



UNIVERSITÄT
DUISBURG
ESSEN

Offen im Denken

FAKULTÄT FÜR MATHEMATIK

Veranstaltung im Sommersemester 2024

Formoptimierung

(Vertiefungsmodul im Schwerpunkt Optimierung, Numerik oder Analysis)

Prof. Dr. Gerhard Starke

Laura Hetzel, M. Sc.

Vorlesung	Mo	10:15 – 11:45 Uhr	WSC-N-U-4.03	(Beginn: 8.4.2024)
	Mi	10:15 – 11:45 Uhr	WSC-N-U-4.03	
Übung	Mi	14:15 – 15:45 Uhr	WSC-S-U-3.02	(Beginn: 17.4.2024)

Die Optimierung geometrischer Formen hinsichtlich erwünschter Eigenschaften tritt in vielen Varianten in technischen Anwendungen auf. Beispielsweise haben wir es mit einer solchen Aufgabe zu tun, wenn eine Ingenieurin bei vorgegebener Menge eines Materials die Form eines Bauteils so bestimmen möchte, dass dieses die größtmögliche Festigkeit gegenüber darauf wirkenden Kräften besitzt. Mathematisch handelt es sich dabei um die Minimierung einer von der Form abhängigen Funktion, des sogenannten *Formfunctionals* unter der Nebenbedingung einer Differentialgleichung.

Wir machen uns zunächst mit dieser Art von Problemen der Formoptimierung vertraut, indem wir das Beispiel der Eulerschen Knicklast einer rotationssymmetrischen Säule betrachten. Weitere behandelte Themen sind dann: Metriken für Formen, Stetige Abhängigkeit von Randwertproblemen bei Änderung des Gebietes, Existenz- bzw. Nicht-Existenz optimaler Formen, Differenzierbarkeit bezüglich Änderungen des Gebiets.

Zentraler Begriff bei der analytischen wie auch numerischen Behandlung von Problemen der Formoptimierung ist die sogenannte Form-Ableitung (auf englisch "shape derivative"), bei der bezüglich der Geometrie abgeleitet wird. Diese liefert eine Aussage über die Verformungen, welche die gewünschten Eigenschaften verbessern. Auf dieser Grundlage ist es dann möglich, sich mit dem Gradientenverfahren (aus der Nichtlinearen Optimierung) iterativ einer optimalen Form anzunähern.

Aufbauend auf diesem Vertiefungsmodul ergeben sich spannende und anwendungsbezogene Themen für Master-Arbeiten mit Bezug zu unseren aktuellen Forschungsprojekten, z.B. im Schwerpunktprogramm SPP 1962 der DFG (<https://spp1962.wias-berlin.de>).

Vorausgesetzt werden, neben den Grundlagenmodulen, Kenntnisse aus der (nichtlinearen) Optimierung. Die benötigten Resultate über Sobolev-Räume und zu Variationsproblemen werden entweder bewiesen oder (falls zu aufwendig) zumindest motiviert und auf passende Literatur verwiesen.

Literatur (weitere Angaben in der Vorlesung):

M. C. Delfour, J.-P. Zolésio: *Shapes and Geometries*. SIAM, 2011.

A. Henrot, M. Pierre: *Shape Variation and Optimization*. EMS, 2018.

Weitere Informationen unter https://www.uni-due.de/mathematik/agstarke/teaching_starke.php