

A 1 Aussagen

Über ein weltweit vertriebenes Produkt gebe es folgende Aussagen:

A = „Das Produkt hat in der Europäischen Union einen Marktanteil von mehr als 25%“.

B = „Das Produkt hat in den USA einen Marktanteil von mehr als 25%“.

Beschreiben Sie die folgenden Aussagen

$$\neg A, A \wedge B, A \vee B, A \Rightarrow B, A \Leftrightarrow B.$$

A 2 Mengenoperationen

Ein Zeitungsartikel bespricht die Ergebnisse einer Umfrage zu drei Problemkreisen. A, B, C bezeichne die Menge aller Befragten, die Frage a, b, c uneingeschränkt zustimmen. Sie interessieren sich vor allem für die prozentualen Anteile der Befragten, bei denen folgende Konstellationen vorliegen:

$$A \cap B, B \setminus C, C \setminus B, A \cup B, \overline{A \cup B \cup C}$$

Beschreiben Sie diese Mengen mit Worten.

A 3 Mengenoperationen

Eine Menge X von Personen kann nach der Zugehörigkeit zu Blutgruppen und nach dem Vorhandensein des Rhesusfaktors eingeteilt werden, indem die Blutgruppen auf die Anwesenheit der Faktoren A, B, Rh untersucht werden. Das Blut gehört zur Gruppe A , wenn es nur den Faktor A aber nicht den Faktor B , zur Gruppe B , wenn es B aber nicht A , und zur Gruppe 0, wenn es weder A noch B enthält. Außerdem wird es als Rhesus positiv (+) beziehungsweise negativ (-) bezeichnet, je nachdem ob der Rhesusfaktor vorhanden ist, oder nicht. Mit A, B, Rh seien nun die Teilmengen von X bezeichnet, bei denen das Blut den entsprechenden Faktor enthält. Beschreiben Sie die Blutgruppe 0 negativ durch Mengenoperationen von A, B, Rh .

A 4 Anwendung der Potenzgesetze

$$2^3 = ?, \quad a^0 = ?, \quad 8^{-3} = ?, \quad \frac{2^7}{2^2} = ?, \quad \left(\frac{3}{4}\right)^2 = ?, \quad \left(\left(\frac{1}{2}\right)^3\right)^2 = ?$$

$$(-8)^{1/3} = ?, \quad 8^{-1/3} = ?, \quad 16^{\frac{5}{2}} = ?, \quad 16^{-1.25} = ?, \quad (0.0001)^{1/4} = ?, \quad \left(3\sqrt{27} \cdot 4\right)^2 = ?.$$

A 5 *Monotonie von Grundfunktionen*

Ordnen Sie die folgenden Zahlen der Größe nach

- (a) $(-17)^{1/3}, \pi^{1/3}, 0, 1, 2, 15^{1/3}$
- (b) $\ln(0.75), \ln(2), 0, 1$
- (c) $0, e^2, 1, e^{17}$

A 6 *Grundfunktionen: Rundung, Betrag*

Skizzieren Sie über dem Bereich $-2 \leq x \leq 3$ durch

- (a) $\lceil x \rceil$ und (b) $|(x - 1)/2|$

gegebenen Funktionen (Funktionswerte an Sprungstellen hervorheben).

A 7 *Produktionsfunktion vom Cobb-Douglas Typ*

Die Outputmöglichkeiten für ein Produkt werde durch eine sogenannte Produktionsfunktion vom Cobb-Douglas Typ beschrieben

$$f(K, L) = 100 \cdot K^{\frac{1}{4}} L^{\frac{3}{4}}.$$

Dabei bezeichne K den Kapital- und L den Arbeitseinsatz.

- (a) Welche Beschränkungen müssen K und L erfüllen, d.h., welches ist der Definitionsbereich der Funktion f ?
- (b) Berechnen Sie die Outputmenge zu einem Investitionseinsatz von $K = 81$ und $L = 16$.

A 8 *Exponentialfunktion, Logarithmus*

Gegeben sei die Produktionsfunktion $f(K, L)$ vom Cobb-Douglas Typ aus A 7. Bestimmen Sie die logarithmierte Produktionsfunktion, d.h. die durch $y = \ln(f(K, L))$ definierte Funktion. Wie lässt sich die Produktionsfunktion durch die logarithmierte Produktionsfunktion beschreiben?

„Linearisierung“ exponentieller Modelle \triangleright Empirische Wirtschaftsforschung/Statistik

T 1 Aussagen

Bestimmen Sie hinreichende Bedingungen (Voraussetzung) und notwendige Bedingung (Folgerung) bei den Aussagen:

- (a) $(x = -3 \Rightarrow x^2 = 9)$
- (b) $(x^2 \neq 9 \Rightarrow x \neq -3)$
- (c) Für eine differenzierbare Funktion f mit $f'(x_0) \neq 0$ liegt an der Stelle x_0 kein Extremwert vor.
- (d) Ich gehe erst ins Wasser, wenn ich schwimmen kann.

T 2 Mengenoperationen

Sei X die Menge aller in Deutschland gemeldeten Einwohnerinnen und Einwohner, während A die Menge aller in Deutschland gemeldeten Einwohnerinnen bezeichne. Außerdem seien $B := \{x \in X : x \text{ erwerbstätig}\}$ und $C := \{x \in X : x \text{ besitzt Hochschulabschluß}\}$. Beschreiben Sie folgende Mengen durch Mengenoperationen von A, B, C .

- (a) D die Menge aller erwerbstätigen Einwohnerinnen,
- (b) E die Menge aller nicht erwerbstätigen Einwohnerinnen,
- (c) F die Menge aller Einwohner und Einwohnerinnen, die weder weiblich noch erwerbstätig sind.

T 3 Mengenoperationen

Eine Bankkundin möchte eine Erbschaft von 10 000 Euro in Anteile von deutschen und chinesischen Aktien anlegen. Mit den Variablen x_1 und x_2 werden die in die deutschen beziehungsweise chinesischen Aktien anzulegenden Geldbeträge (in Euro) bezeichnet. Es sind keine negativen Geldbeträge zugelassen. Außerdem darf nicht mehr als der Erbschaftsbetrag ausgegeben werden und die Kundin möchte keinen höheren Anlagebetrag für chinesische Aktien ausgeben als für deutsche. Beschreiben Sie die Gesamtheit der Anlagebedingungen durch eine geeignete Menge.

T 4 Anwendung von Potenzgesetzen

$$\frac{1}{2^{-3}} = ?, \quad \left(\frac{5}{4}\right)^2 = ?, \quad 7^6 \cdot 7^{-6} = ?, \quad (-1.5)^3 = ?, \quad 2^3 \cdot 5^3 = ?, \quad \left(\frac{a}{b}\right)^{-2} = ?, \quad 5^{-3} = ?, \quad \frac{5 \cdot a^7}{a^6} = ?$$

$$\sqrt{9 \cdot 16} = ?, \quad 9^{\frac{1}{3}} \cdot 9^{\frac{1}{6}} = ?, \quad (\sqrt{8} \cdot 27)^{\frac{2}{3}} = ?, \quad 32^{-\frac{1}{5}} = ?$$

$$\left(\frac{u^{-5}v^5}{v^{-3}u^{-2}v^0}\right)^{-3} = ?, \quad \sqrt[5]{x\sqrt{x^3}} = ?, \quad \left(\frac{u^{-1/5}v^{4/5}}{v^{-3/2}u^{-1/2}v^0}\right)^{3/2} = ?$$

T 5 Anwendung von Binomischen Formeln

$$31^2 - 30^2, \quad 4^{-2} - 5^{-2}, \quad \left(\frac{1}{x} - x\right)^2, \quad (5^{-2} + 5)^2, \quad (3 \cdot u - 5 \cdot v)^2$$

T 6 Definitionsbereiche von Funktionen

Bestimmen Sie die Definitionsbereiche der folgenden Funktionen

(a) $f(x) = \frac{1}{x+3}$

(b) $f(x) = (2x+4)^{\frac{1}{6}}$

(c) $f(x) = \ln(x-2)$

T 7 Monotonie von Grundfunktionen

Ordnen Sie die folgenden Zahlen der Größe nach

(a) $(-17)^{-1/3}, \pi^{-1/3}, 1, 2, 15^{1/3}$

(b) $\ln(e^{-1}), 2, \ln(2), 0, 1$

(c) $e^{-\ln(4)}, e^1, 1$

(d) $|-4|, |1/4|, |4|, |-1/2|$

T 8 *Grundfunktionen: Rundung, Betrag*

Skizzieren Sie über dem Bereich $-2 \leq x \leq 3$ die durch

- (a) $[x]$ (b) $[x]$ (c) $|x - 1/2|$
gegebenen Funktionen (Funktionswerte an Sprungstellen hervorheben).

T 9 *Eigenschaften der Exponentialfunktion*

- (a) Für welche Zahl x erhält man den Funktionswert $e^x = 2$?
(b) Für welche Zahlen x erhält man
(b1) $e^x > 1$? (b2) $e^x \geq 1$?
(c) Sei t eine Zahl mit der Eigenschaft $e^{2 \cdot t} = 2$. Berechnen Sie $e^{-2 \ln(5) + 2 \cdot t}$.

T 10 *Rechenregeln für Logarithmus*

Drücken Sie die folgenden Zahlen durch $\ln(3)$ aus

$$\ln(9), \ln(\sqrt{3}), \ln(\sqrt[5]{3^2}), \ln(\frac{1}{81}).$$