

Analysis I, Übung 9

Aufgabe 1.

Entscheiden Sie, ob die Mengen A beschränkt, offen, abgeschlossen oder kompakt sind:

$$(a) A = \bigcup_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{1}{n} \right\}, \quad (b) A = \bigcup_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n+1}, \frac{1}{n} \right), \quad (c) A = \mathbb{Q} \text{ (die Menge aller rationalen Zahlen).}$$

Aufgabe 2.

Bestimmen Sie alle reellen Zahlen x_0 , in denen die Funktion f stetig ist.

$$(a) f(x) = [x], \quad (b) f(x) = [x] \cdot (1-x).$$

Aufgabe 3.

Mithilfe der ε - δ -Definition beweisen Sie, dass die Funktion $f(x) = 1/x$ auf dem Intervall $(0, +\infty)$ stetig ist.

Hausaufgaben

Abgabe bis zum 22.12.2009 (Dienstag), 10:00 Uhr in T03 R03 in den Übungskästen Nr. 6. Benutzen Sie ausschließlich weißes Papier und achten Sie auf ordentliche Handschrift, Leserlichkeit, Grammatik und Übersicht. Bitte begründen Sie Ihr Vorgehen. Rechnungen ohne Begründung sind wertlos.

Beschriften Sie die Blätter nur einseitig und tackern sie zusammen (nicht heften oder abheften). Ab jetzt werden Hausübungen auf kariertem Papier etc. nicht mehr korrigiert.

Aufgabe 1. (3 Punkte)

Sei $f: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ gegeben durch

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x-7} - \frac{8}{x^2-6x-7} & \text{für } x \neq 7 \\ a & \text{für } x = 7. \end{cases}$$

Kann die Zahl a so gewählt werden, dass f auf dem Intervall $(0, \infty)$ stetig ist? Begründen Sie Ihre Antwort.

Aufgabe 2.

Bestimmen Sie alle reellen Zahlen x_0 , in denen die Funktion f stetig ist.

$$(a) f(x) = \begin{cases} x & \text{für } x \in \mathbb{Q} \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}, \quad (b) f(x) = x(x - [x]) \text{ (3 Punkte).}$$

Aufgabe 3. Stetigkeit (3 Punkte)

Unpräzise Formulierungen mathematischer Begriffe können manchmal zu falschem Verständnis führen. So ist es auch mit der Formulierung: „Stetige Funktionen sind solche, die man in einem Stück durchzeichnen kann“. Betrachten Sie dazu folgende Funktionen:

- (a) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f(x) = -1$ für $x < \sqrt{2}$ und $f(x) = 1$ für $x \geq \sqrt{2}$.
- (b) $g: \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{R}$ mit $g(x) = -1$ für $x < \sqrt{2}$ und $g(x) = 1$ für $x \geq \sqrt{2}$.

Zeichnen Sie die Funktionsgraphen und untersuchen Sie die beiden Funktionen auf Stetigkeit!

Bitte wenden!

Info der Fachschaft Mathematik

Am 17.12.09 findet wieder unsere alljährliche Weihnachtsfeier ab 18.03 im Fachschaftsraum statt. Um zahlreiches Erscheinen würden wir uns sehr freuen. Wichtig zu wissen: Wer nach 20:00 kommen will, der muss jemandem Bescheid geben, der schon auf der Party ist, da die Tür unten dann nur noch von innen zu öffnen ist. Also notiert euch die Fachschaftsnummer: 0201 / 183 – 2501

Bis spätestens dann,
Michaela Knevels