Übung Numerik und Optimierung großer nichtlinearer Systeme

Blatt 3

Aufgabe 1
Sei $k(t,s): [0,T]\times[0,T]\to\mathbb{R}$ stetig und beschränkt und $c: [0,T]\to\mathbb{R}$ stetig. Zeigen Sie, daß die Volterrasche Integralgleichung 2. Art

$$x(t) = c(t) + \lambda\int_0^t k(t,s)x(s)\,ds, \quad t\in[0,T]$$

eindeutig lösbar ist in $C[0,T]$.

Aufgabe 2
Betrachten Sie die Funktion $f(x) = x - \ln(|x|), x\in\mathbb{R}\backslash\{0\}$. Für welche Startwerte x^0 konvergiert das Newton-Verfahren zur Minimierung dieser Funktion gegen das lokale Minimum?

Aufgabe 3
Gegeben sei die Funktion $f(x) = x^2 + x, x\in\mathbb{R}$. Wir betrachten das vereinfachte Newton-Verfahren

$$x^{k+1} = x^k - f'(x^0)^{-1}f(x^k)$$

zur Bestimmung einer Nullstelle für den Startwert $x^0 = 1$. Zeigen Sie, dass die durch das Verfahren erzeugte Folge $\{x^k\}_{k\in\mathbb{N}}$ linear gegen die Nullstelle $x^* = 0$ konvergiert.

Aufgabe 4
Die Funktion $F:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}^2$ sei durch $F(x_1,x_2) = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 + x_2^2\end{bmatrix}$ gegeben. Diese Funktion F hat die einfach Nullstelle $\bar{x} = (0,0)^T$.

(a) Zeigen Sie, dass das Broyden-Verfahren mit dem Startwert $x^0 = (0,\delta)^T$ und der Startmatrix $A_0 = \begin{bmatrix} 1+\varepsilon & 0 \\ 0 & 1\end{bmatrix}$ durchführbar ist und die Folge $\{x^k\}$ superlinear gegen $\bar{x}$ konvergiert, sofern $|\varepsilon| < 1$ und $|\delta|$ genügend klein ist.

(b) Beweisen Sie, dass die Folge $\{A_k\}$ für $\varepsilon\neq 0$ nicht gegen die Jacobimatrix $F'(\bar{x})$ konvergiert.

Homepage der Veranstaltung ist:

`http://www.uni-due.de/mathematik/agroesch/lv_assmann_ss14.php`

Termine und Räume:

		Zeit	Raum	
VL	Di	10-12	WSC-N-U-4.05	Arnd Rösch
	Do	10-12	WSC-N-U-4.05	
Ü	Mi	10-12	WSC-N-U-4.05	Ute Aßmann