

Übung Optimale Steuerung partieller Differentialgleichungen

Blatt 6

Aufgabe 1

Lösen Sie die quadratische Optimierungsaufgabe in $\mathbb{R}$,

$$\min_{v \in [u_a, u_b]} \beta p v + \frac{\lambda}{2} v^2$$

bei gegebenen reellen Werten u_a , u_b , β , p sowie $\lambda > 0$, indem Sie eine Projektionsformel herleiten.

Aufgabe 2

Leiten Sie die notwendigen Bedingungen der folgenden Aufgabe her:

$$\begin{aligned} \min \quad & J(y, u) := \frac{1}{2} \|y - y_d\|_{\Omega}^2 + \frac{1}{2} \|y - y_{\Gamma}\|_{\Gamma}^2 + \frac{\lambda}{2} \|u\|_{\Omega}^2 \\ & -\Delta y + y = u \quad \text{in } \Omega \\ & \partial_n y = 0 \quad \text{on } \Gamma \\ & u_a \leq u(x) \leq u_b \quad \text{f.ü. in } \Omega. \end{aligned}$$

Dabei sind $y_d \in L^2(\Omega)$ und $y_{\Gamma} \in L^2(\Gamma)$. Führen Sie dafür den zugehörigen adjungierten Zustand ein.

Aufgabe 3

Wir betrachten die Optimierungsaufgabe

$$\min F(y) = \int_{-1}^1 x^2 |y'(x)|^2 dx$$

$$\text{unter } y \in Y_{ad} = \{y \in H^1(-1, 1) : -y(-1) = y(1) = 1\}.$$

- (i) Untersuchen Sie, welche Eigenschaft F hat (Konvexität, Beschränktheit nach unten, Stetigkeit, schwache Unterhalbstetigkeit etc.).
- (ii) Besitzt die Aufgabe ein globales Minimum?

Hinweis: Betrachten Sie $y_{\varepsilon}(x) = \frac{\arctan(\frac{x}{\varepsilon})}{\arctan(\frac{1}{\varepsilon})}$

Homepage der Veranstaltung ist:

http://www.uni-due.de/mathematik/agroesch/lv_feldhordt_SS16.php

Termine und Räume:

		Zeit	Raum	
VL	Di	10-12	WSC-S-U-4.02	Arnd Rösch
	Do	10-12	WSC-S-U-4.02	
Ü	Di	14-16	WSC-S-U-4.02	Hendrik Feldhordt