

Versuch B14: Millikan-Versuch Bestimmung der elektr. Elementarladung

1. Literatur: Schpolski, Atomphysik, Bd. I
Hellwege, Einführung in die Physik der Atome
Pohl, Elektrizitätslehre
Finkelnburg, Einführung in die Atomphysik
Haken/Wolf, Atom- u. Quantenphysik

Stichworte: Millikan-Experiment, elektr. Ladung des Elektrons, elektr. Feld, Plattenkondensator, Kraftwirkung auf elektr. Ladungen, Stokessche Reibungsformel, Zähigkeit der Luft

2. Grundlagen

Der direkte Nachweis für die Existenz der elektr. Elementarladung und deren Bestimmung gelang zuerst R.A. Millikan im Jahre 1911. Millikan untersuchte in seinem Experiment, das im vorliegenden Versuch nachvollzogen werden soll, die Bewegung kleinster geladener Öltröpfchen unter dem Einfluss der Schwerkraft und der Kraftwirkung eines vertikal gerichteten homogenen elektr. Feldes.

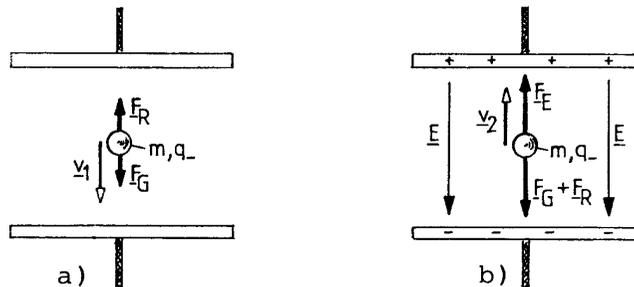


Abb.1: Öltröpfchen im Millikan-Kondensator:
a) ohne elektr. Feld, b) mit elektr. Feld

Das Prinzip des Millikan-Experiments zeigt Abb. 1 schematisch. Mit einem Zerstäuber werden Öltröpfchen (Masse m) in den Luftraum zwischen die horizontal liegenden Platten eines Kondensators gebracht. Mit einem Mikroskop kann die Bewegung der Tröpfchen von der Seite her beobachtet werden. Ein großer Teil der Tröpfchen besitzt infolge der Reibung beim Zerstäubungsvorgang bereits eine

positive oder negative elektr. Ladung q . Mit ionisierender Strahlung (z.B. Röntgenstrahlen) lassen sich die Tröpfchen im Kondensator zusätzlich auf- oder umladen.

Liegt am Kondensator keine elektr. Spannung (Abb. 1a), wirken auf ein Öltröpfchen lediglich die Schwerkraft \underline{F}_G und die Reibungskraft \underline{F}_R infolge seiner Bewegung durch die Luft.

$$\underline{F}_G = m\underline{g} = \frac{4}{3}\pi r^3(\rho_{\text{Öl}} - \rho_{\text{Luft}})\underline{g} = \frac{4}{3}\pi r^3\rho\underline{g} \quad (1)$$

$$\underline{F}_R = -6\pi r\eta\underline{v} \quad (2)$$

Hierbei ist r der Radius des (kugelförmigen) Öltröpfchens mit Masse m , ρ die um die Dichte der Luft (Auftrieb) verminderte Dichte des Öls, η die Zähigkeit der Luft und \underline{v} die Geschwindigkeit des Öltröpfchens. Sind beide Kräfte im Gleichgewicht ($\underline{F}_G + \underline{F}_R = 0$), sinkt das Tröpfchen mit konstanter Geschwindigkeit v_1 :

$$\frac{4}{3}\pi r^3\rho g - 6\pi r\eta v_1 = 0 \quad (3)$$

Liegt am Kondensator eine Spannung U (Abb. 1b), so wirkt infolge des elektr. Feldes \underline{E} zwischen den Kondensatorplatten zusätzlich die Kraft

$$\underline{F}_E = q\underline{E} \quad (4)$$

auf das Öltröpfchen mit Ladung q . Hierbei ist $E = U/d$ und d der Abstand der Kondensatorplatten. Im Gleichgewicht der Kräfte \underline{F}_G , \underline{F}_R und \underline{F}_E wird das Öltröpfchen in Abhängigkeit von seiner Ladung und Größe, sowie der Größe und Richtung des elektr. Feldes mit einer von v_1 abweichenden Geschwindigkeit v_2 sinken oder steigen.

Beschränkt man sich auf negativ geladene Öltröpfchen ($q < 0$), so wird, wenn die obere Kondensatorplatte positiv geladen ist, bei genügend großer Spannung U das Öltröpfchen steigen und es gilt im Gleichgewicht der Kräfte:

$$\frac{4}{3} \pi r^3 \rho g + 6 \pi r \eta v_2 + \frac{qU}{d} = 0 \quad (5)$$

Mit dem Okularmikrometer des Mikroskops können die Geschwindigkeiten v_1 und v_2 bestimmt werden. Aus Gl. (3) lässt sich der Radius des Tröpfchens bestimmen

$$r = 3 \sqrt{\frac{\eta v_1}{2 \rho g}} \quad (6)$$

und in Gl. (5) einsetzen. Man erhält für die Ladung des Öltröpfchens:

$$q = -\frac{18 \pi d}{U} \sqrt{\frac{\eta^3 v_1}{2 \rho g}} (v_1 + v_2) \quad (7)$$

Millikan fand, dass die Ladungen q der Öltröpfchen ein ganzzahliges Vielfaches n der Elementarladung e waren. Der heute genauer bekannte Wert der Elementarladung e ist:

$$e = (1,602192 \pm 0,000007) \cdot 10^{-19} \text{ As}$$

Zur möglichst präzisen Bestimmung der Elementarladung aus dem Millikan-Experiment muss Gl. (7) noch mit einer Korrektur versehen werden. Die Messergebnisse zeigen, dass bei kleineren Öltröpfchen der nach Gl. (7) berechnete Wert $q = n e$ mit abnehmendem Radius r systematisch größer wird. Millikan erklärte dieses Verhalten damit, dass für sehr kleine Öltröpfchen (mittlerer Radius ca. 10^{-7} bis 10^{-6} m) die Stokessche Formel für die Reibungskraft, Gl. (2), nicht mehr anwendbar ist. Gl.(2) gilt mit hinreichender Genauigkeit nur für die Bewegung kugelförmiger makroskopischer Körper in einem kontinuierlichen Medium, d.h. für Öltröpfchen, deren Radius r wesentlich größer als die mittlere freie Weglänge λ der Luftmoleküle ist (λ einige 10^{-8} m). Tatsächlich kann man bei sehr kleinen Öltröpfchen mitunter beobachten, wie diese bei ihrer Sink- oder Steigbewegung in der Millikan-Kammer streckenweise beschleunigt werden, als ob sie für eine gewisse Zeit zwischen den Luftmolekülen hindurchfallen oder -steigen würden.

Gl. (7) liefert *richtige*, d.h. vom Radius r der Tröpfchen unabhängige Ergebnisse für q , wenn in der Stokesschen Formel für die Reibungskraft, Gl. (2), und entsprechend in Gl. (7) die makroskopische Zähigkeit η der Luft durch $\eta'(\lambda, r)$ bzw.

$\eta'(\lambda, r)$ ersetzt wird:

$$\eta'(\lambda, r) = \frac{\eta}{1 + \frac{A\lambda}{r}} = \frac{\eta}{1 + \frac{B}{pr}} = \eta'(\lambda, r) \quad (8)$$

Hierbei sind A und B Konstanten und p der Luftdruck.

Messungen an jeweils ein und demselben Öltröpfchen in Luft bei verschiedenen Drucken ergeben: $B = 8,2 \times 10^{-3} \text{ Pa m}$. Man erhält also mit Gl. (7) u. (8) für die korrigierte Ladung q_k :

$$q_k = q K(p, r) \quad (9)$$

mit:

$$K(p, r) = \left(1 + \frac{B}{pr} \right)^{-\frac{3}{2}} \quad (10)$$

Da K lediglich eine Korrekturgröße für q ist, genügt es für die Berechnung von K den Radius eines Öltröpfchens nach Gl. (6) mit der unkorrigierten Zähigkeit η zu bestimmen.

3. Aufgabenstellung

Bestimmen Sie die elektr. Elementarladung e aus dem Millikan-Experiment durch mehrfache Messung der Steig- und Sinkgeschwindigkeiten von mindestens 10 verschiedenen elektrisch negativ geladenen Öltröpfchen.

4. Versuchsaufbau

Den Versuchsaufbau zeigt Abb. 2. Die Millikan-Kammer K besteht aus zwei runden Metallplatten mit Abstand $d = 6$ mm. Sie sind mit einer Plexiglasskappe abgedeckt auf einem Stativ montiert. Das seitlich angebrachte Mikroskop ist schwenkbar und mittels einer Rändelschraube auf einen mittleren Bereich der Kammer fokussierbar. Die Mikrometerteilung des Messokulars gestattet die Ausmessung vertikaler Wegstrecken bis ca. 5 mm. Von der ebenfalls seitlich angebrachten Zerstäubervorrichtung werden durch kurzes Drücken des Gummiballs kleinste Öltröpfchen in die Kammer eingebracht. Durch eine Lampe schräg von der Seite beleuchtet sind die Öltröpfchen als helle Punkte vor dunklem Hintergrund gut sichtbar. Das Bild der Tröpfchen wird mittels einer am Mikroskop

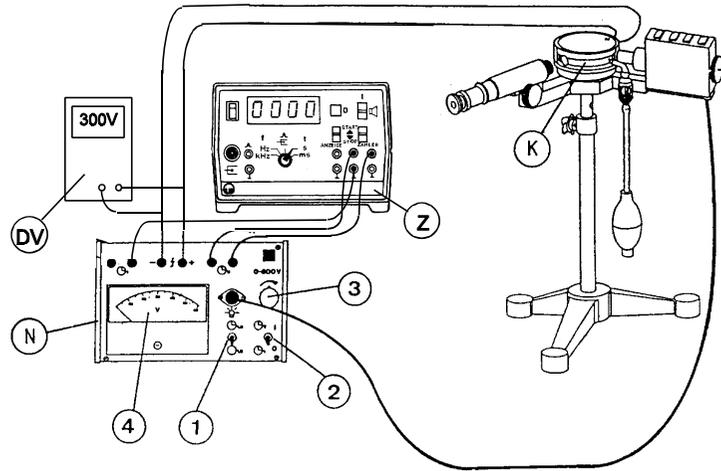


Abb.2: Versuchsaufbau

montierten Videokamera (o. Abb.) auf einem Monitor betrachtet.

Das Netzgerät N der Millikan-Kammer dient zur Stromversorgung der Beleuchtung und liefert eine variable Gleichspannung U für den Kondensator (positive Seite oben), die im Bereich $0 \dots 600 \text{ V}$ mit Knopf (3) kontinuierlich einstellbar ist und mit dem Spannungsmesser (4) bzw. einem zusätzlich angeschlossenen Digitalvoltmeter DV bestimmt wird. Ein Digitalzähler Z ist über Start- und Stopbuchsen, wie in Abb. 2 gezeigt, an das Netzgerät angeschlossen und dient zur Bestimmung der Sink- und Steigzeiten bzw. der Geschwindigkeiten v_1 u. v_2 . Mit Schalter (1) des Netzgerätes kann der Zähler gestartet oder gestoppt werden. Mit Schalter (2) wird die Kondensatorspannung ein- oder ausgeschaltet.

5. Versuchsdurchführung

Zu Beginn ist der Zähler und die Millikan-Kammer gemäß Abb. 2 mit dem Netzgerät zu verbinden, dessen Schalter 1 u. 2 auf Stop bzw. auszustellen und der Spannungsregler (3) auf 0 V (= linker Anschlag) zu drehen. Schalten Sie danach die Videokamera (am Kamerafuß) den Monitor, den Zähler, das Netzgerät (an der

Rückseite) und das Digitalvoltmeter ein. Der Monitor ist auf Videoeingang zu stellen, der Zähler ist auf Zeitmessung (s) und die Taste rechts neben der Anzeige zur Rückstellung der Sekundenanzeige zu drücken. Fokussieren Sie gegebenenfalls die Skala des Messokulars (mit Teilung $0 - 100$) durch Drehen des schwarzen Objektivrings der Kamera. Dazu ist die vordere Rändelschraube des Rings and der Mikroskopseite zu lösen. Die Kamera sollte im justierten Zustand eine gute Beobachtung des Okularbereichs zwischen den Teilstrichen 20 u. 80 ermöglichen.

Richten Sie den Ölzerstäuber nach Entfernen des Gummiverschlusses so aus, dass seine Öffnung den beiden Löchern in der Plexiglasskappe der Kammer gegenübersteht. Drücken Sie ein bis dreimal kurz und kräftig den Gummiball des Zerstäubers und beobachten Sie auf dem Monitor das Kammervolumen. Richten Sie ggf. Mikroskop und Kamera durch Schwenken auf ein Öltröpfchen, so dass dieses im Bereich der Okularskala sichtbar ist, und fokussieren Sie eventuell neu. Da das Mikroskop und die Kamera zusammen ein aufrechtes Bild erzeugen, fallen bei ausgeschalteter Spannung alle Tröpfchen auf dem Monitor. Durch Einschalten von Schalter 2 und Variieren der Spannung kann die Bewegung eines Tröpfchens umgekehrt werden, falls es seiner Größe entsprechend genügend negativ geladen ist.

Benutzen Sie zur Messung der Geschwindigkeiten v_1 und v_2 wenn möglich eine für alle Tröpfchen gleiche (feste) Weglänge Δs auf der Okularskala (etwa von Teilstrich 20 bis 80), so dass der Beobachtungsbereich hinreichend ausgenutzt wird und die Start- bzw. Stoppositionen gut sichtbar sind. Wählen Sie Tröpfchen mit geringen Geschwindigkeiten aus (bis etwa 1 Skalenteil/s auf der Skala, s. Hinweis im Teil Versuchsdurchführung)! Stellen Sie die Spannung jeweils so ein, dass das Tröpfchen etwa gleich schnell steigt wie fällt. Durch Ein- und Ausschalten des Schalters 2 kann ein Tröpfchen vor seine Startposition gebracht werden, und beim Durchlaufen der Start- bzw. Zielmarke die Zeitnahme mit Schalter 1 gestartet bzw. gestoppt werden. Nach Durchlaufen der Zielmarke ist der Zähler sofort abzulesen und zurückzusetzen, so dass der Rücklauf eines Tröpfchens unmittelbar danach aufgenommen werden kann. Machen Sie vor den eigentlichen Messungen einige Probemessungen, um sich an den Ablauf des Messvorgangs zu gewöhnen.

Es sind Zeitmessungen an mindestens 10 verschiedenen Öltröpfchen durchzuführen, wobei die Fallzeiten t_1 (d.h. ohne Spannung) und Steigzeiten t_2 (d.h. mit Spannung U) an einem Tröpfchen jeweils zweimal zu bestimmen sind. Tragen Sie die Wegstrecke, Messzeit und Spannung jeweils in eine Tabelle ein.

Schalten Sie die Geräte nach den Messungen aus und verschließen Sie den Ölzerstäuber.

6. Versuchsauswertung

Zur Bestimmung der Elementarladung e aus den Messergebnissen sind die Mittelwerte der Geschwindigkeiten v_1 und v_2 bzw. bei fester Weglänge Δs die Mittelwerte der reziproken Zeiten t_1 und t_2 für jedes Tröpfchen zu bestimmen. Für die Berechnung des Weges Δs benutze man

die Mikrometereichung: $\Delta s = (5,06 \pm 0,01) 10^{-5} \text{ m/Skalenteil}$

Berechnen Sie Radius r , Ladung q , Korrekturfaktor K und korrigierte Ladung q_k für jedes Tröpfchen gem. Gl. (6), (7), (9) und (10). Benutzen Sie hierfür folgende Konstanten:

Zähigkeit der Luft: $\eta = (1,82 \pm 0,01) \times 10^{-5} \text{ Ns/m}^2$
korrigierte Dichte des Öls: $\rho = (884 \pm 10) \text{ kg/m}^3$
Abstand der Kondensatorplatten: $d = (5,97 \pm 0,01) \times 10^{-3} \text{ m}$
Konstante für Korrektur: $B/p = (7,9 \pm 0,3) \times 10^{-8} \text{ m}$

Tragen Sie die Ladungen q_k für alle Tröpfchen auf einer gemeinsamen Skala auf. Ermitteln Sie aus den Abständen der Marken die jeweilige Zahl n der Elementarladungen eines Tröpfchens und aus dem Mittelwert für q_k/n für alle Tröpfchen den Wert der Elementarladung und die Standardabweichung (entsprechend dieser zweiten Mittelung). Vergleichen Sie das Ergebnis mit dem hier angegebenen Wert für e .

Berechnen Sie den relativen Maximalfehler für e allein aus den oben angegebenen Maximalfehlern für die Konstanten und einer Unsicherheit bei der Spannungsbestimmung von max. 1 %. Welcher Einzelfehler hat auf das Messergebnis den stärksten Einfluss? Diskutieren Sie die Ergebnisse.

Hinweis: Ein Nachweis der Quantelung der elektr. Ladung bzw. die Bestimmung der Elementarladung ist in diesem Versuch nur möglich, wenn der mittlere Fehler Δq bei der Bestimmung der einzelnen Tröpfchenladungen q deutlich kleiner ist als $e/2$. Erfahrungsgemäß ist dies nur für Ladungen $q < 10 e$ zu erreichen. Für diese sind die Steiggeschwindigkeiten der Tröpfchen $v_2 < 2 \text{ Skt./s}$ bei $U=200\text{V}$ und $v_1 \approx v_2$.

7. Fragen zur Selbstkontrolle

1) Wie muss die Geometrie eines Plattenkondensators beschaffen sein, damit

das elektr. Feld in seinem Inneren *homogen* ist?

- 2) Lässt sich das Millikan-Experiment auch bei vermindertem Luftdruck oder im Vakuum durchführen? Wenn ja, welche Kraft verändert sich dabei, und warum?
- 3) Was ist die *Zähigkeit* eines Gases und von welchen physikalischen Größen ist sie abhängig?
- 4) Welchen Vorteil bietet die Anwendung *ionisierender Strahlung* bei der Bestimmung der Elementarladung im Millikan-Experiment?
- 5) Bei welchen physikalischen Vorgang treten ebenfalls bestimmte elektr. Ladungsmengen auf, die auf die Existenz einer *Elementarladung* hindeuten?
- 6) Wie kann man auf indirekte Weise die Elementarladung heute noch genauer messen als im Millikan-Experiment?