Universität Duisburg-Essen
Fachbereich Mathematik
Prof. Dr. Günter Törner
Dipl.-Math. Miriam Dieter

SS 2010

Übungen zu Algebra und Diskrete Mathematik I

Blatt 8

Aufgabe 29

a) Es seien $(G_1, \cdot)$ und $(G_2, \cdot)$ zwei Gruppen. Auf der Menge $G_1 \times G_2 := \{(a_1, a_2) \mid a_1 \in G_1, a_2 \in G_2\}$ wird die komponentenweise Multiplikation zweier Elemente (a_1, a_2) und (b_1, b_2) aus $G_1 \times G_2$ definiert durch: $(a_1, a_2) \circ (b_1, b_2) := (a_1 \cdot b_1, a_2 \cdot b_2)$. Zeigen Sie, dass $(G_1 \times G_2, \circ)$ eine Gruppe ist.

b) Nun seien $Z_2^1 = \{e_1, a_1\}$ und $Z_2^2 = \{e_2, a_2\}$ die Gruppen mit den beiden Verknüpfungstafeln

$\cdot$	e_i	a_i
a_i	a_i	e_i
e_i	e_i	a_i

$i = 1, 2.$

Stellen Sie die Verknüfungstafel von $Z_1^2 \times Z_2^2$ gemäß der in a) erklärten Abbildung auf.

Aufgabe 30

Es sei $G = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6\}$ eines sechs-elementige Menge. Füllen Sie die Tafel

$\circ$	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6
a_1	a_1					
a_2		a_3	a_1	a_6		
a_3						
a_4				a_1	a_2	
a_5						
a_6						

so aus, dass daraus eine Gruppentafel entsteht.

Aufgabe 31

Es seien $(G, \cdot)$ eine Gruppe und $U \subseteq G$. Zeigen Sie die Äquivalenz der folgenden Aussagen:

(a) $U \leq G$.

(b) $(U, \cdot)$ ist eine Gruppe.

Aufgabe 32

Seien G und H endliche zyklische Gruppen der Ordung n bzw. m. Zeigen Sie: Falls n und m teilerfremd sind, ist das direkte Produkt $G \times H$ zyklisch. Gilt auch die Umkehrung?

Abgabe: Bis Montag, den 14. Juni 2010, 9:00 im Postkasten LE 4.Etage.