

Analysis I, Übung 15

Aufgabe 1. Die Regeln von de l'Hospital

Berechnen Sie die folgenden Grenzwerte mit den Regeln von de l'Hospital (Bemerkung: zwei der drei Grenzwerte haben wir auch schon auf Blatt 12 relativ mühsam ohne diese Regeln berechnet)!

$$(a) \lim_{y \rightarrow +\infty} \frac{y}{e^y}, \quad (b) \lim_{t \rightarrow 0^+} t \log t, \quad (c) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^x - x}{1 - x + \log x}.$$

Aufgabe 2.

Bestimmen Sie die Supremumsnorm der folgenden Funktionen:

$$(a) f(x) = x^3 - x \text{ auf } [-1, 1], \quad (b) f(x) = \frac{x^2}{x^2 + 1} \text{ auf } \mathbb{R}, \quad (c) f(x) = |\log x| - 1 \text{ auf } [\frac{1}{e}, 9].$$

Aufgabe 3.

Beweisen Sie, dass die folgenden Reihen gleichmäßig auf \mathbb{R} konvergieren:

$$(a) f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\log(1 + |nx|)}{(n^3 + 1)(x^2 + 1)}, \quad (b) f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x}{e^{|x|^n} \cdot n}.$$

Sind die Funktionen f auf \mathbb{R} stetig?

Sie brauchen sich zur Klausur nicht extra anzumelden. Allerdings kann die Nachklausur nur mitgeschrieben werden, falls Sie an der 1. Klausur teilgenommen haben. In begründeten Fällen kann es Ausnahmen geben, insbesondere bei Krankheit. Dann legen Sie bitte ein Attest vor.

Vorbereitung zur Klausur:

- Sprechstunden der Übungsgruppenleiter wahrnehmen.
- Herr Lehlich ist im LUDI vom 8.2 bis 12.2. ansprechbar.