A 27 *Ableitungen*

Bestimmen Sie die Ableitungen folgender Funktionen:

(a) $g(x) = \frac{x^3+2\cdot x+2}{x^2+8}$ (b) $g(x) = 4\cdot x^5 - 3\ln x + \frac{2}{x^4}$

(c) $g(x) = x^2 \cdot e^x$ (d) $g(x) = \frac{\ln x}{e^x}$

(e) $g(x) = e^{1-(1+x)^2}$ (f) $g(x) = \ln\left(x^2+1\right)$ (g) $g(x) = \left(\ln x\right)^2$

A 28 *Ableitungen*

Bestimmen Sie die ersten beiden Ableitungen

(a) $g(x) = (1+x)^{3/2} \cdot \ln\left(e^2 \cdot (1+x)^{3/2}\right)$ für $x > 0$ (b) $g(x) = e^{1-(1+x)^2}$

(c) $g(x) = \ln\left(x^2+1\right)$ (d) $g(x) = \left(\ln x\right)^2$

A 29 *Elastizität, Proportionalitätsfaktor*

Betrachten Sie die Funktion $f(x) = e^{0.004\cdot x^2}$ für die Herstellungskosten einer Ware in Abhängigkeit von den Transportkosten $x > 0$.

(a) Wie elastisch sind die Herstellungskosten in der Basisstelle $x_0 = 10$?

(b) Geben Sie eine Abschätzung für die relative Veränderung der Herstellungskosten an der Basisstelle $x_0 = 10$, wenn sich dort der Rohstoffpreis um 10% vermindert.

A 30 *Elastizität, Proportionalitätsfaktor*

Bestimmen Sie die Elastizität $\mathcal{E}^f(x)$ der Funktion $f(x) = 3x^2 + xe^{1-x}$. Mit welchem Faktor überträgt sich (ungefähr) eine relative Änderung von $x_0 = 1$ um p% auf die relative Änderung des Funktionswertes?

A 31 *Monotonieverhalten von differenzierbaren Funktionen*

Gegeben sie die Funktion $f(x) = \frac{e^x}{x}$. Untersuchen Sie das Monotonieverhalten dieser Funktion über die Definitionsbereiche

(a) $D(f) = [-4,-1]$ (b) $D(f) = [1,4]$ (c) $D(f) = [2,4]$ (d) $D(f) = [0.5,4]$

A 32 *Optimierung von differenzierbaren Funktionen*

Gegeben $f(x) = 0.1 \cdot x^3 + 0.6 \cdot x^2 - 1.5 \cdot x + 0.5$ Bestimmen Sie jeweils alle lokalen und globalen Extrempunkte (lokale und globale Extremstellen sowie zugehörige Funktionswerte) von f über die Definitionsbereiche

(a) $D(f) = [-6, 2]$ (b) $D(f) = [-3, 2]$ (c) $D(f) = [-3, 0]$

A 33 *Optimierung von differenzierbaren Funktionen*

Gegeben $f(x) = e^x \cdot \left(x^2 - 4 \cdot x + 1\right)$ mit $D(f) = [0, 4]$. Beachte: 1. Ableitung ist gegeben! f hat die Ableitung $f'(x) = e^x \cdot \left((x-1)^2 - 4\right)$.

(a) Bestimmen Sie auf Basis dieser Information alle lokalen Maximal- und Minimalpunkte (lokale Maximal- bzw. Minimalstellen und zugehörige Funktionswerte) von f über dem Definitionsbereich.

(b) Untersuchen Sie auf globale Maximal- und Minimalpunkte (Maximal- bzw. Minimalstellen und zugehörige Funktionswerte).

T 31 *Ableitungen*

Bestimmen Sie die Ableitungen folgender Funktionen:

(a) $g(x) = \frac{1}{5\sqrt{x^6}}$ (b) $g(x) = \frac{x^2-2x+2}{x-2}$

(c) $g(x) = 5 \cdot e^x - \frac{1}{x^2}$ (d) $g(x) = x^2 \cdot \ln x$

(e) $g(x) = (7-x)e^{1-x^2}$ (f) $g(x) = (1+x)\ln(1+x)$

(g) $g(x) = \ln(x^4+2)$ (h) $g(x) = 2 \cdot e^{(x+1)^2-4}$

T 32 *Ableitungen*

Bestimmen Sie die ersten beiden Ableitungen

(a) $g(x) = (7-x)e^{1-x^2}$ (b) $g(x) = (1+x)\ln(1+x)$ (c) $g(x) = 3x^2 + xe^{1-x}$

(d) $g(x) = \frac{x^2-2x+2}{x-2}$ (e) $g(x) = \ln(x^4+2)$ (f) $g(x) = \big(\ln(x+1)\big)^2$

T 33 *Elastizität, Proportionalitätsfaktor*

Betrachten Sie die Funktion $f(x) = e^{0.005 \cdot x^2 + 0.05 \cdot x}$ für die Herstellungskosten einer Ware in Abhängigkeit vom Rohstoffpreis $x > 0$.

(a) Wie elastisch sind die Herstellungskosten in der Basisstelle $x_0 = 10$?

(b) Geben Sie eine Abschätzung für die relative Veränderung der Herstellungskosten an der Basisstelle $x_0 = 10$, wenn sich dort der Rohstoffpreis um 10% vermindert.

T 34 *Elastizität, Proportionalitätsfaktor*

Bestimmen Sie die Elastizität $\mathcal{E}^f(x)$ der Funktion $f(x) = 3 \cdot \sqrt{x} \cdot e^x$. Mit welchem Faktor überträgt sich (ungefähr) eine relative Änderung von $x_0 = 1$ um p% auf die relative Änderung des Funktionswertes?

T 35a *Monotonieverhalten von differenzierbaren Funktionen*

Gegeben sie die Funktion $f(x) = (1-x)\cdot e^{3-x}$. Untersuchen Sie das Monotonieverhalten dieser Funktion über die Definitionsbereiche

(a) $D(f) = [0,6]$ (b) $D(f) = [-1,1]$ (c) $D(f) = [-1,2]$ (d) $D(f) = [3,10]$

T 35b *Optimierung von Funktionen*

Bestimmen Sie jeweils die globalen Extrempunkte von f (Extremstellen und deren Funktionswerte) über die angegebenen Definitionsbereiche

(a) $f(x) = 0.25\cdot x^4 + 2\cdot x^3 - 8\cdot x^2 + 1,$
$D(f) = [1,4],\ D(f) = [-1,4],\ D(f) = [-1,1],\ D(f) = [3,4]$

(b) $f(x) = (x+1)/(x^2+3), \quad D(f) = [0,3],\ D(f) = [-4,3],\ D(f) = [2,3]$

(c) $f(x) = (1+x^2)\, e^{1-x} - x/2, \quad D(f) = [0,2]$

(d) $f(x) = (1+x)\ln(1+x), \quad D(f) = [0,2]$

T 36 *Optimierung differenzierbarer Funktionen*

Gegeben $f(x) = e^{(x-2)^4 - 4\cdot x}$ mit $D(f) = [0,4]$. Beachte: 1. Ableitung ist gegeben!
f hat die Ableitung $f'(x) = e^{(x-2)^4-4\cdot x}\cdot\big(4\cdot(x-2)^3 - 4\big)$.

(a) Bestimmen Sie auf Basis dieser Information alle lokalen Maximal- und Minimalpunkte (lokale Maximal- bzw. Minimalstellen und zugehörige Funktionswerte) von f über dem Definitionsbereich.

(b) Untersuchen Sie auf globale Maximal- und Minimalpunkte (Maximal- bzw. Minimalstellen und zugehörige Funktionswerte).