

Übung Optimale Steuerung partieller Differentialgleichungen

Blatt 10

Aufgabe 1

Es sei $\Omega \subset \mathbb{R}^N$ eine beschränkte und messbare Menge. Für welche Räume $L^q(\Omega)$ ist der Nemytzki-Operator $\Phi : y(\cdot) \mapsto \sin(y(\cdot))$ Fréchet-differenzierbar von $L^2(\Omega)$ nach $L^q(\Omega)$? In welchen Raum $L^r(\Omega)$ bildet der Ableitungsoperator Φ' den $L^2(\Omega)$ ab?

Hinweis: Benutzen Sie für die Restgliedeigenschaft der Fréchet-Differenzierbarkeit die integrale Darstellung des Restgliedes aus der Talorentwicklung.

Aufgabe 2

Wir betrachten in $C[0, 1]$ den Nemytzki-Operator $\Phi(y(\cdot)) = y(\cdot)^n$. Zeigen Sie, dass dieser stetig Fréchet-differenzierbar in $C[0, 1]$ ist.

Aufgabe 3

Wir diskutieren die Aufgabe der Supraleitung:

$$\begin{aligned} \min J(y, u) &:= \frac{1}{2} \|y - y_d\|_{L^2(\Omega)}^2 + \frac{\lambda}{2} \|u\|_{L^2(\Omega)}^2 \\ -\Delta y + y + y^3 &= u \quad \text{in } \Omega \\ \partial_\nu y &= 0 \quad \text{auf } \Gamma \\ -2 &\leq u(x) \leq 2 \quad \text{f.ü. in } \Omega. \end{aligned}$$

Setzen wir $y_d \in L^\infty(\Omega)$ voraus, dann sind alle Voraussetzungen für die Existenz mindestens einer optimalen Lösung $\bar{u}$ erfüllt.

- (a) Ausserdem sind die Voraussetzungen für die notwendigen Optimalitätsbedingungen erster Ordnung erfüllt. Stellen Sie das Optimalitätssystem mit Hilfe der formalen Lagrange-technik auf.
- (b) Zeigen Sie, dass $\bar{u} \equiv 2$ für $\lambda = 1$ und $y_d = 9$ die notwendigen Optimalitätsbedingungen erster Ordnung erfüllt. Sind hinreichende Optimalitätsbedingungen erfüllt?

Homepage der Veranstaltung ist:

http://www.uni-due.de/mathematik/agroesch/lv_feldhordt_SS16.php

Termine und Räume:

		Zeit	Raum	
VL	Di	10-12	WSC-S-U-4.02	Arnd Rösch
	Do	10-12	WSC-S-U-4.02	
Ü	Di	14-16	WSC-S-U-4.02	Hendrik Feldhordt