

Klausur Mathematik für Ökonomen

11.02.2020, 09:30-11:30 Uhr (120 Minuten)

- Erlaubte **Hilfsmittel**: Nur reine Schreib- und Zeichengeräte.  
Der Einsatz anderer Hilfsmittel – so z.B. schriftliche Unterlagen, elektronische Geräte wie **Handy** oder Rechner jeder Art – wird ohne genauere Prüfung der tatsächlichen Verwendung als Täuschungsversuch gewertet.
- Die Klausur muss **geheftet** bleiben.
- Bei **Klausurunterbrechung** müssen die Klausur und ein Ausweis bei der Aufsicht hinterlegt werden. Eine (gehäufte) vorzeitige Abgabe stört. In den letzten 30 Minuten ist daher **keine vorzeitige Abgabe** möglich.
- Während der Klausur können **keine Fragen** zu den Aufgaben gestellt werden, die Aufgabenstellung entspricht genau der frühzeitig angekündigten und geübten Form.

Die Klausur besteht aus **10 Aufgaben**,  
dabei sind die erreichbaren Punkte auf dem Deckblatt und zusätzlich auch an jeder Aufgabe  
kenntlich gemacht. Insgesamt sind **50 Punkte** erreichbar.  
Ab erreichten **23 Punkten** ist die Klausur bestanden, **gutes Gelingen!**

**Platznummer**

**Matrikelnummer**

**Name**

**Vorname**

**Geburtsdatum** \_\_\_\_\_

Ich habe obige Punkte gelesen.

Meine Personendaten habe ich korrekt angegeben:

**Unterschrift** \_\_\_\_\_

NUR für Teilnehmer im DRITTEN Versuch, die eine frühzeitige Bestehensbenachrichtigung wünschen.  
Direkte eMail-Adresse (bitte gut lesbar):

---

Einträge der Klausuraufsicht:

Unterbrechungen

Abgabe

Abschnitt für Korrektur!

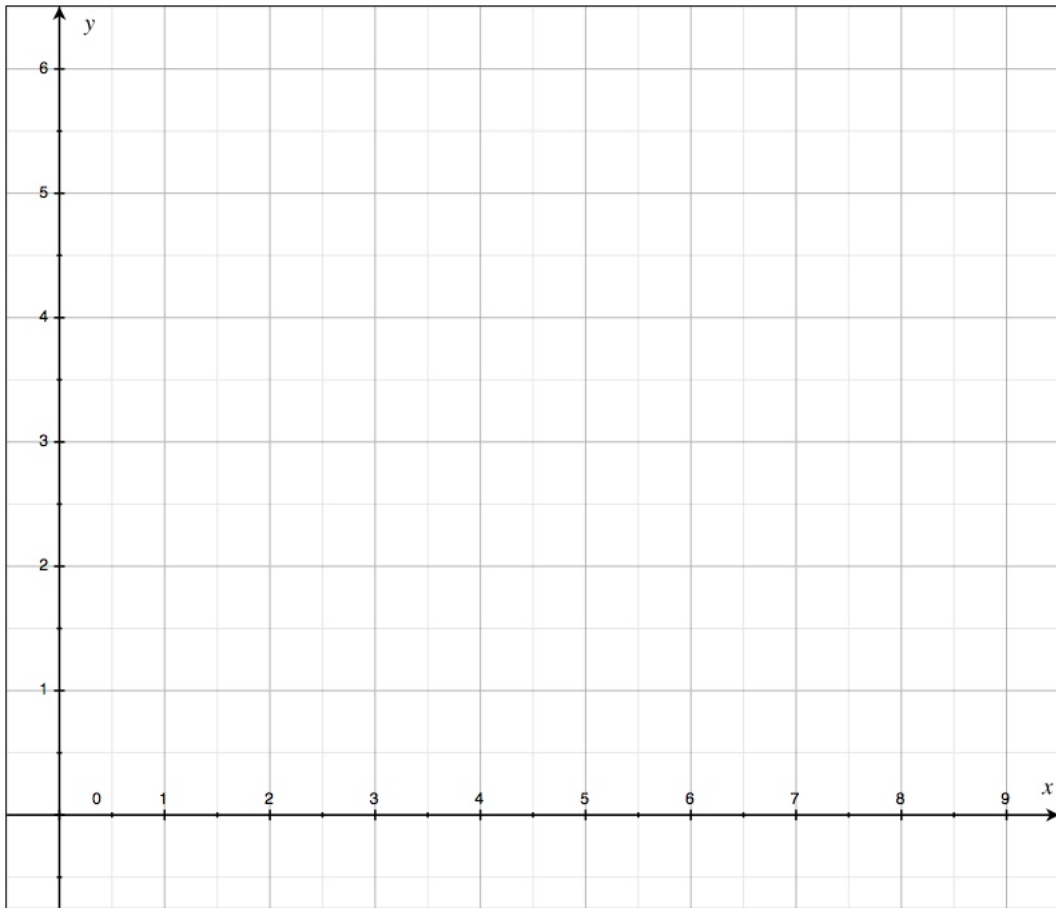
[3] Bestimmen Sie die Lösungsmenge L des folgenden Ungleichungssystems und skizzieren Sie sie:

(1)  $x \geq 1$

(2)  $2y + x \geq 5$

(3)  $2y + x \leq 12$

(4)  $y - \frac{5}{4}x \geq -\frac{11}{4}$



(Ersatzvorlage siehe Anhang)

**Aufgabe 2** Bei weiterem Platzbedarf: Anhang verwenden und dann bitte darauf hinweisen

[4] Führen Sie die folgenden Matrixoperationen aus („nicht definiert“ ist ggf. auch ein Ergebnis, in diesem Fall ist eine Begründung erforderlich). Hierbei ist

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}_{2 \times 3} ; B = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 1 & 0 & 0 \\ 5 & 0 & 0 \end{pmatrix}_{3 \times 3} ; C = \begin{pmatrix} 5 & 10 & 4 \\ 1 & 2 & 5 \end{pmatrix}_{2 \times 3}$$

(a)  $(C^T \cdot A) + B$

(b)  $C^{-1}$

**Aufgabe 3**

Bei weiterem Platzbedarf: Anhang verwenden und dann bitte darauf hinweisen

- [2] (a) Bestimmen Sie aus dem folgenden Schlusstableau eines Gauß-Jordan-Algorithmus die Lösungsmenge  $L_b$  des zugehörigen linearen Gleichungssystems  $A \cdot x = b$ .

$$\begin{array}{ccc|c} x_1 & x_2 & x_3 & b \\ \hline 3 & -1 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{array} \xrightarrow{\text{Gauß-Jordan} \dots} \begin{array}{ccc|c} x_1 & x_2 & x_3 & b^* \\ \hline 1 & 0 & 1/2 & 1/2 \\ 0 & 1 & -1/2 & 1/2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}$$

- [4] (b) Gegeben sei die folgende Matrix

$$B = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 2 \\ -3 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

- (i) Bestimmen Sie die Inverse der Matrix  $B$  mit Hilfe des Gauß-Algorithmus (tabellarisch, mit irgendeinem nachvollziehbaren Protokoll der Lösungsschritte).  
Geprüft wird die Beherrschung der Methode - eine auf anderem (unsystematischen) Weg gefundene Lösung bleibt unbewertet.
- (ii) Berechnen Sie die Lösung des linearen Gleichungssystems

$$B \cdot x = \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}$$

**Aufgabe 4** Bei weiterem Platzbedarf: Anhang verwenden und dann bitte darauf hinweisen

Voraussetzung: Jährliche Verzinsung (Zinseszins) und ein Anfangswert  $K_0 > 0$ .

- [2] (a) Gegeben: Laufzeit  $n = 4$ . Wie hoch ist die erforderliche Rendite  $i = p\%$ , damit der Zielwert  $K_4$  um 60% über dem Anfangswert  $K_0$  liegt?
- [2] (b) Gegeben:  $i = 25\%$  und ein Zielwert  $K_x$ , der 60% über dem Anfangswert  $K_0$  liegt. Erforderliche Laufzeit  $n = ?$   
(d.h. mit der  $n$ -ten Verzinsung soll  $K_n$  erstmals die Bedingung  $K_n \geq K_x$  erfüllen)
- [2] (c) Gegeben: Laufzeit  $n = 4$  und Zinsstaffel 20%, 20%, 0%, 44%. Berechnen Sie den Zielwert  $K_4$  bei einem Anfangswert von  $K_0 = 10000$  und den effektiven Zinssatz  $i_{\text{eff}}$ .

Hilfswerte:  $1.6^{\frac{1}{4}} \approx 1.13$ ,  $\ln 1.25 \approx 0.22$ ,  $\ln 1.6 \approx 0.47$ ,  $144^2 = 20736$ ,  $\ln 2.5 \approx 0.92$

**Aufgabe 5**

Bei weiterem Platzbedarf: Anhang verwenden und dann bitte darauf hinweisen

- [3] Überprüfen Sie, ob für die folgende Funktion  $f$  an der „Nahtstelle“  $x_0 = 0$  der Grenzwert existiert:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{(x+1)^2 - 4 \cdot (1+x)}{x^2 - 3} & \text{für } -1 \leq x \leq 0 \\ \ln((x+2)^3 + x) & \text{für } 0 < x \leq 1 \end{cases}$$

**Aufgabe 6**

Bei weiterem Platzbedarf: Anhang verwenden und dann bitte darauf hinweisen

Gegeben  $f(x) = e^x \cdot (x^2 - 4 \cdot x - 4) + 5$  mit  $D(f) = [-1, 0]$ . Beachte: 1. Ableitung ist gegeben!  
 $f$  hat die Ableitung  $f'(x) = e^x \cdot ((x - 1)^2 - 9)$ .

- [2](a) Bestimmen Sie auf Basis dieser Information alle lokalen Maximal- und Minimalpunkte (Maximal- bzw. Minimalstellen und zugehörige Funktionswerte) von  $f$  über dem Definitionsbereich.
- [3](b) Untersuchen Sie auf globale Maximal- und Minimalpunkte (Maximal- bzw. Minimalstellen und zugehörige Funktionswerte) von  $f$  über dem Definitionsbereich.
- [1](c) Geben Sie den globalen Minimalpunkt von  $g(x) = \ln(f(x))$  über dem Definitionsbereich  $D(f)$  an (bitte mit Begründung).

Gegeben sei die Funktion  $f : [1, 5] \rightarrow \mathbb{R}$  mit

$$f(t) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{t}} & \text{für } 1 \leq t \leq 4 \\ e^{2-t} & \text{für } 4 < t \leq 5 \end{cases}.$$

Für  $1 \leq x \leq 5$  sei  $F(x) := \int_1^x f(t) dt$ .

- [2] (a) Berechnen Sie  $F(4)$ .  
[3] (b) Berechnen Sie  $F(x)$  für  $x \in ]4, 5]$ .



- [4] Berechnen Sie für die Funktion  $f(x, y) = e^{x \cdot y^2}$  ( $x \in \mathbb{R}, y \in \mathbb{R}$ )  
die partiellen Ableitungen  $f'_x, f'_y$ , sowie  $f''_{xx}, f''_{yy}$ .

**Aufgabe 9**

Bei weiterem Platzbedarf: Anhang verwenden und dann bitte darauf hinweisen

- [5] Betrachten Sie die Nachfragefunktion  $f(x, y) = 200 \cdot x^{-1} \cdot y^4$  mit Preis  $x > 0$  und mittlerem Einkommen  $y > 0$ . Weiterhin sei die Basisstelle  $(x_0, y_0)$  mit  $x_0 = 50$  und  $y_0 = 10$  vorgegeben.
- Bestimmen Sie die Preiselastizität  $\mathcal{E}_x^f$  und die Einkommenselastizität  $\mathcal{E}_y^f$  an der obigen Basisstelle.
  - Geben Sie eine Abschätzung für die relative Veränderung der Funktion  $f$  an der obigen Basisstelle, wenn sich dort der Preis um 1% erhöht und das mittlere Einkommen um 2% vermindert.

**Aufgabe 10**

Bei weiterem Platzbedarf: Anhang verwenden und dann bitte darauf hinweisen

[8] Untersuchen Sie die Funktion

$$f(x, y) = y \cdot x^2 \quad (x, y \in \mathbb{R})$$

auf (lokale) Extremwerte unter der Nebenbedingung  $2 \cdot x + y = 9$ .(Ggf. angeben: Extremalstellen und die zugehörigen Funktionswerte)**Formel für die berandete Hesse-Determinante:**

$$\begin{aligned} & D(x, y, \lambda) \\ := & (f''_{xx}(x, y) + \lambda \cdot b''_{xx}(x, y)) \cdot (b'_y(x, y))^2 - 2 \cdot (f''_{xy}(x, y) + \lambda \cdot b''_{xy}(x, y)) \cdot b'_x(x, y) \cdot b'_y(x, y) \\ & + (f''_{yy}(x, y) + \lambda \cdot b''_{yy}(x, y)) \cdot (b'_x(x, y))^2 \end{aligned}$$