Universität Duisburg-Essen
Fachbereich Mathematik
Prof. Dr. Günter Törner
Dipl.-Math. Andy Braune
Bettina Rösken

Wintersemester 2006/2007

Übungen zu *Algebra und Diskrete Mathematik I*

Blatt 13 – 30.01.2007

Aufgabe 1

Wieviele paarweise nicht isomorphe abelsche Gruppen gibt es zur Ordnung

$$67500 \quad ?$$

Aufgabe 2

Schreiben Sie alle paarweise nicht isomorphen abelschen Gruppen der Ordnung 1764 auf.

Aufgabe 3

Es sei G eine beliebige Gruppe und es seien $x, y \in G$ zwei ihrer Elemente, über die wir voraussetzen:

$$\begin{aligned} ord\, x &= 2, \\ ord\, y &= 3, \\ yxy &= xy^2x. \end{aligned}$$

Bstimmen Sie die Ordnung von xy.

Aufgabe 4

a) $G := \{f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} \mid f(x) = ax + b \; mit \; a, b \in \mathbb{R} \; und \; a \neq 0\}$
ist bezüglich der Operation $\circ$ des Hintereinanderausführens eine Gruppe $(G, \circ)$.
Bitte weisen Sie dies nach!

b) Beweisen Sie ferner

$$N := \{f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} \mid f(x) = x + b \; mit \; b \in \mathbb{R}\} \overset{!}{\lhd} G.$$

Aufgabe 5

G sei eine endliche Gruppe, $Z(G)$ sei das Zentrum G, φ sei ein Automorphismus von G. Beweisen Sie

$$\varphi(Z(G)) = Z(G).$$

Aufgabe 6

Eine Gruppe G der Ordnung 275 operiert auf einer Menge X mit genau 17 Elementen. Zeigen Sie, dass dann G auf X mindestens einen Fixpunkt besitzt.