11 Hausübungen

A. 1: Für jedes $x \neq 0$, ist f in x differenzierbar. Sei $x = 0$.

$$\frac{f(h) - f(0)}{h} = \frac{(e^h - 1)|h|}{h} = \frac{e^h - 1}{h}|h| \underset{h \to 0}{\to} 1 \cdot 0 = 0.$$

D.h. f ist in 0 differenzierbar und $f'(0) = 0$.

A. 2: Aus $|f(x)| \leq x^2$ folgt, dass $f(0) = 0$ ist.

$$\left|\frac{f(h) - f(0)}{h}\right| = \frac{|f(h)|}{|h|} \leq |h| \underset{h \to 0}{\to} 0.$$

Daraus folgt f ist in $x_0 = 0$ differenzierbar und $f'(0) = 0$.

A. 3: Wir benutzen Aufgabe 3 aus der Präsenzübung.

(a)

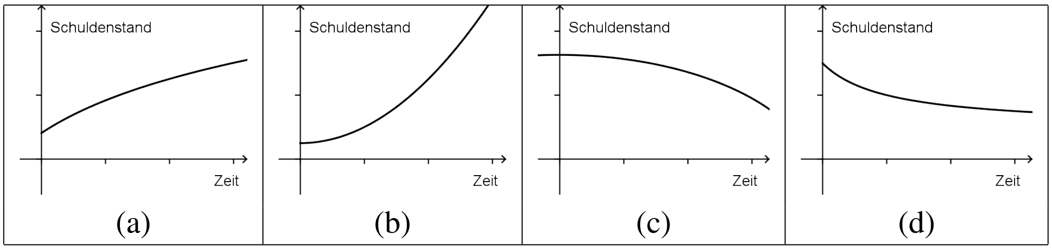
$$\left(1 + \frac{1}{2n+1}\right)^n = \left(1 + \frac{\frac{n}{2n+1}}{n}\right)^n \underset{n \to \infty}{\to} e^{\frac{1}{2}} = \sqrt{e} \quad , \text{ da } \frac{n}{2n+1} \to \frac{1}{2}.$$

(b)

$$\left(1 + \frac{n}{2^n}\right)^n = \left(1 + \frac{\frac{n^2}{2^n}}{n}\right)^n \underset{n \to \infty}{\to} e^0 = 1 \quad , \text{ da } \frac{n^2}{2^n} \to 0.$$

A. 4: Musterlösung

(a)-(d) Die Idee dieser Aufgabe ist, den Unterschied zwischen der **Änderung eines Bestandes** (also des Schuldenstandes) und der **Änderung der Änderung eines Bestandes** (also der Neuverschuldung bzw. des Schuldenabbaus) deutlich zu machen. So wächst in (a) beispielsweise der Schuldenstand (es gibt ja schließlich laut Medienaussage Neuverschuldung), selbst wenn die Neuverschuldung kontinuierlich zurückgeht. Das äußert sich im Funktionsgraphen dadurch, dass er monoton wachsend ist, die Steigung aber monoton fällt. Die Aufgaben (b)-(d) analog:



(e) Man muss sich an jeder Stelle überlegen, welchen Wert die Ableitung der Funktion (also welche Steigung die zugehörige Tangente) hat. Das ist dann der Funktionswert der Ableitungsfunktion an dieser Stelle. Am besten beginnt man mit jenen Stellen, an denen die Funktion die Ableitung Null hat, das sind nämlich genau die Nullstellen der Ableitungsfunktion (in der ersten Grafik also z.B. die Stellen $0,7$ und $1,4$). Die Ableitungsfunktionen sehen so aus: