Übung Numerik und Optimierung großer nichtlinearer Systeme

Blatt 9

Wir betrachten das konvexe Optimierungsproblem

$$\min f(x) \text{ u.d.N. } h(x) = 0,\ g(x) \leq 0, \tag{1}$$

mit $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$, $g : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$ stetig differenzierbar und konvex und $h : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^p$ affin linear. Wir definieren die Penalty-Funktionen

$$\Phi_q(x,\alpha) := f(x) + \alpha\, r_q(x) = f(x) + \alpha \|(g(x)^+, h(x))\|_q \tag{2}$$

mit der l_q-Norm

$$\|z\|_q := \begin{cases} (\sum_i |z_i|^q)^{1/q}, & \text{für } 1 \leq q < \infty \\ \max_i |z_i|, & \text{für } q = \infty. \end{cases} \tag{3}$$

und $g^+(x) = \max\{0, g(x)\}$.

Aufgabe 1
Zeigen Sie: Sei x^* lokales Minimum von (1) und gelte die LICQ-Bedingung in x^*, dann existiert ein endlicher Parameter $\bar{\alpha} > 0$, so dass x^* für jedes $\alpha \geq \bar{\alpha}$ auch ein Minimum ist von

$$\Phi_1(x,\alpha) = f(x) + \alpha \sum_{i=1}^{p} g_i^+(x) + \alpha \sum_{j=1}^{m} |h_j(x)|.$$

Aufgabe 2
Sei x^* lokales Minimum von (1). Nach Aufgabe 1 existiert dann ein $\bar{\alpha} > 0$, so dass x^* für jedes $\alpha \geq \bar{\alpha}$ auch ein Minimum ist von $\Phi_1(\cdot,\alpha)$ ist. Zeigen Sie, dass daraus folgt, dass diese Aussage auch für Φ_q, $q \in [0,\infty]$ gilt, mit einem $\bar{\alpha}' > 0$.

Aufgabe 3
Wir betrachten das Optimierungsproblem

$$\min x^2 \text{ u.d.N. } x - 1 = 0$$

mit der Lösung $x = 1$. Man überlege sich den Wert $\bar{\alpha} > 0$ ab welchem $x = 1$ auch Lösung von $\Phi_1(\cdot,\alpha)$ ist.

Homepage der Veranstaltung ist:

`http://www.uni-due.de/mathematik/agroesch/lv_assmann_ss14.php`

Termine und Räume:

		Zeit	Raum	
VL	Di	10-12	WSC-N-U-4.05	Arnd Rösch
	Do	10-12	WSC-N-U-4.05	
Ü	Mi	10-12	WSC-N-U-4.05	Ute Aßmann