Universität Duisburg-Essen
Fakultät für Mathematik
Prof. Dr. G. Törner
Dipl.-Math. M. Dieter
Dipl.-Math. Ch. Henkel

SS 2011

Übungen zur Linearen Algebra II

Blatt 7

Aufgabe 25 (6 Punkte)

Beweisen Sie die folgenden drei Aussagen:

a) Die Determinante einer hermite'schen Matrix ist eine reelle Zahl.

b) Für alle Matrizen $M \in Mat_{n\times n}(\mathbb{C})$ ist die Matrix $\overline{M}M^T$ hermite'sch.

c) Eine hermite'sche Matrix $H \in Mat_{n\times n}(\mathbb{C})$ besitzt genau dann lauter nicht-negative Eigenwerte, wenn es ein $M \in Mat_{n\times n}(\mathbb{C})$ gibt mit $H = \overline{M}M^T$.

Aufgabe 26 (6 Punkte)

Es sei $f : \mathbb{C}^3 \to \mathbb{C}^3$ eine lineare Abbildung mit der Darstellungsmatrix

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & -1 \\ -3 & -1 & -2 \\ 7 & 5 & 6 \end{pmatrix}$$

Bestimmen Sie eine Basis für jeden Eigenraum und jeden verallgemeinerten Eigenraum von f.

Aufgabe 27 (6 Punkte)

Bestimmen Sie die kanonische Jordan-Form für die folgenden drei Matrizen:

a) $\begin{pmatrix} 6 & -2 & 3 \\ 8 & -2 & 15 \\ 2 & -1 & 8 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ c) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

Aufgabe 28 (6 Punkte)

Gegeben sei die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 11 & -4 & -5 \\ 21 & -8 & -11 \\ 3 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

Bestimmen Sie eine invertierbare Matrix $T \in Mat_{3\times 3}(\mathbb{C})$, so dass $J = T^{-1}AT$ Jordansche Normalform hat.

Abgabe: Bis Donnerstag, 9.06.2011, 10:15 Uhr, Briefkästen LE 4.Etage