

Mathematik für Ökonomen – SS 2026 – Campus Duisburg

Prof. Dr. V. Krätschmer/Dr. Rene Simon, Fakultät für Mathematik

Klausur Mathematik für Ökonomen

28.07.2026, 09:00-11:00 Uhr (120 Minuten)

- Erlaubte **Hilfsmittel**: Nur reine Schreib- und Zeichengeräte.
Der Einsatz anderer Hilfsmittel – so z.B. schriftliche Unterlagen, elektronische Geräte wie **Smartphone, Uhren** oder **Rechner jeder Art** – wird ohne genauere Prüfung der tatsächlichen Verwendung als Täuschungsversuch gewertet.
- Die Klausur muss **geheftet** bleiben.
- Bei **Klausurunterbrechung** müssen die Klausur und ein Ausweis bei der Aufsicht hinterlegt werden. Eine (gehäufte) vorzeitige Abgabe stört. In den letzten 30 Minuten ist daher **keine vorzeitige Abgabe** möglich.
- Während der Klausur können **keine Fragen** zu den Aufgaben gestellt werden, die Aufgabenstellung entspricht genau der frühzeitig angekündigten und geübten Form.

Die Klausur besteht aus **8 Aufgaben**,
dabei sind die erreichbaren Punkte auf dem Deckblatt und zusätzlich auch an jeder Aufgabe
kenntlich gemacht. Insgesamt sind **50 Punkte** erreichbar.

Ab erreichten **23 Punkten** ist die Klausur bestanden, **gutes Gelingen!**

Platznummer

Matrikelnummer

Name

Vorname

Geburtsdatum _____

Ich habe obige Punkte gelesen.

Meine Personendaten habe ich korrekt angegeben:

Unterschrift _____

NUR für Teilnehmer im DRITTEN Versuch, die eine frühzeitige Bestehensbenachrichtigung wünschen.
Direkte eMail-Adresse (bitte gut lesbar):

Einträge der Klausuraufsicht:

Unterbrechungen

Abgabe

Korrekturabschnitt!

[Seite 1 von 9]

Thema: Lineare Ungleichungssysteme

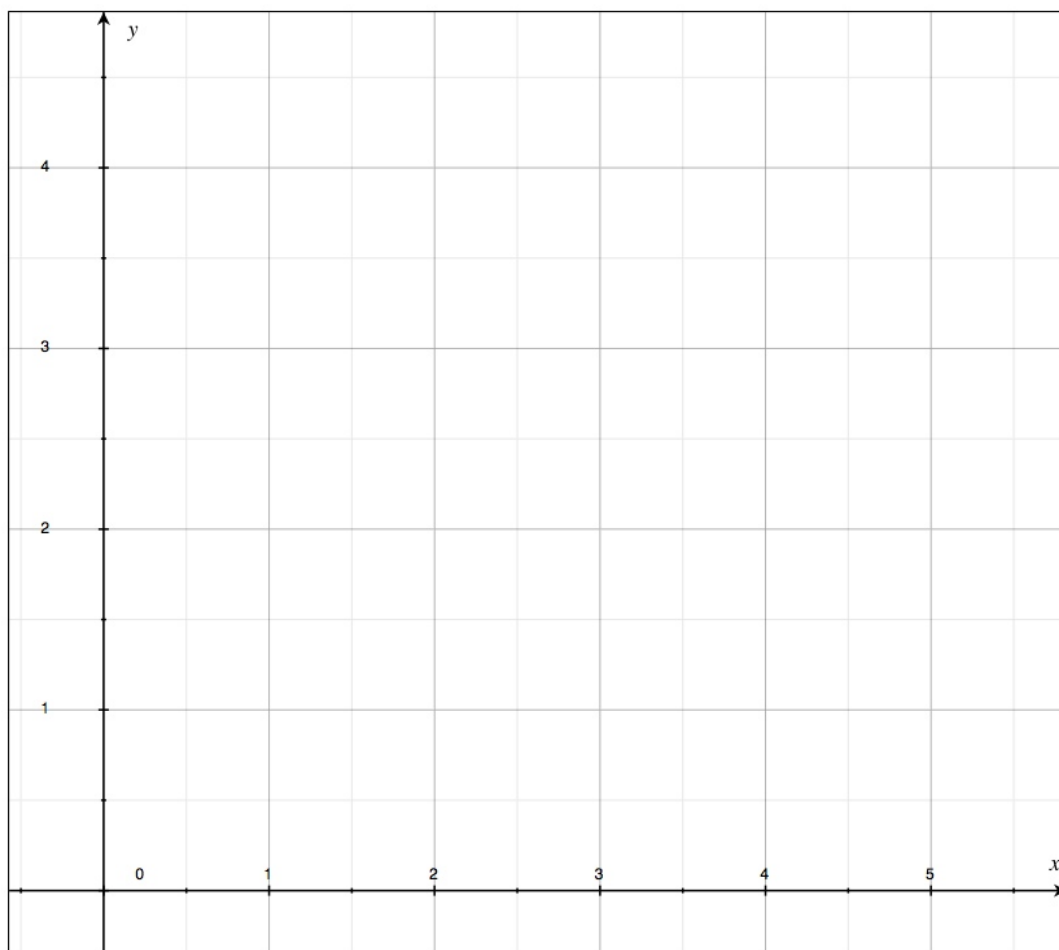
[3] Bestimmen Sie die Lösungsmenge L des folgenden Ungleichungssystems und skizzieren Sie sie:

(1) $2 \cdot y + x \leq 9$

(2) $y - 4 \cdot x \leq 0$

(3) $y - x \geq -2$

(4) $y + x \geq 3$



(Ersatzvorlage siehe Anhang)

Thema: Rechnen mit Matrizen

[5] Führen Sie die folgenden Matrixoperationen aus („nicht definiert“ ist ggf. auch ein Ergebnis, in diesem Fall ist eine Begründung erforderlich). Hierbei ist

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}_{3 \times 3} ; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}_{3 \times 3} ; \quad C = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 5 \\ 6 & 0 & -15 \\ 4 & 4 & 10 \end{pmatrix}_{3 \times 3}$$

(a) $A^T \cdot (B + A)$

(b) C^{-1}

(c) $(C^T)^{-1}$

Thema: Anwendungen des Gauß-Jordan-Algorithmus

- [3] (a) Bei der Anwendung des Gauß-Jordan-Algorithmus zur Lösung eines linearen Gleichungssystems $A \cdot x = b$ erhält man folgendes Schlußtableau.

x_1	x_2	x_3	x_4	b		x_1	x_2	x_3	x_4	b^*
3	3	3	3	12	$\xrightarrow{\text{Gauß-Jordan}} \dots \xrightarrow{\quad}$	1	0	1	2	7
2	3	2	1	5		0	1	0	-1	-3
4	5	4	3	13		0	0	0	0	0

- (i) Bestimmen Sie aus dem Schlußtableau die Lösungsmenge L_b des linearen Gleichungssystems.
- (ii) Bestimmen Sie die Werte von x_3 und x_4 , so dass Sie einen Lösungsvektor $(x_1, x_2, x_3, x_4)^T$ des linearen Gleichungssystems erhalten mit $x_1 = 2$ und $x_2 = -1$.
- [5] (b) Gegeben sei die folgende Matrixgleichung, wobei Y unbekannt ist:

$$\underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 5 \\ -1 & 1 & -4 \end{pmatrix}}_A \cdot Y = \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}}_B$$

- (i) Welche Dimension besitzt Y ?
- (ii) Bestimmen Sie mit Hilfe des GJ-Algorithmus die allgemeine Lösung für Y .

Thema: Zinsrechnung

Voraussetzung: Jährliche Verzinsung (Zinseszins) und ein Anfangswert $K_0 > 0$.

- [2] (a) Gegeben: Laufzeit $n = 5$. Wie hoch ist die erforderliche Rendite $i = p\%$, damit der Zielwert K_5 um 20% über dem Anfangswert K_0 liegt?
- [2] (b) Gegeben: $i = 10\%$ und ein Zielwert K_x , der 20% über dem Anfangswert K_0 liegt. Erforderliche Laufzeit $n = ?$
(d.h. mit der n -ten Verzinsung soll K_n erstmals die Bedingung $K_n \geq K_x$ erfüllen)
- [2] (c) Gegeben: Laufzeit $n = 5$ und Zinsstaffel 10%, 0%, 10%, 21%, 10%. Berechnen Sie den Zielwert K_5 bei einem Anfangswert von $K_0 = 100000$ und den effektiven Zinssatz i_{eff} .

Hilfswerte: $1.2^{\frac{1}{5}} \approx 1.04$, $\ln 1.25 \approx 0.22$, $\ln 1.2 \approx 0.18$, $11^5 = 161051$, $\ln 1.1 \approx 0.1$

Thema: Optimierungsaufgaben mit 1 Variablen

Gegeben $f(x) = (2 \cdot x^2 + \frac{1}{2}) \cdot (\ln(4 \cdot x^2 + 1) - \ln(2)) - (2 \cdot x^2 + \frac{1}{2})$ mit $D(f) = [-1/2, 1/2]$.

Beachte: 1. Ableitung ist gegeben!

f hat die Ableitung $f'(x) = 4 \cdot x \cdot \ln(2 \cdot x^2 + \frac{1}{2})$.

- [5](a) Bestimmen Sie auf Basis dieser Information alle lokalen Extrempunkte (Extremalstellen und zugehörige Funktionswerte) von f über dem Definitionsbereich.
- [2](b) Untersuchen Sie auf globales Extrempunkte (globale Extremstellen und Funktionswerte) von f über dem Definitionsbereich $D(f)$.

Thema: Elementare Berechnung von Integralen

Gegeben sei die stückweise stetige Funktion $f : [0, \infty[\rightarrow \mathbb{R}$ mit

$$f(t) = \begin{cases} 6 \cdot t^2 + 4 \cdot t + 3 & \text{für } 0 \leq t \leq 2 \\ \frac{1}{t^2} & \text{für } t > 2 \end{cases}.$$

Für $x \in [0, \infty[$ sei die Funktion F definiert durch $F(x) := \int_0^x f(t) \, dt$.

[3] (a) Berechnen Sie $F(2)$.

[3] (b) Berechnen Sie $F(x)$ für $x > 2$.

[2] (c) Berechnen Sie das uneigentliche Integral $\int_0^\infty f(t) \, dt$.

Thema: Partielle und totale Marginalanalyse

[5] Die Gesamtnachfrage eines Gutes im EU-Wirtschaftsraum sei modelliert durch die Funktion $f(x, y) = 10 \cdot x^3 \cdot y^{-2}$ mit mittlerem Einkommen $x > 0$ und Preis $y > 0$. Weiterhin sei die Basisstelle (x_0, y_0) mit $x_0 = 10$ und $y_0 = 40$ vorgegeben.

- (a) Bestimmen Sie die Einkommenselastizität $\mathcal{E}_x^f$ und die Preiselastizität $\mathcal{E}_y^f$ an der obigen Basisstelle.
- (b) Geben Sie eine Abschätzung für die relative Veränderung der Funktion f an der obigen Basisstelle, wenn sich dort der Preis um 1% erhöht und das mittlere Einkommen um 2% vermindert.

Thema: Optimierungsaufgaben mit 2 Variablen (mit oder ohne Nebenbedingung)

[8] Untersuchen Sie die Funktion

$$f(x, y) = 2 \cdot x^2 + 2 \cdot x^2 \cdot y + y^2 \quad (x > -1, y < 1)$$

auf (lokale) Extremwerte und Sattelpunkte.

(Ggf. angeben: Extremalstellen, Sattelpunktstellen und die zugehörigen Funktionswerte)