



## Lehrveranstaltung im Wintersemester 2025/26

Vertiefungsmodul: Analysis und Numerik von Interpolationsräumen

Prof. Dr. Gerhard Starke

Vorlesung Mi 10:15 – 11:45 Uhr Raum WSC-S-U-4.02 (Beginn am 15.10.2025)

Do 12:00 – 13:30 Uhr Raum WSC-O-4.65

Übung Mi 12:00 – 13:30 Uhr Raum WSC-S-U-4.02 (Beginn am 22.10.2025)

In dieser Lehrveranstaltung werden Interpolationsräume zwischen Banach-Räumen eingeführt und fundamentale Sätze darüber bewiesen. Diese werden dann auf Spezialfälle wie Hölder-, Sobolev-, bzw. Besov-Räume angewandt. Damit lassen sich Aussagen über die Regularität und Approximierbarkeit der Lösung von Differentialgleichungen machen. Schließlich wird auf numerische Aspekte bezüglich der Darstellung von interpolatorischen Sobolev-Räumen mittels Multilevel-Zerlegungen auf einer Hierarchie verfeinerter Triangulierungen eingegangen.

Eine konkrete Fragestellung, die sich mit Interpolationsräumen beantworten lässt, hängt mit Randwertproblemen elliptischer (partieller) Differentialgleichungen zusammen. Diese sind unter geeigneten Voraussetzungen in dem Sobolev-Raum  $H^1(\Omega)$  enthalten (Satz von Lax-Milgram). Wie sieht nun der Raum der dabei auftretenden Randwerte auf  $\partial\Omega$ ,  $\{u|_{\partial\Omega} : u \in H^1(\Omega)\}$  aus? Antwort: Es handelt es sich um einen wohldefinierten Interpolationsraum von Funktionen, die auf  $\partial\Omega$  „ein halbes Mal differenzierbar“ sind:  $H^{1/2}(\partial\Omega)$ . Diese bestmögliche Form des *Spursatzes* wird in der Vorlesung ebenfalls behandelt und Konsequenzen auf die Approximierbarkeit mittels numerischer Methoden untersucht.

Aufbauend auf dieser Lehrveranstaltung ergeben sich spannende Themen für Master-Arbeiten mit Bezug zur aktuellen Forschung an der Schnittstelle zwischen Analysis und Numerik.

### Literatur:

K. Atkinson, W. Han: Theoretical Numerical Analysis. 3rd Edition. Springer-Verlag, 2009.

G. Leoni: A First Course in Sobolev Spaces. 2nd Edition. American Mathematical Society, 2017.

G. Leoni: A First Course in Fractional Sobolev Spaces. American Mathematical Society, 2023.

A. Lunardi: Interpolation Theory. 3rd Edition. Scuola Normale Superiore Pisa, 2018.

(weitere Literaturangaben in der Lehrveranstaltung)

**Zuordnung zu den Schwerpunkten:** Analysis, Numerik

Weitere (auch aktuelle) Informationen unter

[https://www.uni-due.de/mathematik/agstarke/teaching\\_starke.php](https://www.uni-due.de/mathematik/agstarke/teaching_starke.php)