Prof. Dr. Patrizio Neff
Dr. Waldemar Pompe
Dr. Christoph Ableitinger

14.12.2009
Universität Duisburg-Essen
Campus Essen

Analysis I, Globalübung 4

Aufgabe 1.
Entscheiden Sie, ob die Reihe $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ konvergiert. Falls ja, bestimmen Sie deren Summe.

(a) $a_n = \dfrac{1}{(2n-1)(2n+1)}$, (b) $a_n = \dfrac{2n+1}{n^2(n+1)^2}$.

Aufgabe 2.
Seien (a_n), (b_n) zwei Folgen positiver Zahlen mit der Eigenschaft, dass der Grenzwert

$$\lim_{n\to\infty} \frac{a_n}{b_n}$$

existiert und ungleich 0 ist. Beweisen Sie, dass die Reihe $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ genau dann konvergiert, wenn die Reihe $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ konvergent ist.

Aufgabe 3.
Untersuchen Sie, ob die folgenden Reihen konvergieren:

(a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2-5}{n^3+6n^2+8n+47}$, (b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^2+2n}}$, (c) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)(n+4)}$,

(d) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1\cdot 3\cdot 5\cdot\ldots\cdot(2n-1)}{3^n\cdot n!}$, (e) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\left(\frac{n+1}{n}\right)^n}{3^n}$, (f) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n-1)\sqrt{n(n+1)}}$,

(g) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{n!}$, (h) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^2+n}-n}$, (i) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1000^n}{\sqrt{n!}}$, (j) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{2^{2^n}}$.

Aufgabe 4.
Untersuchen Sie die folgenden Reihen auf Konvergenz und absolute Konvergenz.

(a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{2n-1}$, (b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^2 3^n}$, (c) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{(2n-1)^3}$,

(d) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}n+1}{n}$, (e) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n\cdot 2^{5^n}}{3^{2^n}}$, (f) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n-50)(-1)^n}{n^2}$,

(g) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}n^3}{2^n}$, (h) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n(2n-15)}{n^2}$.