

**Klausur Mathematik für Ökonomen**

06.02.2018, 09:30-11:30 Uhr (120 Minuten)

- Erlaubte **Hilfsmittel**: Nur reine Schreib- und Zeichengeräte.  
Der Einsatz anderer Hilfsmittel – so z.B. schriftliche Unterlagen, elektronische Geräte wie **Handy** oder Rechner jeder Art – wird ohne genauere Prüfung der tatsächlichen Verwendung als Täuschungsversuch gewertet.
- Die Klausur muss **geheftet** bleiben.
- Bei **Klausurunterbrechung** müssen die Klausur und ein Ausweis bei der Aufsicht hinterlegt werden. Eine (gehäufte) vorzeitige Abgabe stört. In den letzten 30 Minuten ist daher **keine vorzeitige Abgabe** möglich.
- Während der Klausur können **keine Fragen** zu den Aufgaben gestellt werden, die Aufgabenstellung entspricht genau der frühzeitig angekündigten und geübten Form.

Die Klausur besteht aus **10 Aufgaben**,  
dabei sind die erreichbaren Punkte auf dem Deckblatt und zusätzlich auch an jeder Aufgabe  
kenntlich gemacht. Insgesamt sind **50 Punkte** erreichbar.  
Ab erreichten **23 Punkten** ist die Klausur bestanden, **gutes Gelingen!**

**Platznummer**

**Matrikelnummer**

**Name**

**Vorname**

**Geburtsdatum** \_\_\_\_\_

Ich habe obige Punkte gelesen.

Meine Personendaten habe ich korrekt angegeben:

**Unterschrift** \_\_\_\_\_

Einträge der Klausuraufsicht:

Unterbrechungen

Abgabe

Abschnitt für Korrektur!

**Aufgabe 1**

Bei weiterem Platzbedarf: Anhang verwenden und dann bitte darauf hinweisen

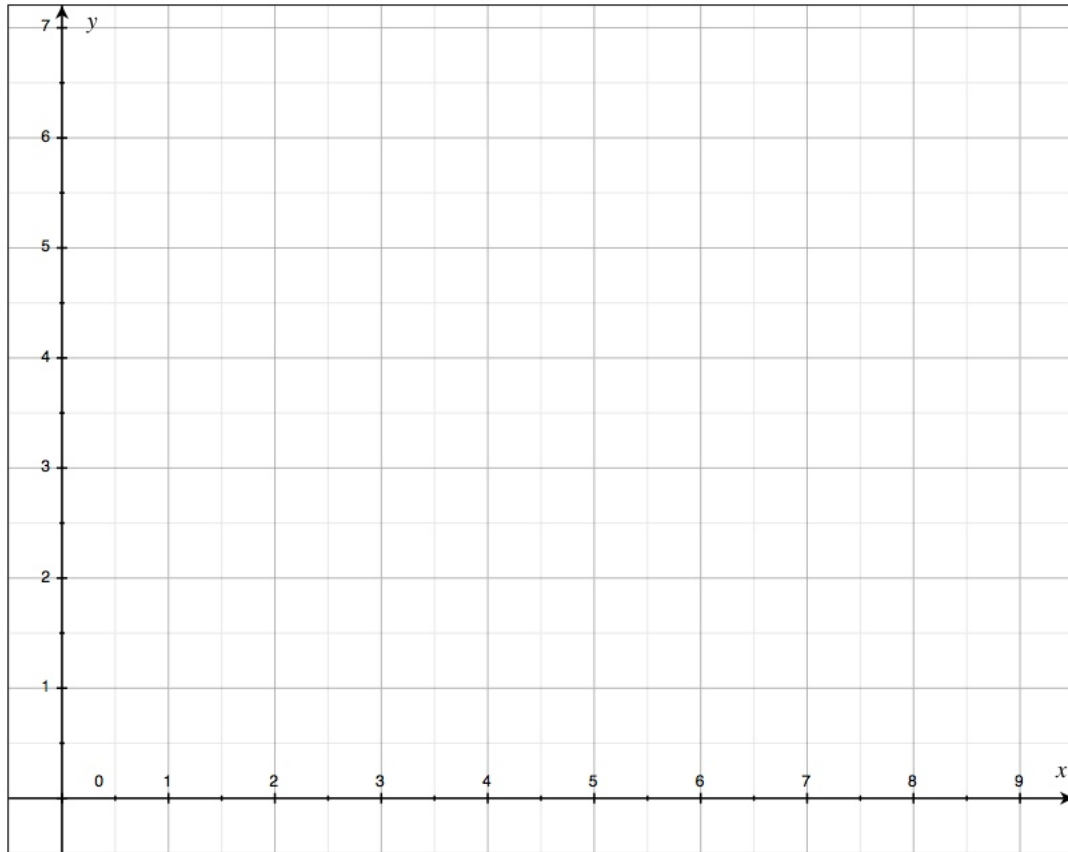
[3] Bestimmen Sie die Lösungsmenge L des folgenden Ungleichungssystems und skizzieren Sie sie:

(1)  $-2 \cdot y + \frac{1}{2} \cdot x \leq -\frac{1}{2}$

(2)  $y + x \leq 9$

(3)  $\frac{1}{2} \cdot y - \frac{1}{2} \cdot x \leq \frac{1}{2}$

(4)  $\frac{1}{2} \cdot y + \frac{1}{4} \cdot x \geq \frac{5}{4}$



(Ersatzvorlage siehe Anhang)

**Aufgabe 2**

Bei weiterem Platzbedarf: Anhang verwenden und dann bitte darauf hinweisen

- [4] Bei einem zweistufigen Produktionsprozess sind die beiden folgenden (einstufigen) Bedarfstabellen gegeben:

		Endprodukte					Zwischenprodukte		
		$E_1$	$E_2$	$E_3$			$Z_1$	$Z_2$	$Z_3$
Zwischenprodukte	$Z_1$	4	6	2	Rohstoffe	$R_1$	1	3	2
	$Z_2$	2	4	2		$R_2$	3	2	3
	$Z_3$	2	8	4					

Rohstoffpreise  $r = (r_1, r_2) = (3, 2)$ .

- (a) Berechnen Sie  $M_{RE}$ , die Bedarfstabelle der Gesamtverarbeitung.

- (b) Welcher Rohstoffbedarf  $R = \begin{pmatrix} R_1 \\ R_2 \end{pmatrix}$  entsteht bei der Endproduktion  $E = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ ?

Und welche Rohstoffkosten entstehen hierbei?

**Aufgabe 3**

Bei weiterem Platzbedarf: Anhang verwenden und dann bitte darauf hinweisen

- [2] (a) Bestimmen Sie aus dem folgenden Schlusstableau eines Gauß-Jordan-Algorithmus die Lösungsmenge  $L_b$  des zugehörigen linearen Gleichungssystems  $Ax = b$ .

$$\begin{array}{cccc|c} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & b \\ \hline 1 & -1 & 1 & 3 & 4 \\ 1 & 0 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 3 & 5 & 6 \\ 2 & -1 & 2 & 5 & 4 \end{array} \xrightarrow{\text{Gauß-Jordan} \dots \rightarrow} \begin{array}{cccc|c} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & b^* \\ \hline 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{array}$$

- [4] (b) Bestimmen Sie die Inverse der folgenden Matrix  $B$  mit Hilfe des Gauß-Algorithmus (tabellarisch, mit irgendeinem nachvollziehbaren Protokoll der Lösungsschritte).  
Geprüft wird die Beherrschung der Methode - eine auf anderem (unsystematischen) Weg gefundene Lösung bleibt unbewertet.

$$B = \begin{pmatrix} 1/2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 3 & -1 \\ 0 & 1 & 2 & -2 \end{pmatrix}$$

**Aufgabe 4** Bei weiterem Platzbedarf: Anhang verwenden und dann bitte darauf hinweisen

Voraussetzung: Jährliche Verzinsung (Zinseszins) und ein Anfangswert  $K_0 > 0$ .

- [2] (a) Gegeben: Laufzeit  $n = 10$ . Wie hoch ist die erforderliche Rendite  $i = p\%$ , damit der Zielwert  $K_{10}$  um 150% über dem Anfangswert  $K_0$  liegt?
- [2] (b) Gegeben:  $i = 5\%$  und ein Zielwert  $K_x$ , der 150% über dem Anfangswert  $K_0$  liegt. Erforderliche Laufzeit  $n = ?$   
(d.h. mit der  $n$ -ten Verzinsung soll  $K_n$  erstmals die Bedingung  $K_n \geq K_x$  erfüllen)
- [2] (c) Gegeben: Laufzeit  $n = 4$  und Zinsstaffel 0%, 40%, 96%, 40%. Berechnen Sie den Zielwert  $K_4$  bei einem Anfangswert von  $K_0 = 10000$  und den effektiven Zinssatz  $i_{\text{eff}}$ .

Hilfswerte:  $2.5^{\frac{1}{10}} \approx 1.1$ ,  $\ln 1.1 \approx 0.1$ ,  $\ln 1.05 \approx 0.05$ ,  $196^2 = 38416$ ,  $\ln 2.5 \approx 0.92$

**Aufgabe 5**

Bei weiterem Platzbedarf: Anhang verwenden und dann bitte darauf hinweisen

[3] Überprüfen Sie, ob die folgende Funktion  $f$  an der „Nahtstelle“  $x_0 = 2$  *stetig* ist:

$$f(x) = \begin{cases} 2^{x^2} - 1 & \text{für } 1 \leq x < 2 \\ 15 & \text{für } x = 2 \\ \ln(2 \cdot x - 3) + 4 \cdot x^2 - 1 & \text{für } 2 < x \leq 10 \end{cases}$$

**Aufgabe 6**

Bei weiterem Platzbedarf: Anhang verwenden und dann bitte darauf hinweisen

Gegeben  $f(x) = e^{x-1} \cdot (x^2 - 3)$  mit  $D(f) = [-\sqrt{3}, 3]$ . Beachte: 1. Ableitung ist gegeben!  
 $f$  hat die Ableitung  $f'(x) = e^{x-1} \cdot (x^2 + 2 \cdot x - 3)$ .

- [3](a) Bestimmen Sie auf Basis dieser Information alle lokalen Maximal- und Minimalpunkte (Maximal- bzw. Minimalstellen und zugehörige Funktionswerte) von  $f$  über dem Definitionsbereich.
- [3](b) Untersuchen Sie auf globale Maximal- und Minimalpunkte (Maximal- bzw. Minimalstellen und zugehörige Funktionswerte) von  $f$  über dem Definitionsbereich.

**Aufgabe 7**

Bei weiterem Platzbedarf: Anhang verwenden und dann bitte darauf hinweisen

[4] Berechnen Sie das Integral  $\int_0^2 f(t) dt$ , wobei  $f(t) = \begin{cases} 4 \cdot e^{2 \cdot t} & \text{für } 0 \leq t < 1 \\ 4 \cdot t^3 + 3 & \text{für } 1 \leq t \leq 2 \end{cases}$



**Aufgabe 8** Bei weiterem Platzbedarf: Anhang verwenden und dann bitte darauf hinweisen

[4] Für  $1/3 \leq x$  sei  $F(x) := F(1/3) + \int_{1/3}^x t^{-2} \cdot \ln(3 \cdot t) dt$ , wobei  $F(1/3)$  fix vorgegeben ist, hier als  $F(1/3) = -3$ .

Berechnen Sie den Wert  $F(x)$  mittels partieller Integration.

**Aufgabe 9**

Bei weiterem Platzbedarf: Anhang verwenden und dann bitte darauf hinweisen

[5] Betrachten Sie die Funktion  $f(x, y) = e^{0.005 \cdot x^2 + 0.001 \cdot x \cdot y}$  für die Herstellungskosten einer Ware in Abhängigkeit vom Rohstoffpreis  $x > 0$  und den Transportkosten  $y > 0$ . Weiterhin sei die Basisstelle  $(x_0, y_0)$  mit  $x_0 = 10$  und  $y_0 = 50$  vorgegeben.

- (a) Bestimmen Sie die Rohstoffpreiselastizität  $\mathcal{E}_x^f$  und die Transportkostenelastizität  $\mathcal{E}_y^f$  an der obigen Basisstelle.
- (b) Geben Sie eine Abschätzung für die relative Veränderung der Funktion  $f$  an der obigen Basisstelle, wenn sich dort der Rohstoffpreis um 2% vermindert und die Transportkosten um 10% erhöhen.

[9] Untersuchen Sie die Funktion

$$f(x, y) = 9 \cdot x + y^3 + 15 \quad (x, y \in \mathbb{R})$$

auf (lokale) Extremwerte unter der Nebenbedingung  $x + 3 \cdot y = 6$ .

(Ggf. angeben: Extremalstellen und die zugehörigen Funktionswerte)

**Hinweis zur Erinnerung:**

$$\begin{aligned} & D(x, y, \lambda) \\ := & (f''_{xx}(x, y) + \lambda \cdot b''_{xx}(x, y)) \cdot (b'_y(x, y))^2 - 2 \cdot (f''_{xy}(x, y) + \lambda \cdot b''_{xy}(x, y)) \cdot b'_x(x, y) \cdot b'_y(x, y) \\ & + (f''_{yy}(x, y) + \lambda \cdot b''_{yy}(x, y)) \cdot (b'_x(x, y))^2 \end{aligned}$$