren Korrektheit.

b) Die ganzen Zahlen f_n seien wie folgt rekursiv definiert:

$$f_1 = 1,\ f_2 = 2 \text{ und } f_{n+1} = f_n + f_{n-1} \text{ für } n > 2.$$

Zeigen Sie, dass $\mathrm{ggT}(f_{n+1}, f_n) = 1$ für alle $n \geq 1$.

Aufgabe 10

Beweisen Sie: Für $n, k > 0$ gilt folgende Rekursionsformel für die Stirling-Zahlen 2. Art:

$$S(n,k) = S(n-1,k-1) + kS(n-1,k).$$

Aufgabe 11

a) Im Bachelorstudium werden 8 verschiedene Vorlesungen $B_1, \ldots, B_8$ und im Masterstudium 9 verschiedene Vorlesungen $M_1, \ldots, M_9$ angeboten. Der Studienplan sieht vor, dass von den Bachelorvorlesungen genau 5 Scheine erzielt werden müssen, während von den Mastervorlesungen mindestens 7 Scheine erzielt werden müssen. Wie viele zulässige Scheinkombinationen gibt es, wobei die Reihenfolge der Scheine irrelevant ist? Begründen Sie ausführlich?

b) An der Vorlesung *Algebra und Diskrete Mathematik* nehmen 30 Studenten und eine unbekannte Anzahl von Studentinnen teil. Jeder der Studenten kennt genau 6 Studentinnen und jede Studentin kennt genau 9 Studenten. Wieviele Studentinnen besuchen die Vorlesung?

Aufgabe 12

a) Es seien n paarweise disjunkte Mengen S_i mit $|S_i| = a_i$ für alle $i = 1, \ldots, n$ gegeben. Geben Sie die Anzahl aller Teilmengen von $\bigcup_{i=1}^n S_i$ an, die höchstens ein Element aus jedem der S_i enthalten.

b) Sei $n \in \mathbb{N}$ und $t(n)$ die Anzahl der verschiedenen Teiler von n. Zeigen Sie, dass n genau dann eine Quadratzahl ist, wenn $t(n)$ ungerade ist.

Abgabe: Bis Montag, den 3. Mai 2010, 9:00 im Postkasten LE 4.Etage.