WS 2016/17
Prof. Arnd Rösch

Universität Duisburg-Essen
Fakultät für Mathematik

Nichtlineare Optimierung

Blatt 4

Aufgabe 1
Gegeben sei eine Abbildung $F : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$. Sei $\tilde{x} \in \mathbb{R}^n$ eine Lösung der nichtlinearen Gleichung $F(x) = 0$. Eine Nullstelle von F ist auch lokale Lösung des Optimierungsproblems

$$\min_{x \in \mathbb{R}^n} f(x) = \frac{1}{2}\|F(x)\|_2^2.$$

Umgekehrt ist eine lokale Lösung $\tilde{x}$ des Optimierungsproblems Nullstelle von F.
Sei $x \in \mathbb{R}^n$ ein Punkt, für den $F'(x)$ invertierbar ist und $F(x) \neq 0$ ist. Zeigen Sie, dass dann die Newtonrichtung der nichtlinearen Gleichung eine Abstiegsrichtung für f in x ist.

Aufgabe 2
Beweisen Sie das Störungslemma (Lemma 4.3.2 der Vorlesung): Seien $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ nichtsingulär und $S \in \mathbb{R}^{n \times n}$ mit $\|A^{-1}\|\|S\| < 1$. Dann ist auch $A + S$ nichtsingulär und es gilt

$$\|(A+S)^{-1}\| \leq \frac{\|A^{-1}\|}{1 - \|A^{-1}\|\|S\|}$$

(Tipp: Betrachte $y = (I + A^{-1}S)x$).

Aufgabe 3
Betrachten Sie die Funktion $f(x) = x - \ln(|x|)$, $x \in \mathbb{R}\backslash\{0\}$. Für welche Startwerte x^0 konvergiert das Newton-Verfahren zur Minimierung dieser Funktion gegen die lokale Minimalstelle $x = 1$?

Aufgabe 4
Sei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) := |x|^p$ mit $p > 2$. Betrachten Sie für einen Startpunkt $x^{(0)} > 0$ das Newton-Verfahren zur Minimierung von f. Zeigen Sie, dass das Verfahren linear, aber nicht superlinear gegen das globale Minimum $\bar{x} = 0$ konvergiert. Warum ist dies kein Widerspruch zu Satz 4.3.7?

Homepage der Veranstaltung ist:

`http://www.uni-due.de/mathematik/agroesch/LV_feldhordt_WS1617.php`

Termine und Räume:

		Zeit	Raum	
VL	Mo	10-12	WSC-N-U-4.03	Arnd Rösch
	Mi	10-12	WSC-S-U-4.02	
Üb	Do	14-16	WSC-S-U-4.02	Hendrik Feldhordt