

A 17

Entscheiden Sie, ob folgende Matrizen invertierbar sind? Begründen Sie Ihre Entscheidung und geben Sie ggf. die Inverse an.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 15 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 7 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix};$$

$$D = \begin{pmatrix} 15 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad E = \begin{pmatrix} 15 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 3 & 1 & 0 \\ 10 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

A 18

Die drei $n \times n$ -Matrizen A, B, C in der folgenden Matrixgleichungen seien invertierbar

$$B \cdot A \cdot C = D$$

- (a) Ist D invertierbar? Falls ja: $D^{-1} = ?$
- (b) Lösen Sie die Gleichung nach A auf. $A^{-1} = ?$
- (c) Lösen Sie die Gleichung nach B auf. $B^{-1} = ?$
- (d) Lösen Sie die Gleichung nach C auf. $C^{-1} = ?$

A 19

Eine der folgenden drei Matrizen B, C, D ist die Inverse der Matrix A . Welche? (Bitte mit *stichwortartiger* Begründung). $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -2 \\ 1 & -2 & 1 \end{pmatrix}$, Kandidaten B, C, D für A^{-1}

$$B = \begin{pmatrix} 4 & 1 & -2 \\ 2 & -1 & -4 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 4 & 1 & -2 \\ 2 & -1 & -4 \\ 0 & -3 & 0 \end{pmatrix}; \quad D = \begin{pmatrix} 4 & 1 & -2 \\ 2 & -1 & -4 \\ 2 & -1 & -4 \end{pmatrix}$$

T 18

Entscheiden Sie, ob folgende Matrizen invertierbar sind? Begründen Sie Ihre Entscheidung und geben Sie ggf. die Inverse an.

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & -2 \\ 2 & -1 & -4 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 4 & 1 & -2 \\ 2 & -1 & -4 \\ 1 & -1/2 & -2 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 8 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 9 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix};$$

$$D = \begin{pmatrix} 15 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 15 \\ 0 & 0 & 15 & 0 \\ 0 & 15 & 0 & 0 \end{pmatrix}; \quad E = \begin{pmatrix} 15 & 2 & 3 \\ 5 & 3 & 1 \\ 10 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

T 19

Gegeben ist die folgende Matrixgleichung, wobei X unbekannt ist:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$$

- (a) Welche Dimension muß X haben, damit die Gleichung definiert ist?
 (b) Lösen die Gleichung nach X auf.

T 20

Die Inverse der Matrix $A = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ ist $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 \\ -1 & 1 & 2 \\ 2 & -2 & -2 \end{pmatrix}$

Lösen Sie mit dieser Information die folgenden Matrixgleichungen nach X auf. Prüfen Sie hierbei zunächst, welche Dimension die Lösungsmatrix X haben wird.

$$(a) A \cdot X = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \quad (b) A \cdot X = \begin{pmatrix} 1 & 7 \\ 2 & 8 \\ 3 & 9 \end{pmatrix} \quad (c) A \cdot X = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$