Universität Duisburg-Essen
Fachbereich Mathematik
Prof. Dr. G. Törner

WS 08/09

Übungen zur Linearen Algebra I

Blatt 5

Aufgabe 17 (6 Punkte)

Lösen Sie das komplexe Gleichungssystem:

$$\begin{array}{rcrcrcr} ix & + & (2-i)y & + & (8+3i)z & = & -24-10i \\ 9x & + & 2iy & + & (7-i)z & = & -1+14i \\ 2x & + & (4+i)y & + & (6+10i)z & = & -9-31i \end{array}$$

Aufgabe 18 (6 Punkte)

(i) Zeigen Sie, dass die Matrizen A und B zueinander invers sind.

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \qquad B = \frac{1}{4} \cdot \begin{bmatrix} -2 & -2 & 2 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$

(ii) Zeigen Sie für die Matrizen A, B und C die Richtigkeit des Assoziativgesetzes der Matrizenmultiplikation.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 & -5 \\ 0 & 4 & -6 & 7 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 1 & -2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$$

Aufgabe 19 (6 Punkte)

Unter der Spur einer quadratischen Matrix A versteht man die Summe ihrer Diagonalelemente. Sei also $A = (a_{ij})_{i,j=1,\ldots,n}$. Dann gilt

$$sp(A) := \sum_{i=1}^{n} a_{ii}$$

Beweisen Sie: Seien A und B zwei quadratische Matrizen identischer Größe. Dann gilt:

$$sp(A+B) = sp(A) + sp(B) \quad \text{und} \quad sp(AB) = sp(BA)$$

Aufgabe 20 (6 Punkte)

Berechnen Sie sämtliche Potenzen A^m und B^n $(m, n \in \mathbb{N})$ der Matrizen

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 12 & 8 \\ -7 & -6 & -8 \\ 4 & -3 & 2 \end{bmatrix} \quad \text{und} \quad B = \begin{bmatrix} -9 & 4 & -2 \\ -25 & 11 & -5 \\ -5 & 2 & 0 \end{bmatrix}.$$

Abgabe: Bis Donnerstag, 20.11.2008, 10 Uhr, Briefkästen LE 4.Etage