

Übungen zur Linearen Algebra I

Blatt 3

Aufgabe 9 (6 Punkte)

Es seien für $a, b \in \mathbb{Z}$ wie folgt drei Relationen definiert:

(a) $a \sim b \Leftrightarrow a \cdot b \geq 0$.

(b) $a \sim b \Leftrightarrow a \leq b$

(c) $x \sim y \Leftrightarrow$ Es existiert ein $k \in \mathbb{Z}$ mit $x - y = k \cdot 5$

Handelt es sich hierbei um Äquivalenzrelationen? Begründen Sie Ihre Antworten!

Aufgabe 10 (6 Punkte)

Sind die folgenden Abbildungen injektiv, surjektiv oder bijektiv? Begründen Sie Ihre Antworten.

(a) $f_1 : \mathbb{N} \times \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$, mit $f_1(m, n) = 2^m \cdot 3^n$

(b) $f_2 :]-1, \infty[\rightarrow]0, \infty[$, mit $f_2(x) = \frac{1}{1+x}$

(c) $f_3 : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{N}_0$, mit $f_3(x) = |x|$

(d) $f_4 : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, mit $f_4(x, y) = x^2 + y^2 - 1$

Aufgabe 11 (6 Punkte)

Geben Sie zwei bijektive Abbildungen $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ an, für die gilt: $fg \neq gf$. Zeigen Sie außerdem, dass die von Ihnen gewählten Abbildungen bijektiv sind.

Aufgabe 12 (6 Punkte)

Lösen Sie das komplexe Gleichungssystem:

$$\begin{aligned}(1+i)x + 2iy &= -2 + 6i \\ (1+2i)x + (3+i)y &= 2 + 14i\end{aligned}$$

und geben Sie die Lösung $x, y \in \mathbb{C}$ in der Form $x = a + ib$ und $y = c + id$ an.