

Nichtlineare Optimierung

Blatt 5

Aufgabe 1

Beweisen Sie Lemma 4.3.1 aus der Vorlesung: Seien $D \subset \mathbb{R}^n$ offen, $C \subset D$ konvex und $F : D \rightarrow \mathbb{R}^n$ sei differenzierbar auf D . Die Ableitung von F sei Lipschitz-stetig auf C , d.h., mit einer Konstante $L \geq 0$ gilt

$$\|F'(x) - F'(y)\| \leq L\|x - y\|$$

für alle $x, y \in C$. Dann ist

$$\|F(x) - F(y) - F'(y)(x - y)\| \leq \frac{L}{2}\|x - y\|^2$$

für alle $x, y \in C$.

Aufgabe 2

Gegeben sei die Funktion $f(x) = x^2 + x$, $x \in \mathbb{R}$. Wir betrachten das vereinfachte Newton-Verfahren

$$x^{k+1} = x^k - f'(x^0)^{-1} f(x^k)$$

zur Bestimmung einer Nullstelle für den Startwert $x^0 = 1$. Zeigen Sie, dass die durch das Verfahren erzeugte Folge $\{x^k\}_{k \in \mathbb{N}}$ linear gegen die Nullstelle $x^* = 0$ konvergiert.

Aufgabe 3

Wir betrachten das Newton-Verfahren zur Berechnung einer Nullstelle einer Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. Zeigen Sie, dass für eine streng monoton wachsende konvexe Funktion f das Newton-Verfahren global konvergiert, falls diese Funktion eine Nullstelle besitzt. Weisen Sie außerdem nach, dass die Newton-Folge ab $k = 1$ monoton fallend ist.

Aufgabe 4

- (i) Sei $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) := \frac{1}{2}x^\top Hx + b^\top x$, $H \in \mathbb{R}^{n \times n}$ spd, eine quadratische Funktion. Zeigen Sie, dass die Armijo-Bedingung

$$f(x + \sigma d) \leq f(x) + \delta \sigma \nabla f(x)^\top d$$

die exakte Schrittweite $\sigma_E = -\frac{\nabla f(x)^\top d}{d^\top H d}$ ablehnt, wenn $\delta > \frac{1}{2}$ ist.

- (ii) Zeigen Sie (mit Hilfe eines Beispiels), dass für die Wahl $0 < \beta < \delta < 1$ unter Umständen keine Schrittweite $\sigma > 0$ existiert, die die beiden Powell-Bedingungen

$$\begin{aligned} f(x + \sigma d) &\leq f(x) + \delta \sigma \nabla f(x)^\top d \\ \nabla f(x + \sigma d)^\top d &\geq \beta \nabla f(x)^\top d \end{aligned}$$

gleichzeitig erfüllt.

Homepage der Veranstaltung ist:

http://www.uni-due.de/mathematik/agroesch/LV_feldhordt_WS1617.php

Termine und Räume:

		Zeit	Raum	
VL	Mo	10-12	WSC-N-U-4.03	Arnd Rösch
	Mi	10-12	WSC-S-U-4.02	
Üb	Do	14-16	WSC-S-U-4.02	Hendrik Feldhordt