

Analysis I, Übung 4

Aufgabe 1.

Bestimmen Sie das Supremum und das Infimum der folgenden Mengen:

(a) $A = \left\{ \frac{1}{m} + \frac{1}{n} : m, n - \text{natürliche Zahlen} \right\},$

(b) $B = \left\{ \frac{x^2 + y^2}{xy} : x > 0, y > 0 \right\},$ (c) $C = \left\{ \frac{xy}{x^2 + y^2} : x > y > 0 \right\}.$

Aufgabe 2.

Skizzieren Sie den Graph der folgenden Funktion.

(a) $f(x) = \sup \{xa : a \in (1, 4)\},$ (b) $f(x) = \inf \{|x + a| : a \in (2, \infty)\}.$

Aufgabe 3. Vollständigkeit und Einführung der reellen Zahlen

Zur Motivation der Aufgabe: Die Vollständigkeit ist *die* Eigenschaft der reellen Zahlen, die eine vernünftige Analysis erst ermöglicht. Viele Sätze, die Sie in den kommenden Monaten erwarten, beruhen auf der Vollständigkeit und wären daher in der Menge der rationalen Zahlen nicht gültig. Dazu dann aber mehr an Ort und Stelle.

- (a) Wie wurden irrationale Zahlen in der Schule **motiviert** und **eingeführt**? Schlagen Sie dazu in (Ihrem) Schulbuch aus der 9. Klasse nach (dazu müssen Sie es auch in die Übung mitbringen)! Inwiefern wird die Vollständigkeit benutzt, ohne sie jedoch explizit zu machen? Gibt es Veranschaulichungshilfen?
- (b) Wie wurden irrationale Zahlen in der Vorlesung **motiviert** und **eingeführt**?
- (c) Welche Motivation halten Sie für *ehrlicher* im Sinne von *natürlicher*? Wieso gibt es diese Unterschiede in den Zugängen in Schule und Uni? Was sind (mögliche) Vor- bzw. Nachteile?

Hausaufgaben

Abgabe bis zum 17.11.2009 (Dienstag), 10:00 Uhr in T03 R03 in den Übungskasten Nr. 6. Bitte benutzen Sie weißes Papier und achten Sie auf Handschrift, Leserlichkeit und Grammatik. Bitte begründen Sie Ihr Vorgehen. Rechnungen ohne Begründung sind wertlos.

Aufgabe 1. (3 Punkte)

Bestimmen Sie das Supremum und das Infimum der folgenden Mengen:

(a) $A = \left\{ \frac{x}{x+1} : x > 0 \right\},$ (b) $B = \{x^2 + (xy - 1)^2 : x, y \in \mathbb{R}\}.$

Aufgabe 2. (3 Punkte)

Skizzieren Sie den Graph der Funktion $f(x) = \sup \{|x - a| : a \in (-1, 1)\}.$

Aufgabe 3. (3 Punkte)

- (a) Die Zahlen $a + b, b + c, c + a$ sind rational. Kann man daraus schließen, dass a, b und c rational sind?
- (b) Die Zahlen $a + b, b + c, c + d, d + a$ sind rational. Kann man daraus schließen, dass a, b, c und d rational sind?

Begründen Sie Ihre Antwort!

Bitte wenden!

Der neue Raum für die Globalübung (ab 9.11): S04 T01 A02.

Der Fachschaftsrat informiert:

Wir vom Fachschaftsrat Mathematik möchten euch die Möglichkeit bieten, uns und eure Kommilitonen besser kennenzulernen. Daher wollen wir am 19.11.09 ab 18 Uhr im Joey's unter dem Cinemaxx am Berliner Platz mit euch bowlen gehen. Für einen Unkostenbeitrag von 6,50 Euro bekommt ihr Schuhe gestellt und könnt 3 Spiele machen. Damit wir planen können, müsst ihr euch bis zum 12.11.09 mit oben genanntem Betrag bei einem der Fachschaftsratsmitglieder im Fachschaftsraum anmelden. Wir sitzen in T03R01D60, direkt gegenüber des LuDi. Kommt einfach vorbei!

Euer Fachschaftsrat