WS 2016/17 Universität Duisburg-Essen
Prof. Arnd Rösch Fakultät für Mathematik

Nichtlineare Optimierung

Blatt 10

Aufgabe 1
Zeigen Sie, dass ein Kegel $K \subset \mathbb{R}^n$ genau dann konvex ist, wenn $K + K \subset K$ gilt.

Aufgabe 2
Sei $C \subset \mathbb{R}^n$ und $x \in \text{int}C$. Zeigen Sie, dass dann

$$K(C, x) = \mathbb{R}^n, \quad N(C, x) = \{0\}.$$

Aufgabe 3

(a) Sei $C = \{x \in \mathbb{R}^n : x \geq 0\}$. Zeigen Sie: Es gilt für $x \in C$

$$K(C, x) = \{d \in \mathbb{R}^n : d_i \geq 0 \text{ falls } x_i = 0\}.$$

(b) Es seien Vektoren $a^i \in \mathbb{R}^n$, $i = 1, \ldots, m$ mit $m \leq n$ und $b \in \mathbb{R}^m$ gegeben. Weiter sei A die $m \times n$-Matrix mit den Zeilenvektoren $(a^i)^T$, $i = 1, \ldots, m$ und

$$C = \{x \in \mathbb{R}^n : Ax = b\}.$$

Zeigen Sie, dass dann für alle $x \in C$ gilt

$$K(C, x) = \{x \in \mathbb{R}^n : Ax = 0\} = \text{kern}A$$

Aufgabe 4
Wir untersuchen das Optimierungsproblem

$$\min_{x \in C} f(x).$$

Dabei ist C ein konvexe, abgeschlossene und nichtleere Teilmenge des $\mathbb{R}^n$. Die Funktion f soll zweimal stetig differenzierbar sein und es sei x^* die Lösung des Optimierungsproblems. Zeigen Sie, dass die notwendige Optimalitätsbedingung

$$\nabla f(x^*)^T (x - x^*) \geq 0 \quad \forall x \in C$$

äquivalent zu

$$-\nabla f(x^*) \in N(C, x^*)$$

ist, wobei $N(C, x^*)$ der Normalenkegel an C in x^* ist.
Homepage der Veranstaltung ist:

`http://www.uni-due.de/mathematik/agroesch/LV_feldhordt_WS1617.php`

Termine und Räume:

		Zeit	Raum	
VL	Mo	10-12	WSC-N-U-4.03	Arnd Rösch
	Mi	10-12	WSC-S-U-4.02	
Üb	Do	14-16	WSC-S-U-4.02	Hendrik Feldhordt