A 9 *Äquivalenzumformung von Gleichungen*

Bestimmen Sie jeweils die x-Lösungsmenge $= \{x \in \mathbb{R} : x$ erfüllt Gleichung$\}$

(a) $(|x| - 2)^2 = 1$

(b) Für $0 < x < 1$: $\ln(1 - x^4) = \frac{1}{2}$ bzw. $\ln(1 - x^4) = -\frac{1}{2}$

(c) $2 \cdot x \cdot e^{-x/2} - 6 \cdot e^{-x/2} + 8 \cdot x \cdot e^{-x/2} = 0$

(d) $(4 + 2|x|^3)^{-1} = \frac{1}{20}$

A 10 *Unterjährige und stetige Verzinsung*

Ein Guthaben von 10000 Euro soll durch eine geeignete Verzinsung i nach einem Jahr verdoppelt werden. Wie muß $i > 0$ gewählt werden bei folgenden Auszahlungsmodi?

(a) **Wöchentliche Verzinsung**
D.h. welche Lösungsmenge besitzt die Gleichung: $10000 \cdot (1 + \frac{i}{52})^{52} = 20000$?

(b) **Tägliche Verzinsung**
D.h. welche Lösungsmenge besitzt die Gleichung: $10000 \cdot (1 + \frac{i}{365})^{365} = 20000$?

(c) **Stetige Verzinsung**
D.h. welche Lösungsmenge besitzt die Gleichung: $10000 \cdot e^i = 20000$?

A 11 *Kostenminimierung*

Die laufenden Kosten eines Start up Unternehmens in Abhängigkeit zum Kapitaleinsatz $x > 1$ lassen sich beschreiben durch die Funktion

$$f(x) = 2 \cdot \left(\frac{x}{100000} + \frac{1}{4}\right)^2 \cdot \ln\left(\frac{x}{100000} + \frac{1}{4}\right) - \left(\frac{x}{100000} + \frac{1}{4}\right)^2$$

Im Hinblick auf die Kostenminimierung führt der Standardansatz der univariaten Optimierung ($\triangleright$ *Thema 5*) auf die Bestimmung der Lösungsmenge zur Gleichung:

$$4 \cdot \left(\frac{x}{100000} + \frac{1}{4}\right) \cdot \ln\left(\frac{x}{100000} + \frac{1}{4}\right) = 0.$$

Ermitteln Sie alle zulässigen Lösungen der Gleichung.

A 12 *Simultane Äquivalenzumformung zweier Gleichungen*

Bestimmen Sie jeweils die Menge der Paare $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, die *simultan* die beiden Gleichungen erfüllt.

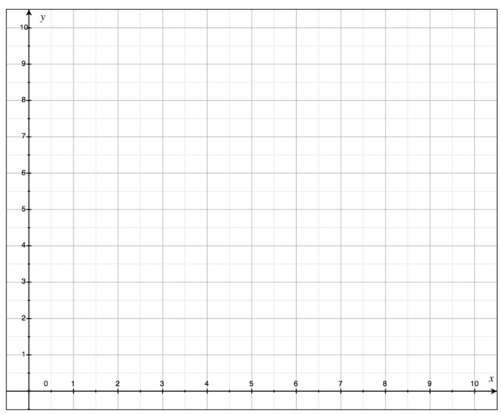
(a) $xy = 0$ und $x^2 - y^2 = 1$ (b) $x + y = 2$ und $x - 2y = 1$

(c) $4x - 8y = 0$ und $-8x + 4y^3 = 0$ (d) $4x + 4xy = 0$ und $2x^2 + 2y = 0$

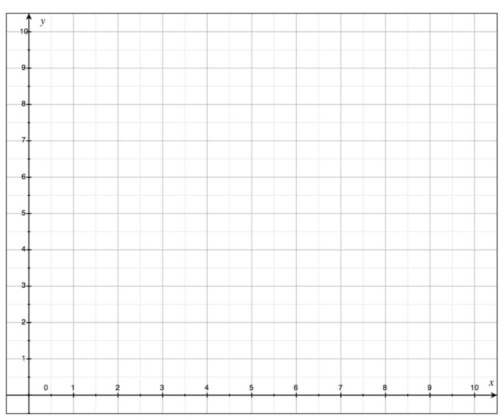
A 13 *Lösungsmenge von LUGS*

Schreiben Sie die folgenden LUGS in aufgelöster Form und skizzieren Sie jeweils die Lösungsmenge

(1) $x + y \geq 4$ (2) $3x + 2y \leq 20$ (3) $-x + 2y \leq 10$ (4) $y \geq 1$ (5) $x \geq 1$



(1) $x \geq 1$ (2) $2y + x \geq 5$ (3) $2y + x \leq 12$ (4) $y - \frac{5}{4}x \geq -\frac{11}{4}$



T 11 *Äquivalenzumformung von Gleichungen*

Bestimmen Sie jeweils die x-Lösungsmenge $= \{x \in \mathbb{R} : x \text{ erfüllt Gleichung}\}$

(a) $e^{x-5} = e^{4x-3}$; $2^x = 10$; $10^x = e$; $e^x = \ln 10$

(b) $\ln(1+x^2) = \ln 2 - \ln(1/2)$; $e^{1-x^2} = e^2$; $e^{1-x^2} = e^{-2}$

(c) $x^3 + 6 \cdot x^2 - 16 \cdot x = 0$

(d) $(x^5 - 1) \cdot e^{-x^2/2} = 0$ bzw. $(|x|^5 - 1) \cdot e^{-x^2/2} = 0$

(e) $3 \cdot \big((x+2)^{3/2} - 8\big) \cdot (x+2)^{1/2} = 0$

T 12 *Anlagelaufzeit*

Ein Guthaben von 10000 Euro soll jährlich mit 10% verzinst werden. Wielange dauert es bis das Guthaben sich um 15% vergrössert hat? Gemäß den Methoden der Zinsesrechnung ($\triangleright$ *Thema 9*) ergibt sich damit die Aufgabe: Lösen Sie die Gleichung $10000 \cdot e^{x \cdot \ln(1.1)} = 11500$.

T 13 *Gewinnmaximierung*

Die Gewinne durch Erlös eines Produkte in Abhängigkeit von Outputmenge $x > 0$ lassen sich beschreiben durch die Funktion

$$f(x) = e^x \cdot \big(x^2 - 4 \cdot x - 9995\big)$$

Im Hinblick auf die Kostenminimierung führt der Standardansatz der univariaten Optimierung ($\triangleright$ *Thema 5*) auf die Bestimmung der Lösungsmenge zur Gleichung:

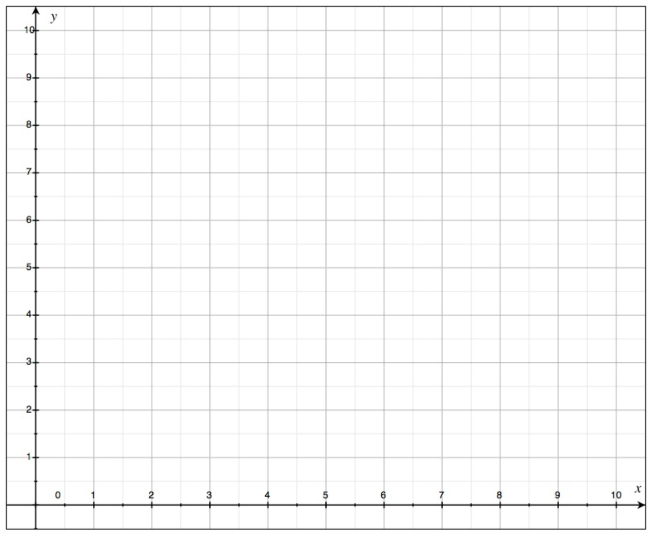
$$e^x \cdot \big(x^2 - 2 \cdot x - 9999\big) = 0.$$

Ermitteln Sie alle zulässigen Lösungen der Gleichung.

T 14 *Lösungsmenge von LUGS*

Schreiben Sie die folgenden LUGS in aufgelöster Form und skizzieren Sie jeweils die Lösungsmenge

(1) $x + y \geq 3$ (2) $x - y \leq 3$ (3) $2x + y \leq 10$ (4) $y \leq 7$ (5) $x \geq 1$



(1) $4y + 2x \leq 10$ (2) $2y - 8x \leq 2$ (3) $5y + x \geq 5$