

Übungen zur Linearen Algebra I

Blatt 1

Aufgabe 1 (6 Punkte)

Im \mathbb{R}^2 sind zwei Geraden G und H gegeben:

$$G = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + \mathbb{R} \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix} \quad H = \begin{pmatrix} 7 \\ 9 \end{pmatrix} + \mathbb{R} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

- (a) Ermitteln Sie jeweils eine Gleichung für G und H .
- (b) Geben Sie den Schnittpunkt von G und H an, sofern er existiert.

Aufgabe 2 (6 Punkte)

Im \mathbb{R}^3 sind zwei Punkte $A \neq B$ beliebig gegeben. Die Ortsvektoren seien mit a, b bezeichnet.

- (a) Zeigen Sie: Für jedes $\lambda \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$ ist

$$x = \frac{1}{1-\lambda}(a - \lambda b) \tag{1}$$

der Ortsvektor eines Punktes X auf der Geraden durch A und B .

- (b) Welche Punkte der Geraden durch A und B werden durch (1) nicht dargestellt?

Aufgabe 3 (6 Punkte)

Zeigen Sie, dass für alle Vektoren $x, y \in \mathbb{R}^n$ gilt:

- (a) $\langle x + y, x - y \rangle = |x|^2 - |y|^2$
- (b) $|x + y|^2 - |x - y|^2 = 4 \langle x, y \rangle$
- (c) $|x + y|^2 + |x - y|^2 = 2|x|^2 + 2|y|^2$

Aufgabe 4 (6 Punkte)

Es seien x, y Vektoren im \mathbb{R}^2 . Zeigen Sie: Der Vektor $z := |x|^2 y - \langle x, y \rangle \cdot x$ ist orthogonal zu x .