

Versuch B11: Elektronenbeugung

1. Literatur: Gerthsen, Kneser, Vogel: Physik
Bergmann-Schaefer: Experimentelphysik III, Optik
Schpolski: Atomphysik I

Stichworte: Materiewellen, De Broglie-Wellenlänge, Elektronenbeugung
BraggReflexion, Kristallgitter von Graphit, Netzebenen

2. Grundlagen

Treffen Elektronenstrahlen auf Materie, so werden sie infolge der Coulombwechselwirkung am elektrischen Potenzial der Atomhüllen und -kerne gestreut. Sind die Atome in räumlich periodisch geordneten Strukturen wie z.B. Kristallen angeordnet, so zeigt das Experiment, dass die Elektronen bevorzugt in bestimmte Richtungen gestreut werden. Diese Richtungen hängen einerseits von der Struktur des Kristall selbst sowie von der Richtung des Elektronenstrahls bezogen auf die Kristallachsen ab, andererseits aber auch von der kinetischen Energie der Elektronen. Es werden Streumuster beobachtet, welche den *Beugungsbildern* des sichtbaren Lichts an optischen Gittern bzw. denen von Röntgenstrahlen an (eben solchen) Kristallen entsprechen (vergl. Versuche D7: *Beugung am Gitter* sowie B10: *Versuch mit Röntgenstrahlen*). Man nennt diese (elastische) Streuung daher *Elektronenbeugung*. Da die Beugungsbilder des sichtbaren Lichts wie der Röntgenstrahlen auf der *Interferenz von Wellen* beruhen, besitzen offenbar auch Materiestrahlen wie Elektronen selbst *Welleneigenschaften*.

Im vorliegenden Versuch wird das Beugungsbild von Elektronen nach Transmission durch eine dünne polykristalline Graphitfolie ausgemessen. Es werden daraus bestimmte Abstände in der bekannten hexagonalen Kristallstruktur von Graphit bestimmt und mit den Literaturwerten verglichen.

2.1 Wellennatur des Elektrons

Im Jahre 1924 stellte *L. De Broglie* die Hypothese auf, dass der Welle-Teilchen-Dualismus (vergl. Versuch D4: *Photoelektrischer Effekt*) nicht eine Besonderheit der optischen Erscheinungen allein ist, sondern dass auch Masseteilchen Welleneigenschaften zuzuschreiben sind. Dieser von ihm quantitativ formulierte Zusammenhang zwischen den physikalischen Eigenschaften von Masseteilchen und Wellen (s.u.) ist darauf 1927 durch Streuexperimente von *Davission* und *Germer* mit Elektronen an Nickel-Einkristallen in seiner Gültigkeit bestätigt worden.

Einem materiellen Teilchen, z.B. einem Elektron der Masse m , das sich im feldfreien Raum gleichförmig mit der Geschwindigkeit v bewegt, sind nicht nur im Teilchenbild eine Energie E und ein Impuls p zugeordnet sondern auch im Wellenbild eine Frequenz ν und eine Wellenlänge λ . Impuls p und Wellenlänge λ sind nach der *De Broglie-Beziehung* verknüpft:

$$p = \frac{h}{\lambda} \quad \text{bzw.} \quad \lambda = \frac{h}{mv} \quad (1)$$

Die Konstante h ist die Plancksche Konstante.

Werden z.B. in einer Elektronenröhre (einem mit Elektroden, Kathode, Anode, etc. versehenen evakuierten Glasbehälter) Elektronen aus der elektrisch beheizten Kathode, d.h. durch thermische Emission, freigesetzt und durch eine zwischen Kathode und Anode angelegte elektrische Spannung U beschleunigt, besitzen sie nach Durchlaufen des Potenzialgefälles zwischen Kathode und Anode die kinetische Energie

$$E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} m v^2 = eU \quad (2)$$

Auflösen von Gl. (2) nach v und Einsetzen in Gl. (1) liefert für die Wellenlänge λ der beschleunigten Elektronen:

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2meU}} = \frac{1225}{\sqrt{U/V}} \text{ pm} \quad (3)$$

Für den Zahlenwert von λ als Funktion der Beschleunigungsspannung U (in V) wurde in Gl. (3) die Ruhmasse des Elektrons eingesetzt. Für große Beschleunigungsspannungen U liefert eine genauere, relativistische Rechnung die Näherungsformel:

$$\lambda = \frac{1225}{\sqrt{U/V}} (1 - 0,489 \cdot 10^{-6} U/V) \text{ pm} \quad (3a)$$

Die im vorliegenden Versuch benutzte maximale Beschleunigungsspannung beträgt 10 kV. Einsetzen dieser Spannung in Gl. (3) liefert $\lambda = 12,25 \text{ pm}$;

Einsetzen in Gl. (3a) liefert eine lediglich um 0,5 % geringere Wellenlänge $\lambda = 12,19 \text{ pm}$. Für die Bestimmung der Wellenlänge der beschleunigten Elektronen kann daher im vorliegenden Versuch die nichtrelativistische Rechnung, Gl. (3), benutzt werden.

2.2 Bragginterferenz gebeugter Elektronenstrahlen

Die Beugung der Elektronenwellen durch Materie beruht auf der Streuung der elektrisch geladenen Elektronen am Coulomb-Potenzial seiner Atome. Diese Streuung ist sehr stark, so dass nur vergleichsweise dünne Objekte mit Schichtdicken der Größenordnung $< \mu\text{m}$ durchstrahlt werden können. Jedes einzelne Elektron eines sich in eine bestimmte Richtung ausbreitenden parallelen monoenergetischen Elektronenstrahlbündels erzeugt ein kohärentes ebenes Wellenfeld mit der durch Gl. (3) festgelegten Wellenlänge.

Die streuende Substanz, welche für einen Kristall aus räumlich periodisch angeordneten Atomen bzw. Atomgruppen besteht, erzeugt an den Orten seiner Streuzentren jeweils Kugelwellen, die sich im Raum überlagern und ein der räumlich periodischen Struktur des Kristalls entsprechendes Interferenzmuster bilden. Für die Beobachtung dieses Musters ist wichtig, dass die Abstände benachbarter Atome von der Größenordnung der Wellenlänge der Elektronenstrahlen sind, also hier etwa 10 bis etwa 200 pm betragen.

Abb. 1 verdeutlicht den für die Interferenz der gestreuten Wellen wichtigen Zusammenhang zwischen dem räumlichen Abstand d der streuenden Atome und der Phasendifferenz der gestreuten Wellen am einfachen Beispiel eines (primitiven) kubischen Kristallgitters, bei dem sich die Zentren der Atome jeweils an den Eckpunkten zusammengelagerter Würfel der Kantenlänge d befinden.

Elektronen der Wellenlänge λ treffen unter einem Winkel θ auf die von den Würfelflächen gebildeten parallelen *Netzebenen* des Kristalls. Sog. *Braggsche Reflexion* (W.H. und W.L. Bragg), d.h. Intensitätsverstärkung der unter dem Winkel θ ausfallenden bzw. um den Winkel 2θ gestreuten Strahlen erfolgt nur dann, wenn der Gangunterschied der Wellenfronten (Phasen) der von benachbarten Netzebenen gestreuten Elektronen gleich einem ganzzahligen Vielfachen n der Wellenlänge λ ist. Der Gangunterschied berechnet sich in einfachster Weise aus den geometrischen Verhältnissen entsprechend Abb. 1. Es gilt:

$$n\lambda = 2d\sin\theta_n \quad \text{Braggsche Gleichung} \quad (4)$$

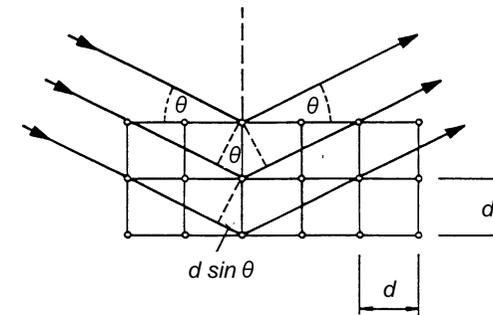


Abb.1: Braggsche Reflexion am Einkristall

Mit Braggscher Reflexion kann also der Netzebenenabstand d eines unbekanntes Gitters bestimmt werden, wenn die Wellenlänge λ des verwendeten Elektronenstrahls bekannt ist, oder umgekehrt λ , wenn der Netzebenenabstand d des verwendeten Kristalls bekannt ist.

2.3 Bragginterferenz am Graphitgitter

Abb. 2 zeigt das Schema des Kristallgitters von Graphit. Es stellt ein Schichtengitter mit hexagonaler Struktur dar. Innerhalb der (hier) horizontalen

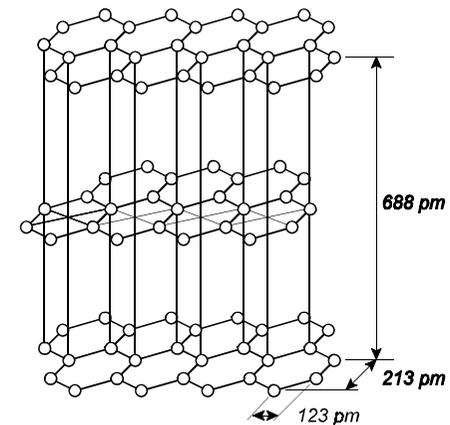


Abb.2: Kristallgitter von Graphit schematisch mit Angabe wesentlicher Netzebenenabstände

Ebenen sind die Abstände der Kohlenstoffatome wesentlich geringer als senkrecht zur jeweils benachbarten Ebene. Mit den im Versuch benutzten Beschleunigungsspannungen (5 - 10 kV) sind für die Elektronenbeugung nur solche Netzebenen wesentlich, deren Normalen parallel zu den horizontalen Ebenen liegen.

Abb. 3 zeigt eine Schichtenebene des Graphitgitters mit den für die Elektronenbeugung wichtigsten Netzebenenabständen, die nachfolgende Tabelle gibt die Abstände d_1 bis d_5 der Netzebenen an.

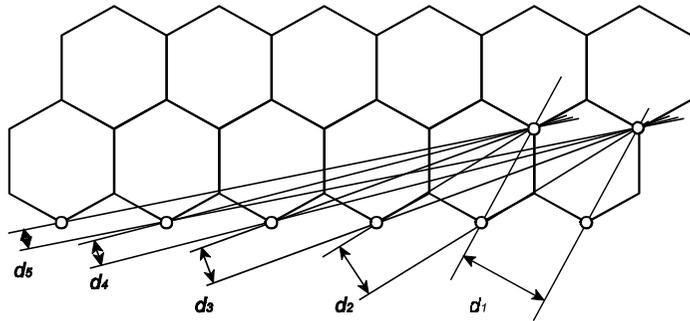


Abb. 3: Netzebenenabstände d_1 - d_5 des Graphitgitters

i	1	2	3	4	5
d_i (pm)	213	123	80,5	59,1	46,5

Tab. 1: Netzebenenabstände des Graphitgitters

Im vorliegenden Versuch besteht die Graphitfolie aus einem Polykristall, bei dem kleine Einkristalle mit regelloser relativer Orientierung zusammengelagert sind. Es sind daher für eine gegebene Beschleunigungsspannung bzw. Wellenlänge der Elektronen nur ein Bruchteil aller Kristallite der Folie so orientiert, dass sie die Bedingung der konstruktiven Interferenz, $\theta(d,\lambda)$, Gl. (4), erfüllen. Die von diesen Kristalliten gestreuten Elektronen bilden einen Konus mit Streuwinkel 2θ um die Einfallsrichtung des Elektronenstrahls. Das auf einem Leuchtschirm sichtbare Interferenzbild der Elektronen besteht daher aus konzentrisch liegenden hellen Ringen, deren Durchmesser vom Abstand Folie - Schirm und vom Streuwinkel 2θ abhängt (s.u.). Abb. 4 zeigt ein solches Beugungsbild von Elektronen nach Transmission durch polykristallinen Graphit. Deutlich sind hier lediglich zwei helle Ringe zu erkennen.



Abb. 4: Elektronenbeugungsbild von polykristallem Graphit

3. Aufgabenstellung

Aus den mit einer Elektronenröhre erzeugten Beugungsbildern von polykristallem Graphit sind für verschiedene Beschleunigungsspannungen der Elektronen die Radien der Beugungsringe und daraus die Netzebenenabstände des Graphitgitters zu bestimmen und mit den Literaturwerten zu vergleichen.

4. Versuchsaufbau

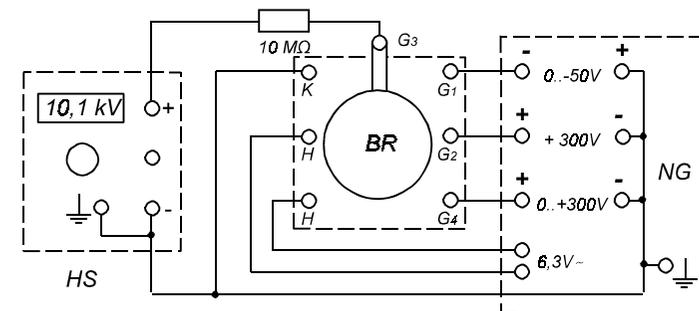


Abb. 5: Schaltschema der elektrischen Anschlüsse der Elektronenbeugungsröhre BR mit Kathode K, Heizung H, Gitterelektroden G_1 - G_4 sowie Hochspannungsquelle HS und Netzgerät NG

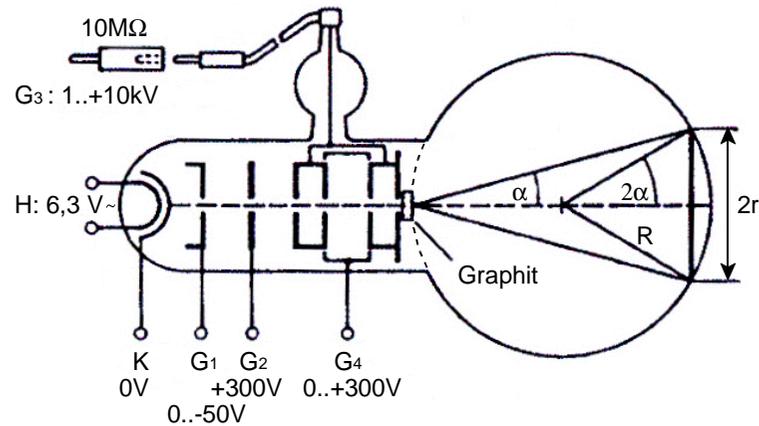


Abb. 6: Elektronenbeugungsröhre im Längsschnitt mit Anschlüssen Heizung H, Kathode K, Gitter $G_1 - G_4$

Abb. 5 zeigt die Beschaltung der Elektronenbeugungsröhre, Abb. 6 die Röhre im Längsschnitt. Der aus der Kathode thermisch emittierte Elektronenstrahl wird durch die zwischen Kathode und die Gitter G_1, G_2 und G_4 gelegten Spannungen im wesentlichen gebündelt, durch die zwischen Kathode und Anode (G_3) über einen Schutzwiderstand ($10\text{ M}\Omega$) angelegte Hochspannung beschleunigt. Er trifft auf die Graphitfolie, welche so positioniert ist, dass sie an der inneren Oberfläche des kugelförmigen Teils (Durchmesser $2R = 127 \pm 3\text{ mm}$) der Röhre liegt. Die unter dem Winkel $\alpha = 2\theta$ gebeugten Elektronen treffen auf der der Folie gegenüberliegenden Seite der Glaskugel auf einen Fluoreszenzschirm, wo sie einen hellen Kreisring mit Radius r bilden. Es gilt:

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha = \frac{r}{R} \quad (5)$$

Für kleine Radien r ($r_{\max} \approx 30\text{ mm}$); $R = (63,5 \pm 1,5)\text{ mm}$ folgt: $2\alpha_{\max} = 28^\circ$; $\cos \alpha_{\max} = 0,97 \approx 1$. (max. 3 % Fehler). Hieraus folgt, dass auch $\cos \theta_{\max} \approx 1$ (max. 1% Fehler), so dass

$$\frac{r}{R} = \sin 2\alpha \approx 2 \sin \alpha = 2 \sin 2\theta \approx 4 \sin \theta \quad (6)$$

Einsetzen in Gl. (4) ergibt in der Näherung, Gl. (6) den einfachen Zusammenhang zwischen dem Radius r des Beugungsringes und der Wellenlänge λ :

$$r = \frac{2R}{d} n \lambda \quad (7)$$

Die Auftragung der gemessenen Radien r_i der Beugungsringe über der von der Beschleunigungsspannung abhängigen Wellenlänge λ ermöglicht es, (für $n = 1$) z.B. aus der Steigung der Ausgleichsgeraden den jeweiligen Netzebenenabstand d_i zu bestimmen.

5. Versuchsdurchführung und Auswertung

Vor Einschalten der Geräte (Hochspannungsquelle HS und Netzgerät NG) ist die Schaltung, Abb.5, zu überprüfen. Es sind zunächst die Einstellungen der Spannungen U_{G1} auf -55 V (Maximum), U_{G2} auf 300 V (fest), U_{G3} (Hochspannung) auf 0 V (linker Anschlag), U_{G4} auf ca. 250 V vorzunehmen. Nach Einschalten der Geräte ist die Hochspannung U_{G3} von Null aus langsam zu erhöhen. Bei geringen Beschleunigungsspannungen U_{G3} ist auf dem Bildschirm zunächst das Abbild des Probenhalters mit der Graphitfolie zu sehen.

Bemerkung: Mit modernen hochauflösenden Elektronenmikroskopen (Campus Duisburg / FB Physik) sind mittels magnetischer Linsen heute Abbildungen mikroskopischer Objekte bis hinab in den Bereich subatomarer Abstände ($< 10^{-10}\text{ m}$) möglich.

Bei weiterer Erhöhung der Beschleunigungsspannung erhellt sich der Bildschirm und es wird ein um das Zentrum orientiertes ringförmiges Beugungsbild der Elektronen sichtbar, deren Radien sich mit zunehmender Spannung verkleinern (s. Gl. (3 u. 7)). Stellen Sie die maximale Beschleunigungsspannung U_{G3} ein.

Variieren Sie nun die Spannung U_{G1} . Diese Spannung des um die Kathode gelagerten sog. *Wehneltzylinders* (s. Abb.6) beeinflusst stark die Fokussierung und Intensität des aus der Kathode austretenden Elektronenstrahls. Es zeigt sich, dass bei maximaler Spannung $U_{G1} = \text{ca. } -55\text{ V}$ (Skala) das Beugungsbild zwar keine maximale Intensität aber einen maximalen Kontrast bietet. Benutzen Sie diese Einstellung U_{G1} für alle nachfolgenden Messungen.

Bestimmen Sie nun mithilfe des auf die Röhrenoberfläche angepassten Lineals die Radien (in mm) der deutlich erkennbaren zwei inneren hellen Beugungsringe sowie der bei maximaler Hochspannung U_{G3} ebenfalls erkennbaren (schwächeren) zwei äußeren Beugungsringe. Bestimmen Sie bei den Messungen gegebenenfalls die inneren und äußeren Radien der Ringe sowie links und rechts getrennt und daraus nachträglich deren Mittelwerte.

Bestimmen Sie nun die Radien r_i der erkennbaren Beugungsringe für die Spannungen U_{G3} zwischen 10 und 6 kV in 1 kV-Intervallen und wiederholen Sie die ganze Messreihe zweimal, wobei die Beobachtung bzw. Registrierung der Messwerte innerhalb der Gruppe auszutauschen ist.

Schätzen Sie in der Auswertung der Messergebnisse den typischen Fehler $\pm \Delta r$ bei der Bestimmung der Ringradien ab. Tragen Sie die Mittelwerte $r_i \pm \Delta r$ (Fehlerbalken) über der aus der jeweiligen Beschleunigungsspannung U_{G3} mit Gl. (3) bestimmten Wellenlänge λ auf. Bestimmen Sie aus der Steigung der entsprechenden Ausgleichsgeraden gem. Gl. (7) für $n = 1$ den jeweiligen Netzebenenabstand d_i des Graphitgitters.

Anmerkung: Im vorliegenden Versuch sind lediglich für zwei Beugungsringe die Radien für alle Spannungen U_{G3} zu ermitteln. Aus den bei hoher Beschleunigungsspannung darüber hinaus beobachtbaren äußeren Beugungsringen können aus den jeweiligen Radien r_i mit Gl. (7) die Netzebenenabstände direkt bestimmt werden.

Vergleichen Sie Ihre Ergebnisse mit den Literaturwerten d_i aus Tabelle 1. Diskutieren Sie mögliche Fehlerquellen für Abweichungen, die deutlich den Fehler infolge der ungenauen Radienbestimmung übersteigen.

6. Fragen zur Selbstkontrolle

- 1) Wie groß ist die Wellenlänge von Elektronen mit kinetischer Energie a) 1keV, b) 10 keV? Von welcher Größenordnung sind die atomaren Abstände in festen Körpern?
- 2) Was ist die Ursache für die Beugung von Elektronen an Kristallen?
- 3) Was versteht man unter einem Einkristall, was unter einem Polykristall?
- 4) Wie lautet die Bedingung für konstruktive Interferenz an Kristallen gebeugter Elektronen (wie auch von Röntgenstrahlen) ?
- 5) Wie lassen sich Elektronen nachweisen bzw. Intensitäten von Elektronenstrahlen bestimmen?
- 6) Wie groß ist der kleinste Abstand der Kohlenstoffatome in Graphit?