

Übungen zu Algebra und Diskrete Mathematik I

Blatt 5

Aufgabe 17

Die Binomische Formel gilt auch, wenn man statt Potenzen fallende Faktorielle verwendet. Beweisen Sie die folgende Gleichung:

$$(x + y)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} x^k y^{n-k}$$

Aufgabe 18

- Ein Skatspiel bestehend aus 32 Spielkarten wird durch sogenanntes *Interlacing* gemischt, welches die Karten aus der ursprünglichen Reihenfolge 1, 2, 3, 4, 5, ..., 29, 30, 31, 32 in die Reihenfolge 1, 17, 2, 18, 3, 19, ..., 16, 32 überführt. Wie oft muss dieser Vorgang wiederholt werden, um den Ausgangszustand herzustellen?
- Wie viele 8-stellige Ziffernkombinationen enthalten mindestens eine Ziffer mehrfach?

Aufgabe 19

- Wir würfeln gleichzeitig mit 3 identischen Würfeln. Wie viele verschiedene Ergebnisse gibt es? Begründen Sie Ihre Antwort.
- Bestimmen Sie die Anzahl der Möglichkeiten, $2n + 1$ ($n > 1$) nicht unterscheidbare Bälle auf drei verschiedene Boxen zu verteilen, wenn in einer Box maximal $n - 1$ Bälle liegen dürfen. Begründen Sie Ihre Antwort.

Aufgabe 20

Betrachten Sie im Pascalschen Dreieck das Parallelogramm, das als Eckpunkte $\binom{0}{0}$, $\binom{n-k}{0}$, $\binom{n}{k}$ und $\binom{k}{k}$ besitzt. Addiert man alle Binomialkoeffizienten, die auf der Fläche des Parallelogramms liegen und zusätzlich 1, so ergibt sich wieder ein Binomialkoeffizient. Welcher Binomialkoeffizient ist gemeint? Beweisen Sie Ihre Vermutung.