

## **Physikalisches Praktikum**

für den Bachelor-Studiengang  
Wirtschaftsingenieurwesen

**Richtlinien**

## Einleitung

In der als PDF im Internet unter

<http://www.uni-due.de/physik/ap/ANLEITUNGEN/WiIng.pdf>

vorliegenden Anleitung sind die Versuche zusammengestellt, die von den Studierenden des Bachelor-Studiengangs Wirtschaftsingenieurwesen im physikalischen Anfängerpraktikum durchzuführen sind. Jeder Student führt 4 Versuche durch. Es handelt sich dabei um Versuche aus verschiedenen Grundgebieten der Physik.

Die Beschreibung jedes Versuches enthält zunächst Hinweise auf die zum Stoffgebiet gehörende Literatur und einen Stichwortkatalog, mit den physikalischen Begriffen, die bei der Erarbeitung der Grundlagen des Versuchs wichtig sind. Beachten Sie, dass die in jeder Versuchsanleitung beschriebenen Grundlagen nur einen einführenden Charakter haben. Es wird daher nachdrücklich empfohlen, weiterführende Zusammenhänge, die bei der Vorbereitung zu den Versuchen notwendig sind, anhand der angegebenen Lehrbücher zu erarbeiten. Die am Ende einer jeden Anleitung aufgelisteten Fragen dienen dabei Ihrer Selbstkontrolle. Achten Sie bei der Versuchsdurchführung darauf, so gewissenhaft wie möglich zu arbeiten. Es kommt bei den Versuchen nicht darauf an, dass irgendein Messergebnis, das viele Studienkollegen vor Ihnen schon erzielt haben, noch einmal mit gleichem Wert *reproduziert* wird, sondern Sie sollen lernen (unabhängig vom sicher bekannten Ergebnis), selbstständig Messreihen so verlässlich wie möglich aufzunehmen. Der Fehler, mit dem dann das bei der Auswertung von Ihnen erzielte Ergebnis behaftet ist, entscheidet über die Güte des von Ihnen durchgeführten Experiments und die Verlässlichkeit des Resultats. In der späteren Berufspraxis, wenn Sie Problemen gegenüberstehen, deren Lösung a priori nicht bekannt ist, wird das genauso sein. Studieren Sie deshalb eingehend die im Anhang gegebene Einführung zur Fehlerrechnung und geben Sie zu jedem Ergebnis den Fehler an. Ein experimentell ermittelter Messwert ohne Fehlerangabe ist wertlos! Runden Sie das Ergebnis so ab, dass die angegebenen Werte innerhalb der Fehlergrenzen sinnvoll sind. (Von Taschenrechnern kann man heute viele Stellen ablesen, prüfen Sie den Sinn dieser *Nachkommastellen!*) Diskutieren Sie in den Messprotokollen, die zu jedem Versuch anzufertigen sind, die Ursachen für auffällig große (manchmal auch auffällig kleine) Messfehler. Sie müssen in Ihrer Versuchsdurchführung liegen.

Beachten Sie schließlich bitte die im folgenden angegebenen **Hinweise für Praktikumssteilnehmer** sowie die **Laborordnung mit Sicherheitshinweisen**, in denen Richtlinien für den technischen Ablauf des Praktikums und für das Verhalten im Praktikum insbesondere bei Gefahrensituationen gegeben werden.

### 4 Versuche:

- A 4 Gekoppelte Pendel
- B 2 Bestimmung der spez. Wärmekapazität fester Körper
- B 8 Bestimmung der spezifischen Ladung  $e/m$
- D 7 Beugung am Gitter

Prof. Dr. M. Farle

Dr. R. Meckenstock

Universität Duisburg-Essen, Fakultät für Physik, Experimentalphysik

## Hinweise für Praktikumssteilnehmer

Im Physikalischen Anfängerpraktikum werden die Versuche von den studentischen Teilnehmern in Gruppen von 2 bis 3 Studenten durchgeführt. Die zeitliche Reihenfolge und die Auswahl der durchzuführenden Versuche sind durch die Gruppeneinteilung festgelegt. Diese erfolgt zusammen mit der Ausgabe dieser Versuchsanleitung während der Vorberechnung bzw. der Anmeldung zu diesem Praktikum zu dem im Vorlesungsverzeichnis angegebenen Termin. (Man beachte zusätzlich die Aushänge vor ME142!)

Für jeden Praktikumssteilnehmer werden zwei Karteikarten geführt, in denen von Ihnen per Computer bei der Anmeldung der Name und Vorname, die Matrikel-Nummer, die Studienrichtung sowie die Gruppennummer einzutragen sind. Eine der Karteikarten verbleibt im Praktikum, die andere wird an Sie beim ersten Versuch ausgegeben. Diese Karte ist von Ihnen zu jedem Praktikumsstermin, zu allen Antestataten und zum Abtestat mitzubringen. Diese 2. Karte dient also als Ihre Doppelkarte und somit zu Ihrer eigenen Sicherheit.

Bereiten Sie sich gründlich auf die Versuche und die damit zusammenhängenden physikalischen Fragestellungen z.B. anhand der in den Anleitungen angegebenen Literaturzitate vor. Zur Überprüfung Ihrer Vorbereitung wird an jedem Versuchstag von dem betreuenden Dozenten ein **mündliches Antestat** durchgeführt. Dieses dient zugleich zur Sicherheit der Praktikumssteilnehmer sowie zur Bewahrung der Praktikumsgeräte vor Beschädigung oder Zerstörung. Der Dozent entscheidet dabei, ob er das Antestat Gruppen- oder Versuchsweise (also mit mehreren Gruppen zugleich) durchführt. Eine **handschriftliche** Vorbereitung ist dabei von jeder Gruppe unaufgefordert vorzulegen. Diese Vorbereitung ist dann als Einführung in den Versuch dem Versuchsprotokoll beizufügen (siehe unten).

Achten Sie darauf, dass jedes bestandene Antestat auf beiden Karteikarte vom betreuenden Dozenten entsprechend vermerkt wird (Datum, Unterschrift).

Bei nicht bestandenem Antestat muss der **gesamte** Versuch (einschl. Antestat) zum angegebenen Nachholtermin wiederholt werden. Falls ein Student allein das Antestat nicht bestanden hat, kann der Rest der Gruppe den Versuch allerdings durchführen. Maximal kann pro Semester von jedem Teilnehmer jeweils nur **ein** Versuch wiederholt werden. Dies gilt auch für fehlen bei Krankheit (nur mit Vorlage eines Attestes). Wird der Nachholtermin nicht erfolgreich abgeschlossen gilt das Praktikum dann als nicht bestanden.

Jede Gruppe hat nach jedem Versuch das ausgefüllte Protokoll mit den Messergebnissen vom Versuchsbetreuer abzeichnen zu lassen. Anschließend wird Vorbereitung und Protokoll dem Betreuer übergeben.

Alle Protokolle werden abschließend zum so genannten **Abtestat-Termin** vom betreuenden Dozenten mitgebracht. Dieser befragt Sie dann bei der Durchsicht über den Inhalt und zum Verständnis der Physik hinter den Versuchen. Mit der zufriedenstellenden Beantwortung der Fragen und der Rückgabe aller Protokolle durch den Dozenten ist die erfolgreiche Teilnahme am Praktikum nachgewiesen. Sie wird durch die Erteilung des

**Abtestats** auf der Karteikarte vermerkt. Ort und Termin zur Erteilung des Abtestats werden im Laufe des Praktikums per Aushang und im Internet bekanntgegeben. Bringen Sie also zum Abtestat Ihre Karteikarte mit. Achten Sie bitte darauf, dass die Erteilung des Abtestats auf beiden Karteikarten vom Betreuenden Dozenten (mit Datum und Unterschrift) vermerkt wird.

Einen schriftlichen Leistungsnachweis über die erfolgreiche Teilnahme am Praktikum erhalten Sie durch die Unterschrift auf Ihrer Karteikarte. Die erfolgreiche Teilnahme wird auch an Ihr jeweiliges Prüfungsamt durch den Praktikumsleiter weitergeleitet.

## **Laborordnung und Sicherheitshinweise**

### **Allgemeines Verhalten im Praktikum**

Die Praktikums Teilnehmer haben sich in den Räumen des Praktikums so zu verhalten, dass Personen nicht gefährdet sowie Einrichtungen, Geräte und Versuchsaufbauten nicht beschädigt werden.

Die von den betreuenden Dozenten und studentischen Hilfskräften sowie in den Praktikumsanleitungen gegebenen Hinweise zur Handhabung der Geräte und Versuchsanordnungen sind unbedingt zu beachten.

Vor Beginn eines Versuches ist die Einweisung durch den Versuchsbetreuer abzuwarten. Nach Beenden des Versuches ist der Arbeitsplatz aufgeräumt und sauber zu verlassen. Essen, Trinken und Rauchen sowie die Benutzung von Handys ist im Praktikum nicht gestattet.

### **Arbeiten mit elektrischen Schaltungen**

Das Berühren stromführender Teile aus Stromquellen mit Gleich- und Wechselspannungen von mehr als 50 V kann unmittelbar zu lebensgefährlichen Schäden führen. Überspannungen und Überströme infolge von Kurzschlüssen in Stromkreisen können Geräteschäden und Brände verursachen.

Beim Arbeiten an elektrischen Aufbauten mit gefährlichen Spannungen müssen mindestens zwei Personen im Praktikumsraum anwesend sein. In Notfällen ist im Praktikumsraum die gesamte Netzspannung abzuschalten. Dies geschieht durch Drücken des Notausschalters (roter Knopf am Verteilerkasten neben der Tür). Machen Sie sich vor Beginn des Versuches mit der Lage dieses Schalters vertraut.

Alle Versuchsaufbauten mit elektrischen Schaltungen sind vor Inbetriebnahme grundsätzlich durch den Versuchsbetreuer zu überprüfen. Der Auf-, Ab- und Umbau elektrischer Schaltungen hat stets im spannungslosen Zustand zu erfolgen (Stromversorgungsgeräte am Versuchstisch ausgeschaltet). Zur Vermeidung von Schaltfehlern sind Schaltungen möglichst übersichtlich, d. h. mit Kabeln geeigneter Länge und Farbkennzeichnung aufzubauen. Beim Arbeiten mit elektrischen Messgeräten ist auf die richtige Polung, auf die Einstellung des richtigen Messbereichs und der richtigen Messeingänge zu achten.

Nach Ende eines Experimentes sind alle elektrischen Geräte und Sicherungen der Verteilersteckdosen des Versuches auszuschalten, Batterien von Stromkreisen abzutrennen, sowie selbst aufgebaute Schaltungen abzubauen.

### **Umgang mit Chemikalien und flüssigem Stickstoff**

Im Praktikum werden einige flüssige Chemikalien zur Reinigung und Kühlung von Gefäßen benutzt. Diese Flüssigkeiten sind leicht flüchtig und entzündlich. Offene Flammen und Kontakt mit heißen Gegenständen sind unbedingt zu vermeiden. Dämpfe generell nicht einatmen, für ausreichende Lüftung sorgen!

Der Transport und das Umfüllen von flüssigem Stickstoff zur Kühlung in Iso-liegegefäßen ist nur vom Betreuer des betreffenden Versuches durchzuführen. Hierbei Schutzbrille und Handschuhe tragen! Vorsicht Verbrennungsgefahr!

In einigen der im Praktikum benutzten Thermometer und Barometer befindet sich Quecksilber. Tritt Quecksilber aus diesen Geräten aus: Vorsicht! Vergiftungsgefahr durch Kontakt und Einatmen des Dampfes! Keine eigenständige Entsorgung versuchen sondern sofort den Versuchsbetreuer verständigen!

### Umgang mit ionisierenden Strahlern und Lasern

Die im Praktikum eingesetzten radioaktiven Präparate sind Strahlungsquellen mit Aktivitäten unterhalb bestimmter zulässiger Grenzen (Freigrenzen). Sie werden in einem strahlenabsorbierenden abschließbaren Behälter im Raum MD 148 aufbewahrt. Die Präparate werden bei Versuchsbeginn vom Versuchsbetreuer in die jeweilige Apparatur eingesetzt und nach Versuchsende von ihm wieder entfernt und in den Behälter zurückgelegt.

Die Präparate sind  $\alpha$ -,  $\beta$ - und  $\gamma$ -Strahler,  $\alpha$ -Strahlung ist stark ionisierend und hat nur geringe Reichweite in Luft. Sie schädigt Hautzellen bei äußerer Exposition, innere Organe bei innerer Kontamination. Entscheidend für den Grad möglicher Schädigung ist die aufgenommene Strahlendosis. Bei sachgemäßem Umgang besteht im Praktikum keine Strahlengefahr. Es sind die Anweisungen des Betreuers zu befolgen. Zur Minimierung der Strahlendosis ist der direkte Kontakt mit den Präparaten zu vermeiden, ein möglichst großer Abstand ( $> 0,5$  m) von den ungeschirmten Strahlern einzuhalten sowie die Aufenthaltszeit in der Nähe der Strahler minimal zu halten.

Hochenergetische elektromagnetische Strahlung wie Röntgenstrahlung durchdringt menschliches Gewebe und schädigt es ebenfalls durch seine ionisierende Wirkung entsprechend der absorbierten Strahlendosis. Die im Praktikum benutzten Röntgengeräte sind Vollschutz-Schulgeräte mit sehr geringer Strahlendosisleistung außerhalb des Gehäuses, die an der unteren Nachweisgrenze liegt. Beim Öffnen des Gehäuses wird automatisch die Strahlung abgeschaltet. Jede Manipulation und jeder Versuch, den Schutz des Gehäuses zu umgehen, ist untersagt.

Im Praktikum kommen He-Ne-Laser mit Strahlleistung bis 5 mW zum Einsatz. Beim Experimentieren mit diesen Lasern besteht vor allem die Gefahr der Schädigung bzw. Zerstörung der Netzhaut, falls das enge Strahlenbündel hoher Energiedichte direkt ins Auge gelangt. Deshalb nicht in den direkten Laserstrahl schauen! Unkontrolliert reflektierende Gegenstände wie Schmuck oder Arm-banduhren sind beim Arbeiten im Laserbereich zu vermeiden. Bei der Justage des Laserstrahls ist die Strahlintensität durch ein Graufilter zu reduzieren bzw. eine Schutzbrille zu tragen. Befolgen Sie die Anweisungen des Versuchsbetreuers!

### Verhalten in Gefahrensituationen

Ruhe bewahren! - Gefährdete Personen warnen! - Bei Hilfeleistung auf eigene Sicherheit achten!

#### Unfall

Zur Erstversorgung von Verletzten befindet sich im Raum ME 142 (Raum der Hilfskräfte) und Raum MD 147 ein Erste-Hilfe-Kasten mit Verbandsmaterial.

Zur weiteren Hilfeleistung Unfall an Leitwarte (Rufnr. 92211) oder Feuerwehr (Rufnr. 112) melden! Dabei angeben:

Wer meldet den Unfall?

Was ist passiert?

Wo ist es passiert?

Gibt es Verletzte?

Wann ist es passiert?

#### Brandfall

Ertönt ein Alarmsignal müssen die Praktikumssteilnehmer die Praktikumsdurchführung sofort abbrechen, Wertsachen und Oberbekleidung mitnehmen und das Gebäude auf kürzestem Weg verlassen (s. Fluchtwegebezeichnung in den Fluren und Foyers). Keine Aufzüge benutzen! Sammelpunkt der Praktikumssteilnehmer ist der Parkplatz hinter der Schule in der vor der Mensa von der Lotharstr. abzweigenden Geibelstr.

Beim Ausbruch eines Brandes in den Praktikumsräumen sollten folgende Maßnahmen parallel eingeleitet werden:

Rettung von Menschen

Brandbekämpfung mit Feuerlöschern

Brandmeldung an Leitwarte (Rufnr. 92211) und Feuerwehr (Rufnr. 112) mit Angaben: *Wer meldet? (Name, Einrichtung, Rufnr.)*

*Wo brennt es? (Gebäude, Raumnr.)*

*Was brennt?*

*Sind Menschen in Gefahr?*

Fenster und Türen schließen

Verlassen des Raumes und Gebäudes.

Telefonanschlüsse im Praktikum: ME 142, MD147, MD 163, MD 165

### Wichtige Rufnummern

#### Feuer, Unfall:

Leitwarte 92211

Feuerwehr: 112

## Versuch A 4: Gekoppelte Pendel

**1. Literatur:** Dobrinski/Krakau/Vogel, Physik für Ingenieure  
 Kröttsch, Physikalisches Praktikum für Anfänger  
 Berkely-Physikkurs, Mechanik; Schwingungen und Wellen  
 Gerthsen, Physik  
 Bergmann-Schaefer, Bd. 1: Mechanik

**Stichworte:** Physisches Pendel, Schwerependel, Torsionsschwingung, Bewegungsgleichung, Eigenfrequenz, gekoppelte Pendel, Schwebung, Kopplungsgrad.

### 2. Grundlagen

#### 2.1 Entkoppelte Pendel

Das im vorliegenden Versuch verwendete Gerät besteht aus zwei gleichen physischen Schwerependeln, die durch einen Metallstab längs ihrer gemeinsamen Pendelachse gekoppelt werden können. Sind die Pendel entkoppelt, so entsprechen sie jeweils einzelnen Pendeln, auf die bei ihrer Auslenkung das durch die Schwerkraft bedingte rücktreibende Drehmoment  $M_S$  wirkt.

Die Bewegungsgleichung eines solchen Schwerependels lautet:

$$I \frac{d^2\varphi}{dt^2} + M_S = 0 \quad (1)$$

$I$  ist das Trägheitsmoment des Pendels (siehe Versuch A8) und  $\varphi$  der Auslenkwinkel. Für das rücktreibende Drehmoment  $M_S$  gilt

$$M_S = mgl \sin\varphi \approx mgl\varphi = D_S\varphi \quad (\text{für } \varphi \text{ ca. } \leq 5^\circ) \quad (2)$$

Hier ist  $m$  die Pendelmasse,  $g$  die Erdbeschleunigung und  $l$  der Abstand des Pendelschwerpunkts von der Pendelachse. Die durch die Schwerkraft bedingte Größe  $D_S = mgl$  heißt *Winkelrichtgröße*.

Die allgemeine Lösung der Differenzialgleichung (1) lautet:

$$\varphi = a \sin(\omega_S t) + b \cos(\omega_S t) = \varphi_0 \sin(\omega_S t + \alpha) \quad (3)$$

wobei  $a$ ,  $b$  bzw.  $\varphi_0$  und  $\alpha$  Konstanten sind und  $\omega_S$  die Eigenkreisfrequenz der Schwerschwingung ist.

$$\omega_S = \sqrt{\frac{D_S}{I}} \quad (4)$$

Koppelt man beide Pendel an den Metallstab und lässt eines schwingen, während das andere festgehalten wird, entsteht durch die Torsion des Stabes ein zusätzliches rücktreibendes Drehmoment  $M_T$  auf das schwingende Pendel. Denkt man sich die Schwerkraft zunächst ausgeschaltet, so hat man es lediglich mit einem Torsionspendel zu tun, dessen Bewegungsgleichung lautet:

$$I \frac{d^2\varphi}{dt^2} + M_T = 0 \quad (5)$$

Für kleine Auslenkwinkel  $\varphi$  ist  $M_T = D_T \varphi$ , wobei  $D_T$  die Winkelrichtgröße des Torsionspendels ist.

$$D_T = \frac{\pi R^4 G}{2 l_T} \quad (6)$$

$R$  ist der Radius,  $l_T$  die eingespannte Länge des Torsionsstabes,  $G$  der Schubmodul, eine Materialkonstante. (Zur Ableitung von Gl.(6) siehe Versuch A9).

Entsprechend zu Gln. (1), (3) und (4) führt die Lösung von Gl. (5) zur Torsionsschwingung mit der Eigenfrequenz

$$\omega_T = \sqrt{\frac{D_T}{I}} \quad (7)$$

Die Gleichungen (1) und (5) kann man daher auch schreiben als:

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \omega_S^2 \varphi = 0 \quad \text{bzw.} \quad \frac{d^2\varphi}{dt^2} + \omega_T^2 \varphi = 0 \quad (1a, 5a)$$

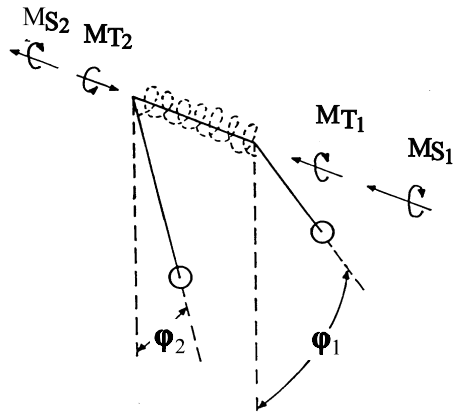
## 2.2 Gekoppelte Pendel

Koppelt man die Pendel (siehe Abb.1), so gilt bei unterschiedlichen Auslenkwinkeln  $\varphi_1$  und  $\varphi_2$  für die Drehmomente durch die Schwerkraft:

$$1. \text{ Pendel: } M_{S1} = D_S \varphi_1 \qquad 2. \text{ Pendel: } M_{S2} = D_S \varphi_2$$

Für die Torsionsmomente  $M_{T1} = -M_{T2}$  gilt:

$$1. \text{ Pendel: } M_{T1} = D_T (\varphi_1 - \varphi_2) \qquad 2. \text{ Pendel: } M_{T2} = D_T (\varphi_2 - \varphi_1)$$



**Abb.1:** Schwingungsverhalten gekoppelter Pendel

Die Differenzialgleichungen der gekoppelten Pendel lauten damit:

$$\frac{d^2\varphi_1}{dt^2} + \omega_S^2 \varphi_1 + \omega_T^2 (\varphi_1 - \varphi_2) = 0 \qquad (8)$$

$$\frac{d^2\varphi_2}{dt^2} + \omega_S^2 \varphi_2 + \omega_T^2 (\varphi_2 - \varphi_1) = 0 \qquad (9)$$

Um diese zu lösen, addiert und subtrahiert man diese Gleichungen. Substituiert man dann:

$$\psi_1 = \varphi_1 + \varphi_2; \quad \psi_2 = \varphi_1 - \varphi_2; \quad \omega_{ST}^2 = \omega_S^2 + 2\omega_T^2$$

so lauten die nun *entkoppelten* Differenzialgleichungen:

$$\frac{d^2\psi_1}{dt^2} + \omega_S^2 \psi_1 = 0 \qquad (10)$$

$$\frac{d^2\psi_2}{dt^2} + \omega_{ST}^2 \psi_2 = 0 \qquad (11)$$

Diese Gleichungen entsprechen Gl.(1a) bzw. (5a) und ihre allgemeinen Lösungen der Gl.(3). Setzt man wieder die ursprünglichen Größen:

$$\varphi_1 = \frac{\psi_1 + \psi_2}{2} \quad \text{und} \quad \varphi_2 = \frac{\psi_1 - \psi_2}{2}$$

ein, so erhält man

$$\varphi_1 = \frac{1}{2} [a_1 \cos(\omega_S t) + a_2 \cos(\omega_{ST} t) + b_1 \sin(\omega_S t) + b_2 \sin(\omega_{ST} t)] \qquad (12)$$

$$\varphi_2 = \frac{1}{2} [a_1 \cos(\omega_S t) - a_2 \cos(\omega_{ST} t) + b_1 \sin(\omega_S t) - b_2 \sin(\omega_{ST} t)] \qquad (13)$$

Mit den Anfangsbedingungen, dass zur Zeit  $t = 0$  beide Pendel in Ruhe sind, d.h.  $d\varphi_1(0)/dt = d\varphi_2(0)/dt = 0$ , erhält man nach Differenzieren und Einsetzen:

$$\varphi_1 = \frac{1}{2} [a_1 \cos(\omega_S t) + a_2 \cos(\omega_{ST} t)] \qquad (14)$$

$$\varphi_2 = \frac{1}{2} [a_1 \cos(\omega_S t) - a_2 \cos(\omega_{ST} t)] \qquad (15)$$

Wir betrachten nun drei Spezialfälle:

**1. Fall: gleichsinnige Schwingung**

Zur Zeit  $t = 0$  seien beide Pendel gleich ausgelenkt:

$$\varphi_1(0) = \varphi_2(0) = \varphi_0$$

Aus den Gl. (14) und (15) folgt dann:

$$\varphi_0 = \frac{1}{2}(a_1 + a_2) = \frac{1}{2}(a_1 - a_2) \quad \text{d.h.} \quad a_1 = 2\varphi_0 ; a_2 = 0$$

Die Lösung der Schwingungsgleichung lautet also:

$$\varphi_1(t) = \varphi_2(t) = \varphi_0 \cos(\omega_S t) \tag{16}$$

Beide Pendel schwingen gleichsinnig mit der Kreisfrequenz des Schwerependels.

**2. Fall: gegensinnige Schwingung**

Es sind zur Zeit  $t = 0$ :

$$\varphi_1(0) = +\varphi_0 , \varphi_2(0) = -\varphi_0$$

d.h., beide Pendel sind gegensinnig ausgelenkt. Aus Gl. (14) und Gl. (15) erhält man:

$$a_1 = 0 , a_2 = 2\varphi_0$$

und die Lösung der Schwingungsgleichung lautet:

$$\varphi_1(t) = -\varphi_2(t) = \varphi_0 \cos(\omega_{ST} t) \tag{17}$$

Die Kreisfrequenz der Schwingung

$$\omega_{ST} = \sqrt{\omega_S^2 + 2\omega_T^2}$$

ist größer als im Fall 1 und stark von der Kopplung abhängig.

**3. Fall: Schwebeschwingung**

Für diesen (auch in der Praxis, z.B. bei elektrischen Schwingkreisen bedeutenden) Fall ist zur Zeit  $t = 0$ :

$$\varphi_1(0) = 0 , \varphi_2(0) = \varphi_0$$

d.h., ein Pendel ist ausgelenkt, das andere in Ruhe. Aus Gl. (14) und (15) folgt:

$$a_1 = -a_2 = \varphi_0$$

Die Lösungen der Schwingungsgleichungen lauten dann:

$$\varphi_1(t) = \frac{\varphi_0}{2} [\cos(\omega_S t) - \cos(\omega_{ST} t)] \tag{18}$$

$$\varphi_2(t) = \frac{\varphi_0}{2} [\cos(\omega_S t) + \cos(\omega_{ST} t)] \tag{19}$$

Die durch diese Gleichungen beschriebenen Schwingungen haben einen scheinbar komplizierten Verlauf, da die Bewegung eines jeden Pendels aus der Überlagerung zweier Schwingungen mit verschiedenen Kreisfrequenzen  $\omega_S$  und  $\omega_{ST}$  besteht.

Durch Anwendung des Additionstheorems für  $\cos \alpha \pm \cos \beta$  können die Gln. (18) u. (19) jedoch auch geschrieben werden als:

$$\varphi_1(t) = \varphi_0 \sin\left(\frac{\omega_{ST} - \omega_S}{2} t\right) \sin\left(\frac{\omega_{ST} + \omega_S}{2} t\right) \tag{20}$$

$$\varphi_2(t) = \varphi_0 \cos\left(\frac{\omega_{ST} - \omega_S}{2} t\right) \cos\left(\frac{\omega_{ST} + \omega_S}{2} t\right) \tag{21}$$

Unter der Voraussetzung, dass die Kopplung nur schwach ist, unterscheiden sich  $\omega_S$  und  $\omega_{ST}$  nur wenig. Die Gln. (20) und (21) beschreiben dann Schwingungen mit der (gegenüber  $\omega_S$  nur leicht höheren) sog.

$$\text{Kopplungskreisfrequenz} \quad \omega_K = \frac{\omega_{ST} + \omega_S}{2} \quad (22)$$

deren Amplitude mit der (gegenüber  $\omega_S$  wesentlich kleineren)

$$\text{Amplitudenkreisfrequenz} \quad \omega_A = \frac{\omega_{ST} - \omega_S}{2} \quad (23)$$

schwankt. Dies bezeichnet man als *Schwebeschwingung* bzw. *Schwebung* mit der sog.

$$\text{Schwebungskreisfrequenz} \quad \omega_{Sch} = \omega_{ST} - \omega_S \quad (24)$$

bzw. Schwebungsperiode  $T_{Sch} = 2\pi/\omega_{Sch}$ . Man beachte, dass  $T_{Sch}$  die Zeitdauer zwischen zwei aufeinander folgenden Schwebungsnullstellen ist (s. Abb. 2).

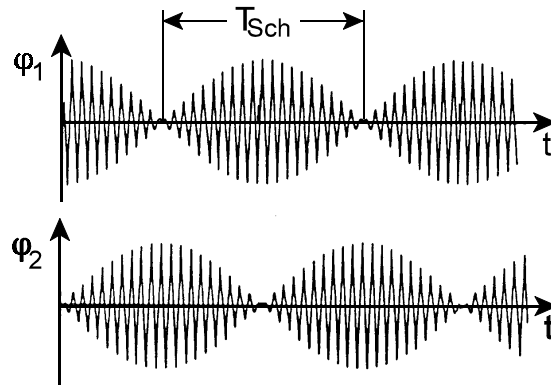


Abb.2: Schwebungsschwingung

Der *Kopplungsgrad*  $\kappa$  der Pendel ( $0 \leq \kappa \leq 1$ ) beschreibt die relative Stärke der Kopplung zwischen den Pendeln. Er ist definiert als das Verhältnis der Winkelrichtgröße  $D_T$  zur Summe der Winkelrichtgrößen  $D_T + D_S$ :

$$\kappa = \frac{D_T}{D_T + D_S} = \frac{v_{ST}^2 - v_S^2}{v_{ST}^2 + v_S^2} \quad (25)$$

Der Messung mittels einer Stoppuhr sind prinzipiell zugänglich die Schwingungszeiten  $T_S = 2\pi/\omega_S$  und  $T_{ST} = 2\pi/\omega_{ST}$  sowie  $T_K = 2\pi/\omega_K$  und  $T_{Sch}$ . Mit im Versuch benutzten Bewegungsaufnehmern und einem daran angeschlossenen PC sind jedoch über die direkte Aufzeichnung der Schwingungen hinaus mittels einer Frequenzanalyse sehr leicht die Frequenzen  $v_S = \omega_S/2\pi$  und  $v_{ST} = \omega_{ST}/2\pi$  der Schwingungen der gleichsinnig und gegensinnig ausgelenkten Pendel sowie der Schwebeschwingung bestimmbar.

### 2.3 Bestimmung des Schubmoduls

Im vorliegenden Versuch wird der Kopplungsgrad der Pendel durch Verwendung von Torsionsstäben verschiedener Radien (desselben Materials) verändert. Dies ermöglicht, den Schubmodul  $G$  der Torsionsstäbe zuverlässig zu bestimmen. Aus der Messung der Schwingungsfrequenzen  $v_S$  und  $v_{ST}$  ist mittels Gln. (4), (6) und (7) sowie mit  $\omega_T^2 = (\omega_{ST}^2 - \omega_S^2)/2$  die Berechnung von  $G$  möglich:

$$G = \frac{4\pi l_T I}{R^4} (v_{ST}^2 - v_S^2) \quad (26)$$

Hierbei ist jedoch auch die Bestimmung des Trägheitsmoments  $I$  eines der beiden Pendel notwendig. Da dieses aus geometrischen Gründen nicht einfach berechnet werden kann, geht man wie folgt vor:

Man bestimmt die Schwingungsfrequenzen  $v_S$  und  $v_{S0}$  des entkoppelten Pendels 1 mit und ohne angehängte Scheiben der Masse  $m$  (s.u.). Mit dem Ansatz

$$I = I_0 + I_m \quad (27)$$

ist  $I$  bzw.  $I_0$  das Trägheitsmoment mit bzw. ohne Massescheiben und  $I_m$  das der Massescheiben. Nach dem Satz von Steiner (vergl. Versuch A8) ist



$$I_m = m \left( l_m^2 + \frac{R_i^2 + R_a^2}{2} \right) \approx m l_m^2 \quad (28)$$

Hierbei ist  $l_m$  der Abstand der Scheibenachsen von der Drehachse des Pendels und  $R_i$  bzw.  $R_a$  der innere bzw. äußere Radius der gelochten zylinderförmigen Scheiben. (Der zweite Term in der Klammer kann hier vernachlässigt werden.)

Mit einem Gl. (27) entsprechenden Ansatz für die Winkelrichtgröße  $D_S$ :

$$D_S = D_{S0} + D_{Sm}, \quad D_{Sm} = m g l_m \quad (29)$$

gilt mit Gln. (4) und (28)

$$\omega_S^2 (I_0 + m l_m^2) = \omega_{S0}^2 I_0 + m g l_m \quad (30)$$

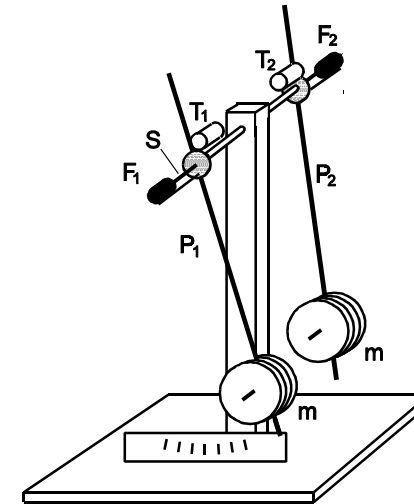
Auflösen von Gl.(30) nach  $I_0$  und Einsetzen in Gl.(27) ergibt:

$$I = \frac{m l_m (g / 4 \pi^2 - v_{S0}^2 l_m)}{v_S^2 - v_{S0}^2} \quad (31)$$

### 3. Aufgabenstellung

- 1. Aufgabe:** Die Schwingungen der auf gleiche Schwingungszeiten eingestellten entkoppelten Pendel sind aufzuzeichnen und ihre Schwingungsfrequenzen  $v_{S1,2}$  zu bestimmen.
- 2. Aufgabe:** Die Schwingungen der mit einem Torsionsstab von  $R = 1$  mm Radius gekoppelten und gleichsinnig sowie gegensinnig ausgelenkten Pendel sind aufzuzeichnen und ihre Schwingungsfrequenzen  $v_{S1,2}$  sowie  $v_{ST1,2}$  zu bestimmen.
- 3. Aufgabe:** Es sind die Schwebeschwingungen der mit Torsionsstäben  $R = 1; 1,5; 1,75$  und  $2$  mm Radius gekoppelten Pendel aufzuzeichnen und ihre Schwingungsfrequenzen  $v_{S1,2}$  sowie  $v_{ST1,2}$  zu bestimmen.
- 4. Aufgabe:** Aus den Messergebnissen ist in der Auswertung der jeweilige Kopplungsgrad  $\kappa$  der Pendel sowie der Schubmodul  $G$  des verwendeten Stabmaterials zu bestimmen.

### 4. Versuchsaufbau



**Abb. 3:**

Doppelpendel mit Einzelpendeln  $P_1, P_2$ , Torsionsstab  $S$  zwischen Bohr Futtern  $F_1, F_2$  und Tachogeneratoren  $T_1, T_2$

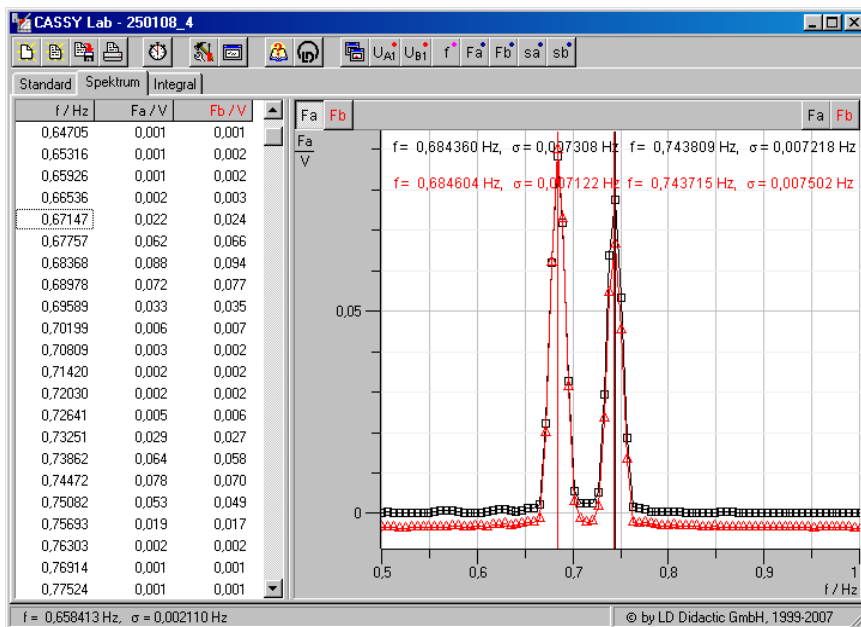
Abb. 3 zeigt den Aufbau der gekoppelten Pendel  $P_1$  und  $P_2$  schematisch. In der gemeinsamen Drehachse der Pendel ist ein Torsionsstab  $S$  gelagert, an dessen Enden über zwei Bohr Futter  $F_1$  und  $F_2$  die Pendel gekoppelt sind. In zwei Tachogeneratoren  $T_1$  und  $T_2$  werden zu den Drehgeschwindigkeiten  $d\varphi_1/dt$  und  $d\varphi_2/dt$  der Pendel proportionale Spannungen  $U_a$  und  $U_b$  erzeugt, die über ein Interface von einem PC registriert werden. Der zeitliche Verlauf  $U_a(t)$  bzw.  $U_b(t)$  entspricht bis auf einen Phasenfaktor  $\pi/2$  ( $T/4$  Zeitverschiebung) dem zeitlichen Verlauf der Auslenkwinkel  $\varphi_1$  und  $\varphi_2$  der Pendel.

Durch Verändern der Massen  $m$  der an die Pendel angehängten Scheiben und ihrer Positionen an den unteren Pendelenden können die Schwingungszeiten grob, durch verstellbare Gewichte an den oberen Pendelenden (hier nicht gezeigt) fein justiert werden.

Die Aufnahme und Auswertung der Messdaten  $U_a(t)$  und  $U_b(t)$  im PC wird innerhalb des allgemeinen Messprogramms *CASSY Lab* mit der Messdatei *Doppelpendel* durchgeführt. Das Programm ist menügesteuert und gestattet neben der Messwertaufnahme ( $U_{ai}, U_{bi}, t_i$ ) die Berechnung und Anzeige der Daten in Tabellen oder Graphen sowie ihre direkte graphische Auswertung.

Hier werden die Spannungen  $U_{a,b}(t) \sim d\phi_{1,2}/dt$  und die „Frequenzspektren“  $F_{a,b}(f)$ , (Fast-Fouriertransformierten von  $U_{a,b}(t)$ ) aufgezeichnet. Letztere zeigen durch Peaks im Frequenzverlauf (zwischen ca. 0,5 und 1,0 Hz) an, welche Frequenzen die untersuchten Schwingungen enthalten. Diese können über mittels Maus ausgewählten Befehlen (s.u.) am Bildschirm einzeln ausgewertet, im jeweiligen Graphen markiert, notiert und in einer Messdatei gespeichert werden. Diverse einstellbare Messparameter wie Zeitintervall ( $i, i+1$ ), Einzel- und Gesamtmesszeit, etc. sind wählbar jedoch in der Messdatei *Doppelpendel* bereits voreingestellt.

Abb. 4 zeigt den Programmbildschirm zur Messdatei *Doppelpendel* mit einem bereits ausgewerteten Messbeispiel, dem Frequenzspektrum einer Schwebungsschwingung gekoppelter Pendel.



**Abb. 4:** Bildschirmansicht des graphisch ausgewerteten *Spektrums* einer Schwebeschwingung im Messprogramm *Doppelpendel*; schwarz: Pendel 1, rot: Pendel 2

In der oberen Menueleiste des Programms befinden sich die per Mausclick aktiverbaren Programmbeefehle v.l.n.r.: *Neue Datei*, *Datei laden*, *Datei speichern*,

*Datei drucken*, *Start* bzw. *Stopp* der aktuellen Messung, *Messparameter* etc.

In der darunter liegenden Dateileiste werden im Ordner *Standard* die direkt aufgenommenen Messwerte  $t_i$ ,  $U_{ai}$ ,  $U_{bi}$  links darunter in einer Tabelle, rechts daneben in einem Graphen zweifarbig (a,b) dargestellt.

In dem in Abb. 4 gezeigten Dateiordner *Spektrum* sind die spektralen Werte  $F_a$  und  $F_b$  der Schwebungsschwingung gezeigt. Die entsprechende Skala kann nach linkem Mausklick (LM) auf  $F_a$  bzw.  $F_b$  (im Kästchen links oben gezeigt) mit gedrückter LM vertikal verschoben werden; nach rechtem Mausklick (RM) kann sie verändert werden. Ebenso kann die gemeinsame Frequenzachse variiert werden.

Die im Graphen von Abb. 4 sichtbaren Peaks (links für  $v_s$ , rechts für  $v_{ST}$ ) sind für Pendel 1 (schwarz) und Pendel 2 (rot) nahezu identisch. Die Bestimmung ihrer Frequenzwerte geschieht zweckmäßigerweise zuerst mit  $F_a$  gedrückt, schwarz, dann  $F_b$  gedrückt, rot, folgendermaßen:

Zur getrennten Auswertung eine Skala (z.B.  $F_a$ ) gegen die andere (z.B.  $F_b$ ) leicht verschieben, so dass die Basiswerte versetzt zueinander sind (s. Abb. 4);

mit RM über der Grafik das Grafik-Menue öffnen, mit LM *weitere Auswertungen*, *Peakschwerpunkt bestimmen* wählen;

mit gedrückter LM symmetrisch über die Messsymbole in der Basislinie des auszuwertenden Peaks ziehen (die ausgewählten Messwerte werden invertiert dargestellt); nach Loslassen erscheint eine vertikale Linie beim Peakschwerpunkt;

mit RM bzw. LM *Markierung setzen*, *Text* wählen, nach Erscheinen des Textfensters (mit Frequenzwerten und Fehler der Linie) und OK mit LM Text an der gewünschten Stelle absetzen.

Mit dem Befehl *letzte Auswertung löschen* im Grafik-Menue kann die jeweils zuvor durchgeführte Auswertung, z.B. zu ihrer Wiederholung, gelöscht werden.

## 5. Versuchsdurchführung

Die beiden Pendel werden entkoppelt. Die Massenscheiben ( $m = 2 \text{ kg}$ ) sollten für jedes Pendel im Abstand  $l_m = 0,45 \text{ m}$  von der Pendelachse angebracht sein. Die Pendel sind nach gleichsinniger Auslenkung um einen Winkel von ca.  $5^\circ$  zum Schwingen zu bringen. Fragen Sie die für den Versuch zuständige studentische

Hilfskraft, ob die Pendel schon auf gleiche Schwingungsdauer justiert sind. Gegebenenfalls sind sie durch die Feinjustierung an den oberen Pendelenden so lange nachzuregulieren, dass sich nach ca. 50 Schwingungen keine beobachtbaren Abweichungen zwischen den Schwingungsphasen feststellen lassen.

Schließen Sie das Steckernetzteil des Cassy-Interface an die Stromversorgung an und schalten Sie den PC (unter der Tischplatte) ein. Nach Hochfahren des Rechners ist vom Desktop das Programm *CassyLab* zu laden und (nach Schließen der Einstellungsfenster) im Ordner *Praktikum\Doppelpendel* die Messdatei *Doppelpendel.lab*. Der Dateiordner *Standard* sollte eingestellt sein.

### 5.1 1. Aufgabe

Die Pendel sind gleichsinnig auf etwa  $5^\circ$  auszulenken. Nach Loslassen der Pendel ist durch LM auf das Stoppuhrsymbol die Messung zu starten. Schalten Sie nach Ablauf der Messzeit (120 s) auf den Datenordner *Spektrum* um und optimieren Sie den Graphen in der Skalierung  $F_a$  bzw.  $F_b$  sowie gegebenenfalls  $f$ . Bestimmen Sie nach Verschieben der Basislinie  $F_a$  die Peakfrequenzen wie oben angegeben.

Notieren Sie die Frequenzwerte  $f_a$  bzw.  $f_b$  (es genügen 4 Nachkommastellen!) d.h.  $v_{S1}$  bzw.  $v_{S2}$  der Schwingungen der Schwerependel und speichern Sie die Messdatei unter dem Namen *Gruppennr.\_Aufg.Nr.1a* (z.B.123\_1a) im Ordner des laufenden Semesters ab.

Danach sind von Pendel 1 zur Bestimmung der Trägheitsmomente  $I$  bzw.  $I_0$  die Massescheiben zu entfernen. Nach Auslenkung des Pendels 1 ist die Messung erneut zu starten und nach dem Ende der Pendelbewegung vorzeitig zu stoppen, danach wie zuvor die Frequenz  $f_a = v_{S10}$  zu bestimmen und zu notieren sowie die Messdaten in der Datei *Gruppennr.\_Aufg.Nr.1b* (z.B.123\_1b) im Ordner des laufenden Semesters abzuspeichern.

### 5.2 2. Aufgabe

Die mit je 2 kg belasteten Pendel werden mit einem Torsionsstab mit nominell 1 mm Radius gekoppelt und nach gleichsinniger (möglichst gleicher) Auslenkung (warum?) um ca.  $5^\circ$  zum Schwingen gebracht. Die Schwingungsfrequenzen  $v_{S1}$  u.  $v_{S2}$  sind wie zuvor zu bestimmen und die Messdatei unter dem Namen *Gruppennr.\_Aufg.Nr.2a* (z.B.123\_2a) wie zuvor abzuspeichern.

Danach sind die mit dem selben Torsionsstab gekoppelten Pendel nach (möglichst gleicher!) gegensinniger Auslenkung um ca.  $5^\circ$  zum Schwingen zu bringen und in der Auswertung der Messung die Schwingungsfrequenzen  $f_a$  und  $f_b$  bzw.  $v_{ST1}$  und  $v_{ST2}$  zu bestimmen, zu notieren und die Messdaten mit dem Namen

*Gruppennr.\_Aufg.Nr.2b* (z.B.123\_2b) wie zuvor abzuspeichern.

### 5.3 3. Aufgabe

Halten Sie Pendel 2 in der Ruhelage fest und lenken Sie Pendel 1 um ca.  $5^\circ$  aus. Starten Sie nach Loslassen beider Pendel die Messung und bestimmen Sie in der Auswertung der Messung die Frequenzen  $v_{S1,2}$  sowie  $v_{ST1,2}$  der Schwebeschwingung.

Im allgemeinen ist mit dem Torsionsstab von 1mm Radius die Kopplung der Pendel so schwach, dass die Frequenzpeaks um  $v_S$  und  $v_{ST}$  im Spektrum nicht hinreichend aufgelöst sind. Lediglich ein breiterer Peak bzw. ein Doppelpack um die Kopplungsfrequenz  $v_K$  erscheint, s. Gl.(22). Bestimmen Sie daher  $v_K$  im Spektrum als Schwerpunkt des gesamten Peaks und die Schwebungsperiode  $T_{Sch}$  im Diagramm des Standardordners. Letzteres geschieht folgendermaßen:

Im Standardordner mit RM im Grafikmenue *Markierung setzen, senkrechte Linie* wählen, diese mit LM an die jeweiligen Stellen der Schwebungsnullstellen absetzen;

dann mit RM *Markierung setzen, Differenz messen* mit LM eine jeweils eine horizontale Linie zwischen den Vertikalen ziehen;

danach jeweils mit RM *Markierung setzen, Text* den Wert der Länge der Linie d.h. den zeitlichen Abstand  $T_{Sch}$  markieren.

Notieren Sie  $v_K$  und die ermittelten Schwebungsperioden und speichern Sie die Daten unter dem Dateinamen *Gruppennr.\_Aufg.Nr.3a* (z.B.123\_3a).

Anm.: In der Auswertung können  $v_S$  und  $v_{ST}$  mit Gln. (22) u. (24) aus  $v_K$  und  $T_{Sch}$  berechnet werden.

Bestimmen Sie darauf die Schwebeschwingungen der mit den Torsionsstäben mit nominell  $R = 1,5; 1,75$  u. 2 mm gekoppelten Pendel und notieren sowie speichern Sie die Frequenzen bzw. Messdaten in den Dateien *Gruppennr.\_Aufg.Nr.3b,c,d* (z.B.123\_3b,c,d).

Zum Abschluss der Messungen sind die genauen Durchmesser der Torsionsstäbe mit einer Mikrometerschraube zu bestimmen. Messen Sie diese für jeden Stab mindestens dreimal an verschiedenen Stellen des Stabes.

Drucken Sie für das Protokoll den Zeitverlauf der Schwingungen sowie das Frequenzspektrum der ungekoppelten sowie der mit Stab  $R = 1$  mm gekoppelten Pendel aus.

### 6. Auswertung

Bestimmen Sie den Mittelwert der jeweiligen Schwingungsfrequenzen  $v_s$  und  $v_{ST}$  der Pendel 1 und 2 sowie deren mittleren Fehler.

Bestimmen Sie den Kopplungsgrad  $\kappa$  der Pendel für die verschiedenen Radien der Torsionsstäbe.

Zur Bestimmung des Schubmoduls der Stäbe ist zunächst aus den Ergebnissen der 1. Aufgabe mit Gl. (31) das Trägheitsmoment  $I$  von Pendel 1 zu berechnen.

$$m = 2 \text{ kg}, \quad l_m = 0,45 \text{ m}$$

Gemäß Gl. (26) sollte  $v_{ST}^2$  proportional zu  $R^4$  variieren,  $v_s^2$  gem. Gl. (4) nicht vom Radius der Stäbe abhängen. Der Schubmodul ist grafisch aus der Steigung einer Ausgleichsgeraden  $v_{ST}^2(R^4)$  zu ermitteln. Hierbei sind die jeweiligen Messfehler  $\Delta v_{ST}$  sowie  $\Delta R = \pm 0,01 \text{ mm}$  zu berücksichtigen. Tragen Sie dazu  $v_{ST}^2$  und  $v_s^2$  über  $R^4$  auf Millimeterpapier auf. Zu jedem Messpunkt  $v_{ST}^2$  und  $v_s^2$  ist (wenn möglich) ein vertikaler sowie horizontaler Fehlerbalken

$$\Delta v_{ST}^2 = \pm 2v_{ST}\Delta v_{ST}, \quad \Delta R^4 = \pm 4R^3\Delta R$$

einzuzeichnen. Diese Fehlerbalken spannen jeweils ein Rechteck um jeden Messpunkt auf. Zeichnen Sie zunächst für  $v_s^2$  eine ausgleichende Horizontale, für  $v_{ST}^2$  eine Gerade ein, welche die Messpunkte optimal verbindet. Bestimmen Sie die Steigung  $S$  dieser Geraden und berechnen Sie hieraus  $G$

$$G = 4\pi l_T I S$$

Für die eingespannte Länge der Torsionsstäbe ist ein mittlerer Wert  $l_T = 0,32 \text{ m}$  zu benutzen.

Zeichnen Sie danach zwei Ausgleichsgeraden  $v_{ST}^2(R^4)$  mit maximaler und minimaler Steigung  $S$  so in den Graphen, dass noch alle Fehlerrechtecke getroffen werden. Bestimmen Sie aus diesen Steigungen  $G_{max}$  und  $G_{min}$  und hieraus den Fehler

$$\Delta G = G_{max} - G \approx G - G_{min}$$

Vergleichen Sie das Ergebnis  $G \pm \Delta G$  mit Literaturdaten für den Schubmodul:

Messing	(Cu <sub>60</sub> Zn <sub>40</sub> )	G = 36 GPa	(1 GPa = 10 <sup>9</sup> N/m <sup>2</sup> )
Kupfer		G = 45 GPa	
Edelstahl	(FeNiCr)	G = 65 GPa	

Diskutieren Sie das Messergebnis auch hinsichtlich weiterer möglicher Fehler.

### 7. Fragen zur Selbstkontrolle

- 1) Was ist der Unterschied zwischen einem *physischen* und einem *mathematischen* Pendel?
- 2) Wie lauten die Bewegungsgleichungen dieser Pendel?
- 3) Wovon sind die *Eigenfrequenzen* eines physischen bzw. eines mathematischen Pendels abhängig?
- 4) Ist die *Periodendauer* eines Pendels von der Auslenkung abhängig?
- 5) Wie bestimmt man mit einem mathematischen Pendel die Erdbeschleunigung?
- 6) Wieviel *Eigenfrequenzen* besitzen zwei gekoppelte Pendel?
- 7) Welche speziellen *Schwingungsformen* besitzen zwei gekoppelte Pendel?
- 8) Wie kann aus den Schwingungen der Pendel im vorliegenden Versuch ihr *Trägheitsmoment*  $I$ , wie der *Schubmodul*  $G$  der Torsionsstäbe ermittelt werden?

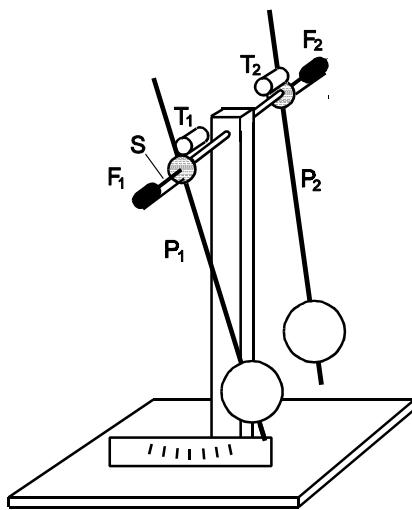
Versuchsprotokoll: **Gekoppelte Pendel**

Versuchsdatum: .....

Versuchsteilnehmer: .....

.....

Betreuer..... Bem..... Datum.....



Versuchsaufbau:

In der Drehachse der Pendel  $P_1$  und  $P_2$  ist ein Torsionsstab  $S$  gelagert, an dessen Enden über zwei Bohrfutter  $F_1$  und  $F_2$  die Pendel gekoppelt sind. In zwei Tacho-Generatoren  $T_1$  und  $T_2$  werden zu den Drehgeschwindigkeiten  $d\varphi_1/dt$  und  $d\varphi_2/dt$  der Pendel proportionale Spannungen  $U_1$  und  $U_2$  erzeugt, die über ein Interface von einem PC registriert werden. Der zeitliche Verlauf  $U_1(t)$  bzw.  $U_2(t)$  entspricht bis auf einen Phasenfaktor (Zeitverschiebung) dem zeitlichen Verlauf der Auslenkwinkel  $\varphi_1$  und  $\varphi_2$  der Pendel.

Theorie:

Lösung der Bewegungsgleichungen der Pendel mit Anfangsbedingung  $d\varphi/dt = 0$ :

$$\varphi_{1,2}(t) = \frac{1}{2} [a_1 \cos(\omega_S t) \pm a_2 \cos(\omega_{ST} t)] , \quad \omega_S = \sqrt{\frac{D_S}{I}} , \quad \omega_{ST} = \sqrt{\frac{D_S + 2D_T}{I}}$$

mit Winkelrichtgrößen  $D_S$ ,  $D_T$  für Schwere- und Torsionspendel und Trägheitsmoment  $I$ .

Gleichgerichtete Auslenkung ( $\varphi_{1,2}(0) = \varphi_0$ ):  $a_2 = 0, a_1 = 2\varphi_0$

Entgegengerichtete Auslenkung: ( $\varphi_{1,2}(0) = \pm\varphi_0$ ):  $a_1 = 0, a_2 = 2\varphi_0$

Auslenkung für Schwebung: ( $\varphi_1(0) = \varphi_0, \varphi_2(0) = 0$ ):  $a_1 = a_2 = \varphi_0$

$$\varphi_{1,2}(t) = \varphi_0 \cos(\omega_A t) \frac{\sin}{\cos}(\omega_K t) , \quad \omega_A = \frac{\omega_{ST} - \omega_S}{2} , \quad \omega_K = \frac{\omega_{ST} + \omega_S}{2} , \quad \omega_{Sch} = 2\omega_A$$

mit Amplitudenfrequenz  $\omega_A$ , Kopplungsfrequenz  $\omega_K$ , Schwebungsfrequenz  $\omega_{Sch}$

Aufgabenstellung:

- 1) Aufzeichnung des zeitlichen Verlaufs der Schwingungen der entkoppelten Pendel. Bestimmung der Schwingungsfrequenzen  $\nu_{S1,2} = \omega_{S1,2}/2\pi$
- 2) Aufzeichnung des zeitlichen Verlaufs der Schwingungen der mit Torsionsstab Radius  $R = 1 \text{ mm}$  gekoppelten Pendel. Bestimmung der Schwingungsfrequenzen  $\nu_{S1,2}$  bzw.  $\nu_{ST1,2}$  bei gleichgerichteter bzw. entgegengerichteter Auslenkung sowie der Schwebungsschwingungen
- 3) Aufzeichnung des zeitlichen Verlaufs der Schwebungsschwingungen der mit Torsionsstäben  $R = 1,5\text{mm}, 1,75\text{mm}$  und  $2\text{mm}$  gekoppelten Pendel. Bestimmung der Schwingungsfrequenzen  $\nu_{S1,2}$  und  $\nu_{ST1,2}$
- 4) Bestimmung der Abhängigkeit der Schwingungsfrequenz  $\nu_{ST}$  vom Radius  $R$  des Torsionsstabes und Bestimmung des Schubmoduls  $G$  der Torsionsstäbe

Versuchsdurchführung und Messergebnisse:

- 1) Starten des Programms „CassyLab“ und Laden der Datei „Doppelpendel“. Gleichgerichtete Auslenkung (5 Grad) der ungekoppelten Pendel (mit Scheibenmassen jeweils  $m = 2000 \text{ g}$ ). Starten der Aufzeichnung  $\phi_{1,2}(t)$  durch Drücken des Stoppuhrsymbols in der Programm-Menüleiste (Messzeit: 120 s). Nach der Messung Umstellung in der Daten-Menüleiste durch Mausklick auf „Spektrum“. Anzeige der Frequenzen  $\nu_{S1,2}$  ( $= f_{a,b}$ ) durch Peaks im Spektrum  $U(f)$ . Bestimmung der Frequenzen  $\nu_{S1,2}$  durch rechten Mausklick „weitere Auswertungen, Peakschwerpunkt bestimmen“ mittels Ziehen der Maus mit gedrückter linker Taste symmetrisch über den jeweiligen Peak (links oben aktiviertes Kästchen  $F_a$  oder  $F_b$ ). Nach Erscheinen der vertikalen Marke des Peakschwerpunkts den Frequenzwert mit Fehler durch rechten Mausklick "Markierung setzen, Text" an die Linie setzen. Datei im Ordner "Schüler" mit Namen "[Datum]\_[Aufgaben-Nr.].lab" (z.B. "120208\_1.lab) speichern. Für folgende Aufgaben analog verfahren. Frequenzwerte und Fehler im Protokoll auf 4 Nachkommastellen runden!

Datei: ....._1a.lab		
$\nu_{S1} = f_a \pm \Delta f_a \text{ (Hz)}$	$\nu_{S2} = f_b \pm \Delta f_b \text{ (Hz)}$	Mittelwert $\nu_S = f \pm \Delta f \text{ (Hz)}$

Zur Bestimmung des Trägheitsmomentes  $I$  (Aufg. 4) Aufzeichnung der Schwingung des ungekoppelten Pendels 1 ohne Massescheiben:

Datei:....._1b.lab	
$\nu_{S10} = f_a \pm \Delta f_a \text{ (Hz):}$	

2a) Mit Torsionsstab  $R = 1\text{mm}$  gekoppelte Pendel gleichgerichtet ausgelenkt:

Datei: ....._2a.lab		
$v_{S1} = f_a \pm \Delta f_a \text{ (Hz)}$	$v_{S2} = f_b \pm \Delta f_b \text{ (Hz)}$	$v_S = f \pm \Delta f \text{ (Hz)}$

2b) Wie zuvor gekoppelte Pendel entgegengerichtet ausgelenkt:

Datei: ....._2b.lab		
$v_{ST1} = f_a \pm \Delta f_a \text{ (Hz)}$	$v_{ST2} = f_b \pm \Delta f_b \text{ (Hz)}$	$v_{ST} = f \pm \Delta f \text{ (Hz)}$

2c) Wie zuvor gekoppelte Pendel: Pendel 1 ausgelenkt, Pendel 2 in Ruhelage.  
 $v_K$  aus Spektrum bestimmt;  $T_{Sch}$  = Zeitabstand der Knoten in  $\dot{\phi}(t)$   
 (rechte Maustaste / Markierung setzen / senkrechte Linie bzw. danach Text)

Datei: ....._2c.lab		
$v_{K1} = f_a \pm \Delta f_a \text{ (Hz)}$	$v_{K2} = f_b \pm \Delta f_b \text{ (Hz)}$	$v_K = f \pm \Delta f \text{ (Hz)}$
$T_{Sch a} \text{ (s)}$	$T_{Sch b} \text{ (s)}$	$T_{Sch} \text{ (s)}$
$v_A = 1/(2T_{Sch}) \text{ (Hz)}$	$v_S = v_K - v_A \text{ (Hz)}$	$v_{ST} = v_K + v_A \text{ (Hz)}$

3) Auslenkung wie zuvor mit Torsionsstab  $R = 1,5\text{mm}$ ,  $1,75\text{mm}$  und  $2\text{mm}$   
 $v_S$  und  $v_{ST}$  aus Spektrum bestimmt

$R = 1,5\text{mm}$ Datei: ....._3a.lab		
$v_{S1} = f_a \pm \Delta f_a \text{ (Hz)}$	$v_{S2} = f_b \pm \Delta f_b \text{ (Hz)}$	$v_S = f \pm \Delta f \text{ (Hz)}$
$v_{ST1} = f_a \pm \Delta f_a \text{ (Hz)}$	$v_{ST2} = f_b \pm \Delta f_b \text{ (Hz)}$	$v_{ST} = f \pm \Delta f \text{ (Hz)}$

R = 1,75mm Datei: ....._3b.lab		
$v_{S1} = f_a \pm \Delta f_a$ (Hz)	$v_{S2} = f_b \pm \Delta f_b$ (Hz)	$v_S = f \pm \Delta f$ (Hz)
$v_{ST1} = f_a \pm \Delta f_a$ (Hz)	$v_{ST2} = f_b \pm \Delta f_b$ (Hz)	$v_{ST} = f \pm \Delta f$ (Hz)
R = 2mm Datei: ....._3c.lab		
$v_{S1} = f_a \pm \Delta f_a$ (Hz)	$v_{S2} = f_b \pm \Delta f_b$ (Hz)	$v_S = f \pm \Delta f$ (Hz)
$v_{ST1} = f_a \pm \Delta f_a$ (Hz)	$v_{ST2} = f_b \pm \Delta f_b$ (Hz)	$v_{ST} = f \pm \Delta f$ (Hz)

4a) Abhängigkeit der Frequenz  $v_{ST}$  vom Stabradius R:

Theorie (vergl. Versuch A9: Elastizitäts- und Schubmodul, Gl. 8):

$$D_T = \frac{\pi G R^4}{2l_T}, \quad v_{ST}^2 = v_S^2 + \frac{G}{4\pi l_T I} R^4$$

G: Schubmodul (Materialkonstante);

R: Stabradius mit Mikrometer je dreimal bestimmt,  $\Delta R = \pm 0,01$  mm;

$l_T = 0,32$ m: eingespannte Stablänge,  $\Delta l_T = 0$

Wertetabelle: Frequenzwerte gerundet auf 3 Nachkommastellen

Aufg	R mm	$R^4 \pm 4R^3\Delta R$ mm <sup>4</sup>	$v_S^2 \pm 2v_S\Delta v_S$ Hz <sup>2</sup>	$v_{ST}^2 \pm 2v_{ST}\Delta v_{ST}$ Hz <sup>2</sup>
1a	<del>X</del>	0		<del>X</del>
2a,b				
2c				
3a				
3b				
3c				



Graph 1:  $v_S^2(R^4)$ ,  $v_{ST}^2(R^4)$  Zeichnung s.u.!

Messsymbole mit vertikalen und horizontalen Fehlerbalken!  
Mittelwert für  $v_S^2$  bzw. Ausgleichsgerade für  $v_{ST}^2$  eingezeichnet!  
Steigung der Geraden:

$$\Delta v_{ST}^2 / \Delta R^4 = \dots\dots\dots \text{Hz}^2/\text{m}^4$$

4b) Bestimmung des Schubmoduls G:

Trägheitsmoment I des Pendels 1:

$$I \approx \frac{m l_m (g/4\pi^2 - l_m v_{S10}^2)}{v_{S1}^2 - v_{S10}^2}$$

$m = 2 \text{ kg}$  Scheibenmasse,  $g = 9,81 \text{ m/s}^2$  Erdbeschleunigung  
 $l_m = 0,45 \text{ m}$  Abstand Drehachse - Scheibenmitte

$v_{S1} = \dots\dots\dots \text{Hz}$  s. Aufg. 1a       $v_{S1}^2 = \dots\dots\dots \text{Hz}^2$

$v_{S10} = \dots\dots\dots \text{Hz}$  s. Aufg. 1b       $v_{S10}^2 = \dots\dots\dots \text{Hz}^2$

$I = \dots\dots\dots \text{kg m}^2$

Schubmodul G:

$$G = 4\pi l_T I \frac{\Delta v_{ST}^2}{\Delta R^4} \quad G = \dots\dots\dots \times 10^9 \text{ N/m}^2 \text{ (= GPa)}$$

Literaturwerte: (Kohlrausch, Praktische Physik 3)

Messing ( $\text{Cu}_{60}\text{Zn}_{40}$ ):       $G = 37 \text{ GPa}$

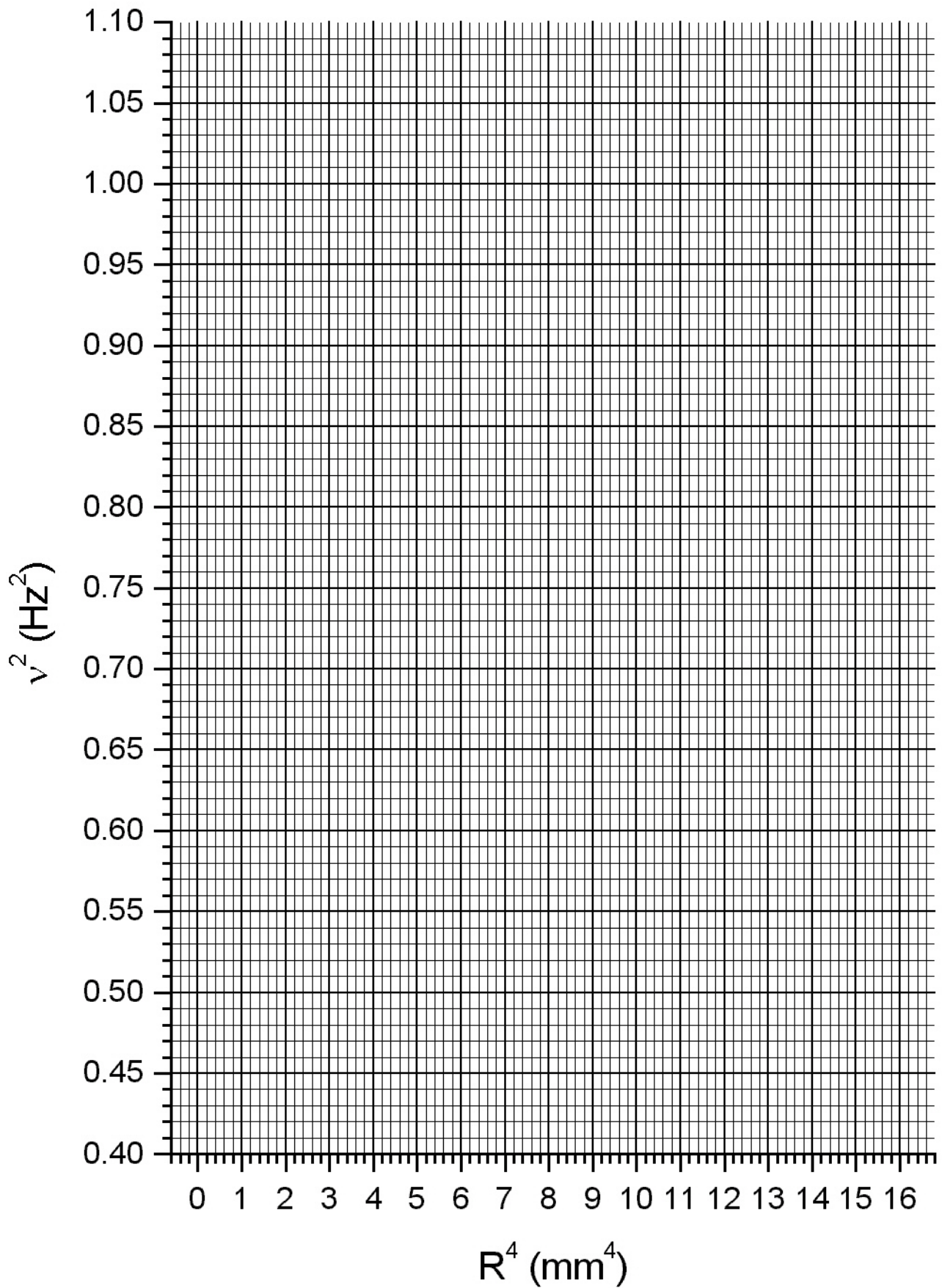
Kupfer:       $G = 46 \text{ GPa}$

Edelstahl ( $\text{Fe}_{74}\text{Ni}_{18}\text{Cr}_8$ ):       $G = 80 \text{ GPa}$

Ausdruck der Graphen  $U_{a,b}(t)$  und der Spektren der 1. und 2. Aufgabe

Kommentar zum Ergebnis und Diskussion möglicher systematischer Fehler:

Graph 1:  $v^2 (R^4)$



## Versuch B 2: Bestimmung der spezifischen Wärmekapazität fester Körper

**1. Literatur:** Walcher, Praktikum der Physik  
Bergmann-Schaefer, Lehrbuch der Physik, Bd.I

**Stichworte:** Spezifische Wärmekapazität, Wasserwert, Richmann'sche Mischungsregel, Dulong-Petit'sches Gesetz

### 2. Grundlagen

#### 2.1 Spezifische Wärme

Jeder Festkörper besitzt im Sinne der Thermodynamik eine sog. *innere Energie*  $U$ , die durch die kinetische und potentielle Energie der im Gitter um ihre Ruhelage schwingenden Atome hervorgerufen wird. Die innere Energie  $U$  ist Null bei  $T = 0\text{K}$  (klassisch betrachtet). Erhöht man die Temperatur, so wächst  $U$  an, wobei die Funktion  $U = f(T)$  i. a. einen komplizierten (nach der Theorie von Debye jedoch berechenbaren) Verlauf hat. Für die meisten Festkörper ist  $U$  im Bereich um Zimmertemperatur annähernd linear im  $T$ . Führt man in diesem Temperaturbereich einem Festkörper von außen eine bestimmte Wärmemenge  $\Delta Q$  zu, so ist die entsprechende Erhöhung der inneren Energie deshalb proportional zur Temperaturerhöhung:

$$\Delta U = \Delta Q = C \Delta T \quad (1)$$

Die Größe  $C$  wird *Wärmekapazität* des Festkörpers genannt. Sie ist proportional zur Masse  $m$  des Körpers:

$$C = c m \quad (2)$$

wobei  $c$  die *spezifische Wärmekapazität* des Materials mit der Einheit  $1 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$  ist, oder bei Bezug auf ein Mol, die moleare Wärmekapazität  $c_{\text{mol}}$  (*Molwärme*) mit der Einheit  $1 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$ .

Die molare Wärmekapazität der meisten Festkörper (vor allem der Metalle) ist bei  $T_{\text{Zi}}$  nahezu konstant und materialunabhängig. Dies kann man folgendermaßen verstehen: Man weiß aus der statistischen Thermodynamik, dass die mittlere kinetische Energie eines Teilchens (Atoms) pro Freiheitsgrad  $E = k_{\text{B}}T/2$  ist ( $k_{\text{B}}$  =

Boltzmann-Konstante). Im Bereich von  $T_{\text{Zi}}$  erfolgen in einem Festkörper die Schwingungen der Atome in die 3 möglichen Raumrichtungen (3 Freiheitsgrade), also ist  $E = 3 k_{\text{B}}T/2$ . Da im zeitlichen Mittel in einer Gitterschwingung die gleiche potentielle wie kinetische Energie vorhanden ist, ergibt sich pro Atom eine mittlere innere Energie von  $u = 3 k_{\text{B}} T$ . Ein Mol eines Stoffes enthält  $N_{\text{L}} = 6 \times 10^{23}$  Atome. Folglich ist die innere Energie für ein Mol eines Festkörpers gegeben durch:

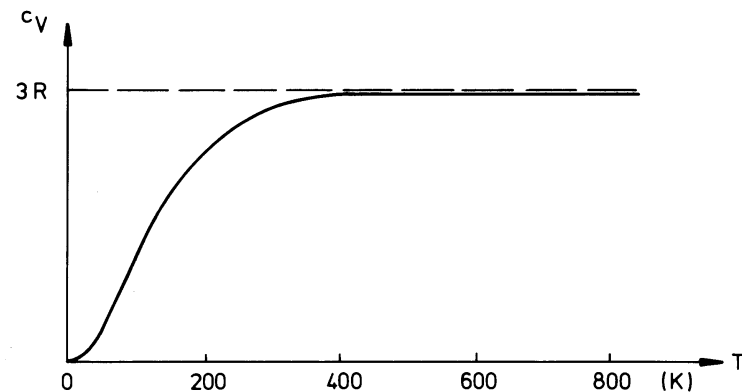
$$U = 3 k_{\text{B}} N_{\text{L}} T = 3 R T \quad (3)$$

wobei  $R = k_{\text{B}} N_{\text{L}} = 8,31 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$  die allgemeine Gaskonstante ist. Die molare Wärmekapazität eines Stoffes im Bereich um  $T_{\text{Zi}}$  ist also

$$c_{\text{mol}} = 3 R \quad (4)$$

Dieses Gesetz wurde schon 1819 von Dulong und Petit experimentell gefunden. In der Nähe des Schmelzpunktes gilt dieses Gesetz nicht mehr.

Insgesamt ergibt sich für den Temperaturverlauf der molaren spezifischen Wärmekapazität eines Festkörpers von  $T = 0$  bis nahe zum Schmelzpunkt ein Verhalten, das in Abb. 1 qualitativ wiedergegeben ist.



**Abb.1:** Temperaturabhängigkeit der molaren spezifischen Wärmekapazität  $c_v$  eines Festkörpers bei konstantem Volumen

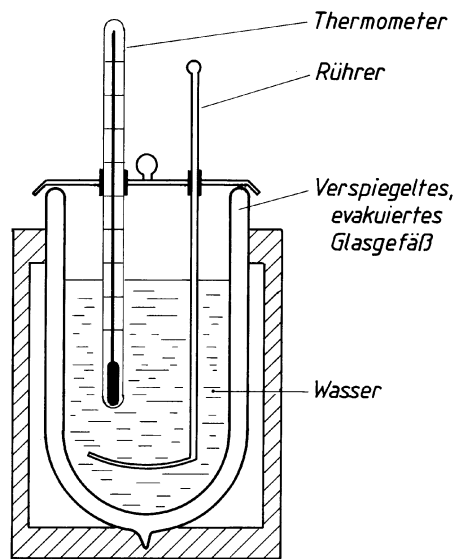
Man beachte, dass die spezifische Wärmekapazität meist an Proben unter konstantem Druck gemessen wird ( $c_p$ ). Vernachlässigt man die Wärmedehnung von Festkörpern, ist  $c_p \approx c_v$ .

## 2.2 Messmethode

Eine einfache Methode, um  $c$  im Bereich von Zimmertemperatur zu bestimmen, ist das Mischungsverfahren. Dabei wird die Wärmekapazität der Probe mit der bekannten Wärmekapazität einer Flüssigkeit verglichen. Es gilt, die sog. *Richmannsche Mischungsregel*, die eine Form des Energieerhaltungssatzes darstellt. Sie besagt, dass die Endtemperatur  $T_e$  bei dem Zusammenbringen zweier Körper mit den Massen  $m_1$  und  $m_2$  und den Ausgangstemperaturen  $T_1$  und  $T_2$  die folgende Gleichung erfüllt:

$$m_1 c_1 (T_1 - T_e) = m_2 c_2 (T_e - T_2) \quad (5)$$

Voraussetzung für die Anwendung dieser Regel ist, dass das Gesamtsystem nach außen keine Wärme abgibt (adiabatische Messung). Deshalb benutzt man im Versuch ein gut isoliertes Thermogefäß, das man mit Wasser bekannter Wärmekapazität gefüllt ist.

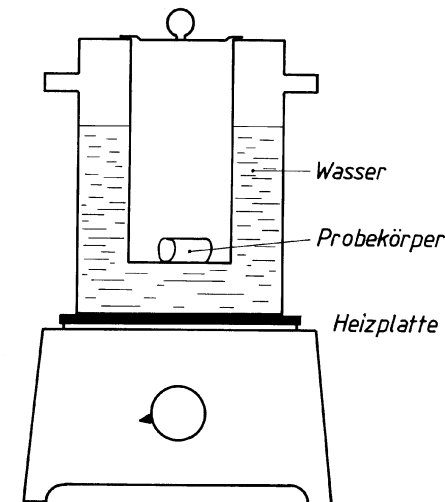


**Abb.2:**  
Kalorimeter  
mit Dewar-Gefäß

Ein solches *Kalorimeter* mit evakuierten Glasgefäß (Dewar), wie es zur Bestimmung der spez. Verdampfungswärme des Wassers (Versuch B1) verwendet wird, ist in Abb.2 dargestellt. Ein ähnliches Kalorimeter jedoch mit Styropor-Isolierung wird im vorliegenden Versuch benutzt. Zur Temperaturbestimmung dient ein elektr. Thermometer. Mit dem Rührer stellt man eine homogene Temperaturverteilung sicher. Dewargefäß, Rührer und Thermometer haben ebenfalls eine bestimmte Wärmekapazität, die mit dem sog. *Wasserwert* des Kalorimeters (einer entsprechenden Wassermenge mit gleicher Wärmekapazität) berücksichtigt wird (siehe Aufgabe 2).

Die Ausgangstemperatur  $T_2$  des Kalorimeters wird am Thermometer abgelesen. Die Ausgangstemperatur  $T_1$  des Probekörpers muss genau eingestellt werden. Dafür wird ein doppelwandiges Gefäß nach Abb. 3 verwendet, in dem innen die Probe liegt und außen Wasser bis zum Siedepunkt erhitzt wird.

Wesentlich ist nun, dass sich das Kalorimeter während des gesamten Versuchsablaufs nicht (streng) adiabatisch verhält (warum?). Deshalb muss der zeitliche Verlauf der Temperatur während des ganzen Verfahrens gemessen werden, um die auftretenden Wärmeverluste zu ermitteln und die später nötigen Korrekturen anbringen zu können.



**Abb.3:**  
Erhitzungsgefäß

### 2.3 Einheiten

Die Einheit für  $c$  ist  $1 \text{ J kg}^{-1}\text{K}^{-1}$ . In früheren Zeiten wurde die *Kalorie* (cal) bzw. *Kilokalorie* (kcal) als Einheit für *Wärmemengen* benutzt. Sie entspricht der Energie, die notwendig ist, um  $1 \text{ g}$  bzw.  $1 \text{ kg}$  Wasser von  $14,5^\circ\text{C}$  auf  $15,5^\circ\text{C}$  zu erwärmen. Ihr Wert wurde mit  $4,1868 \text{ J}$  bzw.  $\text{kJ}$  angenommen. Seit 1977 wird die Kalorie nicht mehr als gesetzliche Einheit definiert.

Da die spezifische Wärmekapazität  $c_w$  von Wasser sich zwischen  $5^\circ\text{C}$  und  $95^\circ\text{C}$  um weniger als  $0,5\%$  ändert, nehmen wir den Wert  $c_w = 4,1886 \text{ J/g}$  als temperaturunabhängig an.

### 3. Aufgabenstellung

- 1. Aufgabe:** Die spezifische Wärmekapazität verschiedener Metallkörper ist nach dem Mischungsverfahren in einem Kalorimeter zu bestimmen.
- 2. Aufgabe:** Der Wasserwert des benutzten Kalorimeters, der bei der Berechnung der spezifischen Wärme benötigt wird, ist experimentell zu bestimmen.

### 4. Versuchsdurchführung

- 1. Aufgabe:** Die Körper, deren Wärmekapazität bestimmt werden soll, werden zuerst gewogen und abgemessen und ihr Volumen wird berechnet. Sie sind im doppelwandigen Gefäß bis zum Siedepunkt des Wassers zu erwärmen. Um die erreichte Temperatur genau zu ermitteln, muss entsprechend dem äußeren Luftdruck die Siedepunktveränderung über die Dampfdruckkurve des Wassers berücksichtigt werden.
- Das Kalorimeter soll leer und halbvoll mit Wasser gewogen werden. Seine Temperatur soll dann in regelmäßigen Abständen von  $30 \text{ Sek.}$  etwa  $5 \text{ Minuten}$  lang abgelesen werden (*Vorversuch*). Anschließend wird die erste Probe ins Kalorimeter eingetaucht und die Temperatur danach alle  $10 \text{ Sek.}$  zwei Minuten lang unter ständigem Rühren gemessen (*Hauptversuch*). Danach sind die Temperaturwerte nur noch alle  $30 \text{ Sek.}$  fünf Minuten lang zu registrieren (*Nachversuch*).

Bei allen Proben ist gleich zu verfahren. Dabei berücksichtige man, dass die

Wassermenge sich nach Entnahme der vorhergehend untersuchten Probe geändert hat.

### 2. Aufgabe:

Das Kalorimeter wird zu einem Drittel mit Wasser bei Zimmertemperatur gefüllt und gewogen. Eine etwa gleiche Wassermenge wird bis ca.  $60^\circ\text{C}$  bei guter Durchmischung erwärmt. Nach Entfernung des Heizers wird noch eine Minute gewartet, um eine homogene Temperaturverteilung zu sichern, danach die Temperatur  $T_0$  des Wassers bestimmt. Das warme Wasser wird dann in das Kalorimeter gegossen und die Temperatur während des ganzen Vorgangs (inkl. Vor- und Nachversuch) wie bei der ersten Aufgabe registriert. Am Ende des Versuchs wird das Kalorimeter erneut gewogen.

### 5. Auswertung

#### a) Graphische Auswertung

Für jeden Teilversuch soll der Zeitverlauf der Temperatur gezeichnet werden. Aus diesen Kurven wird die ideale (d.h. adiabatische) Temperaturerhöhung folgendermaßen ermittelt (siehe Abb. 4):

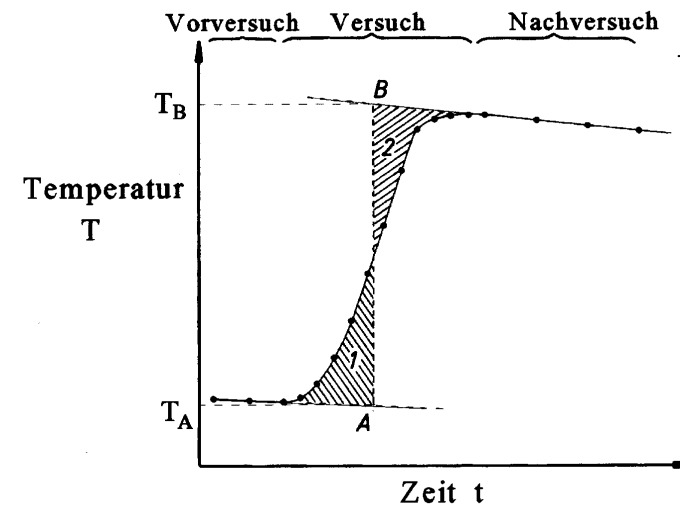


Abb.4: Graphische Auswertung

Der Zeitverlauf vor dem Eintauchen des Körpers wird vorwärts extrapoliert, der Zeitverlauf des Nachversuchs rückwärts bis zum Zeitpunkt vor dem Eintauchen. Man suche dann den genauen Zeitpunkt, bei dem die Flächen 1 und 2 zwischen tatsächlichem Verlauf und den extrapolierten Kurven gleich sind. Der Abstand A-B zwischen diesen Kurven ergibt die ideale Temperaturerhöhung. Die Temperaturen  $T_A$  und  $T_B$  sind als Ausgangs- bzw. Endtemperatur gemäß der Richmannschen Formel zu betrachten.

Da die Wärmeverluste pro Zeiteinheit proportional zur Temperaturerhöhung sind, ist die Wärmemenge, die verloren geht, proportional zur Fläche unter der  $T(t)$ -Kurve. Das Auswertungsverfahren gleicht diese Verluste aus. Man wende es auch für die Bestimmung des Wasserwertes an.

### b) Spezifische Wärmekapazität der Probe

Die Wärmekapazität  $C$  der Probe ergibt sich aus Gl. (5), wobei  $T_1$  der Probenausgangstemperatur,  $T_2$  und  $T_e$  den Temperaturen  $T_A$  bzw.  $T_B$  der graphischen Auswertung entsprechen.  $T_1$  ist die Siedetemperatur  $T_S$  des Wassers; diese muss für den Luftdruck am Tag des Versuchs anhand der im Praktikum vorhandenen Tabelle korrigiert werden. Die Gesamtwärmekapazität des Kalorimeters besteht aus dem Wasseranteil und dem Beitrag vom Gefäß, Thermometer und Rührer, der durch eine fiktive Wassermasse, dem sog. *Wasserwert*  $W_K$  ersetzt wird. Es gilt:

$$c = \frac{C}{m} = \frac{(m_W + W_K) c_W (T_B - T_A)}{m(T_S - T_B)} \quad (6)$$

### c) Wasserwert des Kalorimeters

Der Wasserwert  $W_K$  wird ebenfalls mit Hilfe der Richmannschen Mischungsregel (Gl. (5)) bestimmt, wobei  $T_1$  durch  $T_0$  (bzw.  $T_S$ , s. Versuch B1) und die Größen  $m_1 c_1$  und  $m_2 c_2$  durch  $m_z c_w$  bzw.  $(m_a + W_K) c_w$  ersetzt werden.  $m_a$  ist die am Anfang im Kalorimeter vorhandene Wassermasse,  $m_z$  ist die Masse der zugegebenen Wassermenge,  $T_0$  seine Temperatur. Es ergibt sich:

$$W_K = m_z \frac{(T_0 - T_B)}{(T_B - T_A)} - m_a \quad (7)$$

### Fehlerdiskussion

Der Fehler bei den Massenbestimmungen beträgt etwa  $\pm 0,1$  g, der der Temperaturbestimmungen ungefähr  $\pm 0,1$  K. Mit Hilfe des Fehlerfortpflanzungsgesetzes soll der Fehler für  $c$  abgeschätzt werden. Die experimentell bestimmten Werte sind mit den in der Literatur gefundenen Werten zu vergleichen und die evtl. vorhandenen Abweichungen zu diskutieren. Die berechneten Dichten helfen bei der Identifizierung der Körpermaterialien.

### 6. Fragen zur Selbstkontrolle

- 1) Was versteht man unter *spezifischer Wärmekapazität* eines Stoffes? Welche Einheiten benutzt man?
- 2) Warum haben Festkörper bei Zimmertemperatur alle in etwa die gleiche molare Wärmekapazität von  $3 R$ ?
- 3) Warum verschwindet die spezifische Wärme eines festen Körpers für  $T \rightarrow 0$ ?
- 4) Wie ist ein Kalorimeter aufgebaut?
- 5) Was bedeutet der Begriff *adiabatisch*?
- 6) Was bedeutet der Begriff *Wasserwert*?
- 7) Wodurch entstehen die Wärmeverluste im Kalorimeter?
- 8) Wie verhält sich die spez. Wärmekapazität eines Körpers am Schmelzpunkt?
- 9) Wie sieht der Zeitverlauf der Temperatur nach dem Versuch für längere Zeiten aus?
- 10) Wie würde der Temperaturverlauf während des Versuchs aussehen, wenn das Wasser nicht gerührt wird?
- 11) Wie groß kann der Fehler für die Probenkörperausgangstemperatur sein, wenn man die Luftdruckkorrektur des Wassersiedepunkts vernachlässigt?

Versuchsprotokoll: **Bestimmung der spezifischen Wärmekapazität fester Körper**

Versuchsdatum: .....

Versuchsteilnehmer: .....  
.....

Betreuer..... Bem..... Datum.....

---

Aufgabenstellung:

1. Bestimmung der spezifischen Wärmekapazität von zwei Metallkörpern
2. Bestimmung des Wasserwertes des verwendeten Kalorimeters

1. Die spez. Wärmekapazität  $c$  eines Körpers im Bereich um Raumtemperatur wird nach dem Mischungsverfahren bestimmt. Der Probenkörper (Masse  $m$ ) wird in einem Gefäß auf die Temperatur  $T_0$  ( $< \approx T_s$ , Siedetemperatur) erhitzt, danach in ein mit Wasser (Masse  $m_w$ , Temperatur  $T_1$ ) gefülltes Kalorimeter (Wasserwert  $W_K$ ) eingetaucht. Dabei erhöht sich die Temperatur des Kalorimeters auf die Mischungstemperatur  $T_M$ .

Die von der Probe bei der Abkühlung von  $T_0$  auf  $T_M$  abgegebene Wärmemenge  $\Delta Q_1 = mc(T_0 - T_M)$  ist gleich der vom Kalorimeter (einschließlich Wasser, Rührer und Thermometer) aufgenommenen Wärmemenge  $\Delta Q_2 = (m_w + W_K)c_w(T_M - T_1)$ . Daraus ergibt sich für die spez. Wärmekapazität der Probe:

$$c = \frac{(m_w + W_K)c_w(T_M - T_1)}{m(T_0 - T_M)}$$

2. Der Wasserwert  $W_K$  des Kalorimeters ist die äquivalente Wassermasse, welche bei Erwärmung um  $\Delta T$  die gleiche Wärme  $\Delta Q_k = W_K c_w \Delta T$  wie das Kalorimeter (Masse  $m_K$ ) aufnimmt. Zur Bestimmung von  $W_K$  wird in das mit Wasser (Masse  $m_1$ , Temperatur  $T_1' \approx T_1$ ) gefüllte Kalorimeter heißes Wasser (Masse  $m_2$ , Temperatur  $T_0'$ ) eingeführt. Mit der Mischungstemperatur  $T_M'$  ergibt sich:

$$W_K = m_2 \frac{(T_0' - T_M')}{(T_M' - T_1')} - m_1$$

Versuchsdurchführung:

1)

Probe A: Material: .....  $m_A = \dots\dots\dots\text{g}$   $T_0 = \dots\dots\dots^\circ\text{C}$

Probe B: Material: .....  $m_B = \dots\dots\dots\text{g}$   $T_0 = \dots\dots\dots^\circ\text{C}$

Kalorimeter leer:  $m_K = \dots\dots\dots\text{g}$

Versuch Probe A:

Kalorimeter mit Wasser (ca. 1/2 voll)  $m = \dots\dots\dots\text{g}$ ,  $m_W = \dots\dots\dots\text{g}$

Versuch Probe B:

Kalorimeter mit Wasser (ca. 1/2 voll)  $m = \dots\dots\dots\text{g}$ ,  $m_W = \dots\dots\dots\text{g}$

Um Wärmeverluste des Kalorimeters an die Umgebung zu berücksichtigen, wird die Wassertemperatur vor Eintauchen der Probe (Vorversuch) 5 min. lang alle 30 sec, nach dem Eintauchen (Hauptversuch) unter ständigem Rühren 2 min. alle 10 sec, danach (Nachversuch) wieder 5 min. alle 30 sec. registriert, als Funktion der Zeit in einem Diagramm aufgetragen und daraus die Temperatur  $T_M$  und  $T_1$  extrapoliert.

Probe A:

Zeit t		T (°C)	Zeit t		T (°C)	Zeit t		T (°C)	Zeit t		T (°C)
min	sec		min	sec		min	sec		min	sec	

Auftragung des Temperaturverlaufs  $T(t)$  in Graph 1A und Extrapolation ergibt:

$T_1 = \dots\dots\dots^\circ\text{C}$ ,  $T_M = \dots\dots\dots^\circ\text{C}$ ,  $T_M - T_1 = \dots\dots\dots^\circ\text{C}$ ,  $T_0 - T_M = \dots\dots\dots^\circ\text{C}$



Probe B:

Zeit t		T (°C)	Zeit t		T (°C)	Zeit t		T (°C)	Zeit t		T (°C)
min	sec		min	sec		min	sec		min	sec	

Auftragung des Temperaturverlaufs T(t) in Graph 1B und Extrapolation ergibt:

$$T_1 = \dots\dots\dots^\circ\text{C}, \quad T_M = \dots\dots\dots^\circ\text{C}, \quad T_M - T_1 = \dots\dots\dots^\circ\text{C}, \quad T_0 - T_M = \dots\dots\dots^\circ\text{C}$$

2) Wasserwert  $W_K$ :

Kalorimeter leer:	$m_K = \dots\dots\dots\text{g}$
Kalorimeter mit Wassermenge $m_1$ (ca., 1/3 voll)	$m = \dots\dots\dots\text{g}$
	$m_1 = \dots\dots\dots\text{g}$
Temperatur des erhitzten Wassers: (ca. 60°C)	$T_0' = \dots\dots\dots^\circ\text{C}$
Kalorimeter nach Zugabe des erhitzten Wassers (ca. 2/3 voll)	
	$m = \dots\dots\dots\text{g}$
	$m_2 = \dots\dots\dots\text{g}$

Registrierung des Temperaturverlaufs des Kalorimeters vor und nach Einfüllen des heißen Wassers jeweils für 5 min alle 30 sec. Daraus extrapolative Bestimmung der Temperaturen  $T_1'$  und  $T_M'$ :

Zeit t		T (°C)	Zeit t		T (°C)	Zeit t		T (°C)	Zeit t		T (°C)
min	sec		min	sec		min	sec		min	sec	

Auftragung des Temperaturverlaufs T(t) in Graph 2 und Extrapolation ergibt:

$$T_1' = \dots\dots\dots^\circ\text{C}, \quad T_M' = \dots\dots\dots^\circ\text{C}, \quad T_M' - T_1' = \dots\dots\dots^\circ\text{C}, \quad T_0' - T_M' = \dots\dots\dots^\circ\text{C}$$

$$W_K = m_2 \frac{(T_0' - T_M')}{(T_M' - T_1')} - m_1 = \quad \quad \quad W_K = \dots\dots\dots\text{g}$$

Spez. Wärmekapazität:  $c = \frac{(m_W + W_K)c_W (T_M - T_1)}{m (T_0 - T_M)}$

Probe A:  $c = \text{-----} = \dots\dots\dots \text{J / g K}$

Probe B:  $c = \text{-----} = \dots\dots\dots \text{J / g K}$

Literaturwerte für c (25°C) in J / g K:

Aluminium	0,897
Eisen	0,449
Kupfer	0,385
Stahl	0,49...0,51
Messing	0,385

Fehlerbetrachtung: Berechnung der Größtfehler  $(\Delta W_K)_{\max}$  und  $(\Delta c)_{\max}$  :

$c_W$  als fehlerfrei betrachtet, sonst alle Temperaturfehler  $\Delta T = \pm 0,2^\circ\text{C}$ , alle Massenfehler  $\Delta m = \pm 0,1 \text{ g}$

Fehlerfortpflanzung:

$$\begin{aligned}
 (\Delta W_K)_{\max} &= \left| \frac{\partial W_K}{\partial m_1} \Delta m_1 \right| + \left| \frac{\partial W_K}{\partial m_2} \Delta m_2 \right| + \left| \frac{\partial W_K}{\partial T_0'} \Delta T_0' \right| + \left| \frac{\partial W_K}{\partial T_M'} \Delta T_M' \right| + \left| \frac{\partial W_K}{\partial T_1'} \Delta T_1' \right| \\
 &= \left| \frac{(T_0' - T_1') \Delta m}{T_M' - T_1'} \right| + 2 \left| \frac{(T_0' - T_1') m_2 \Delta T}{(T_M' - T_1')^2} \right|
 \end{aligned}$$

$$(\Delta W_K)_{\max} = \text{-----} + \text{-----} = \text{.....g}$$

Analoge Rechnung wie oben ergibt für  $(\Delta c)_{\max}$  :

$$\begin{aligned}
 (\Delta c)_{\max} &= \frac{c_W}{m (T_0 - T_M)} \left[ \left( \frac{m_W + W_K}{m} + 1 \right) (T_M - T_1) \left| \Delta m \right| + (T_M - T_1) (\Delta W_K)_{\max} + \right. \\
 &\quad \left. + 2 (m_W + W_K) \frac{(T_0 - T_1)}{(T_0 - T_M)} \left| \Delta T \right| \right]
 \end{aligned}$$

Probe A:

$$(\Delta c)_{\max} =$$

Probe B:

$$(\Delta c)_{\max} =$$

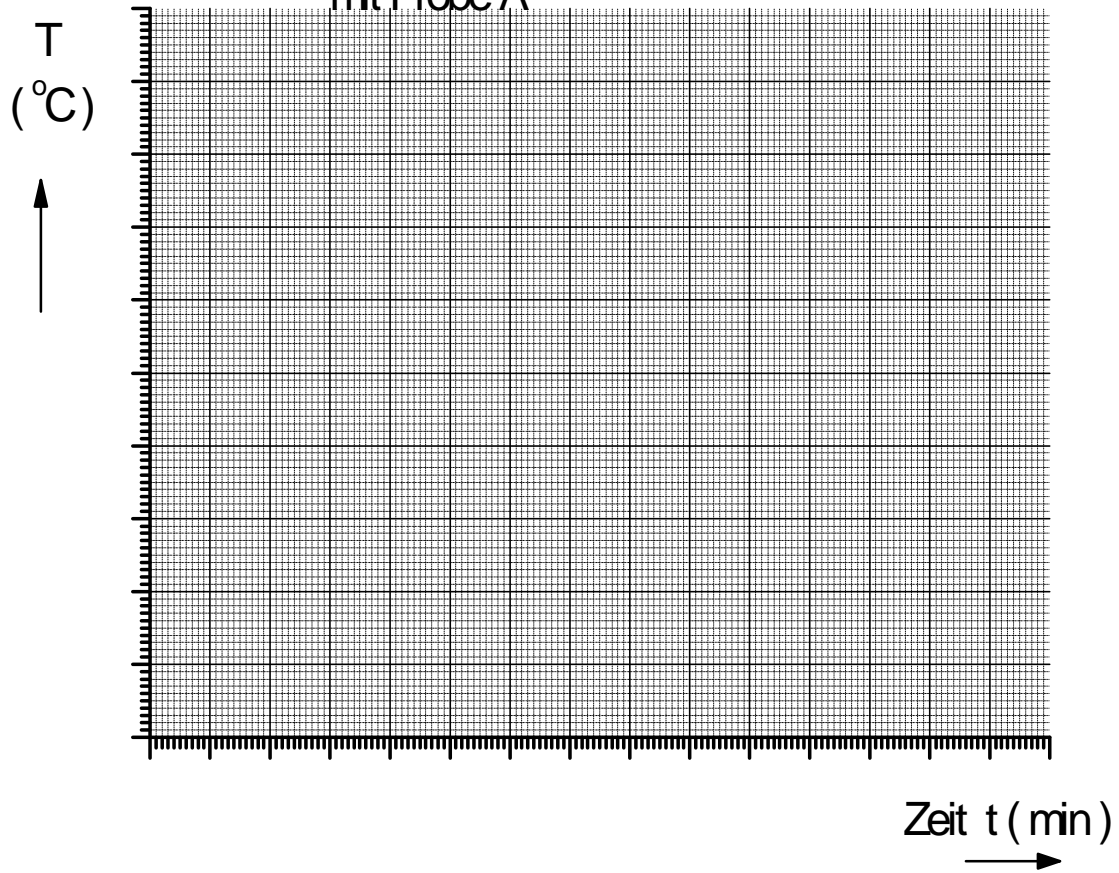
Ergebnis: Probe A:  $c = \text{.....} \pm \text{..... J/g}$   
(Größtfehler)

Probe B:  $c = \text{.....} \pm \text{..... J/g}$   
(Größtfehler)

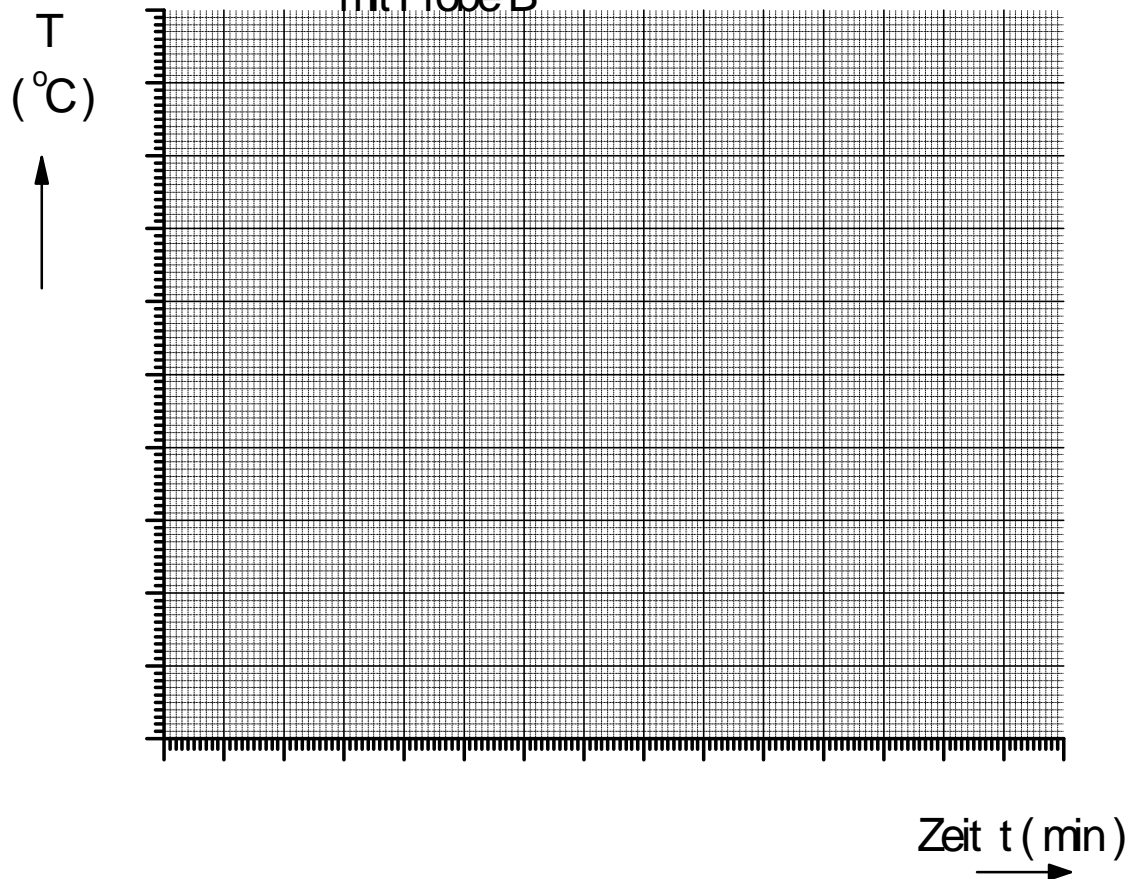
Frage: Liegen die Literaturwerte im Intervall  $[c - (\Delta c)_{\max}, c + (\Delta c)_{\max}]$  ?

Diskussion: Mögliche Ursachen für weitere Fehler:

Graph 1A: Temperaturverlauf für Kalorimeter  
mit Probe A



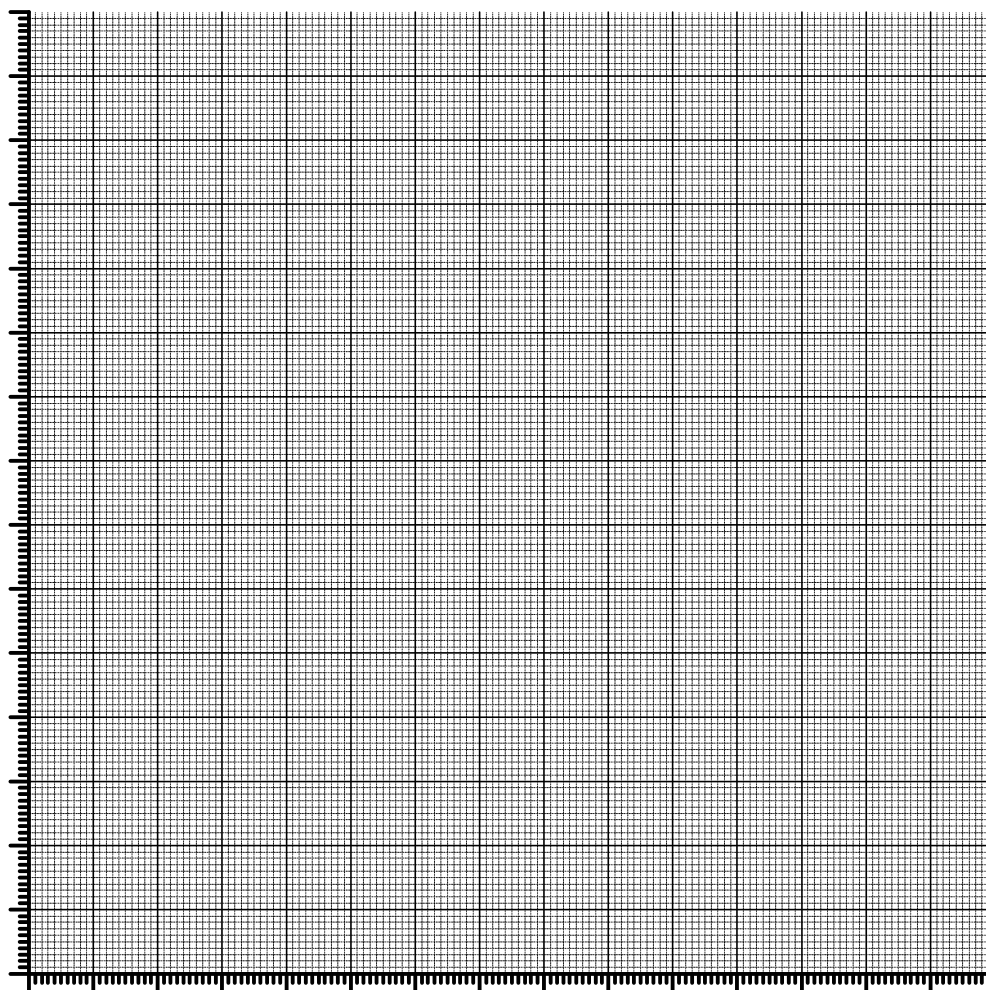
Graph 1B: Temperaturverlauf für Kalorimeter  
mit Probe B



## Graph 2: Temperaturverlauf bei der Bestimmung des Wasserwertes

Temperatur

$T$  (°C)



Zeit  $t$  ( min )



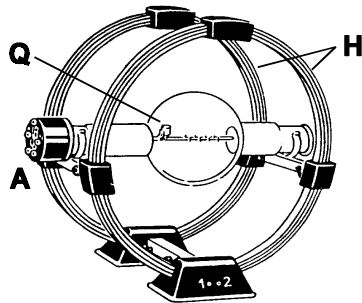
## Versuch B 8: Bestimmung der spezifischen Ladung $e/m$

**1. Literatur:** Bergmann-Schaefer, Experimentalphysik, Bd. II  
 Pohl, Einführung in die Physik, Bd. 2  
 Dobrinski/Krakau/Vogel, Physik für Ingenieure

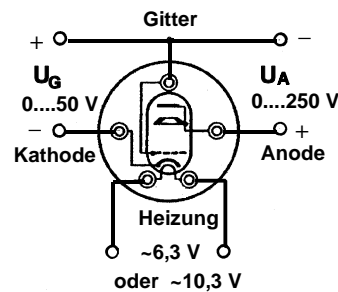
**Stichworte:** Elektronenröhre, Kraftwirkung elektromagnetischer Felder auf bewegte Ladungen, magnetische Feldstärke und Induktion, Ionisation, Rekombination, Lichtemission, Millikan-Versuch

### 2. Grundlagen

In diesem Versuch soll die spezifische Ladung  $e/m$  des Elektrons durch Ablenkung eines Elektronenstrahls im Magnetfeld bestimmt werden. Ähnliche Versuche wurden erstmals von H. Busch (1922) durchgeführt.



**Abb.1:** Fadenstrahlrohr mit Helmholtz-Spulen H, Elektronenstrahlquelle Q, Sockel mit Anschlussbuchsen A



**Abb.2:** Anschlussbuchsen mit Schalt-schema für Strahlerzeugungseinheit

Abb. 1 zeigt das benutzte Fadenstrahlrohr mit dem Helmholtz-Spulenpaar. Abb. 2 gibt die Stirnfläche der Röhre mit dem Schalt-schema und den Anschlussbuchsen für die Glühkathode, das Gitter und die mit einem Loch versehene Anode wieder. Durch thermisch induzierte Elektronenemission (Heizen der Kathode) und anschließende Beschleunigung und Fokussierung der Elektronen wird ein

Elektronenstrahl erzeugt. Liegt zwischen der Kathode und der Anode eine Beschleunigungsspannung  $U$ , so verlassen die Elektronen (Ladung  $e$ , Masse  $m$ ) das Beschleunigungssystem durch das Anodenloch mit einer bestimmten Geschwindigkeit  $v$ . Es gilt nach dem Energieerhaltungssatz:

$$\frac{1}{2}mv^2 = eU \quad (1)$$

Im feldfreien Raum würden die Elektronen nach Verlassen der Anode gradlinig mit konstanter Geschwindigkeit  $v$  weiterfliegen. Bewegen sich die Elektronen jedoch in einem Magnetfeld der Flussdichte  $B$ , so wirkt auf sie die Lorentzkraft  $F_L$ :

$$\underline{F}_L = -e(\underline{v} \times \underline{B}) \quad (2)$$

Da die Kraft  $F_L$  immer senkrecht auf der von  $v$  und  $B$  aufgespannten Ebene steht, wird durch die Lorentzkraft nur die Richtung, nicht aber der Betrag der Geschwindigkeit der Elektronen geändert.

Betrachtet man die Bahn eines Elektrons, dessen Geschwindigkeitsvektor  $v$  senkrecht zum  $B$ -Vektor eines homogenen Magnetfeldes orientiert ist und geht zu Beträgen über, so vereinfacht sich Gl. (2) zu:

$$F_L = e v B \quad (3)$$

Die Lorentzkraft wirkt dann ständig mit konstanter Größe  $F_L$  senkrecht zu  $v$ . Das Elektron wird auf eine Kreisbahn gezwungen, wobei die Lorentzkraft gleich der Zentripetalkraft ist, und es gilt:

$$e v B = m \frac{v^2}{r} \quad (4)$$

wobei  $r$  der Bahnradius ist. Mit Gl. (1) und (4) erhält man:

$$\frac{e}{m} = \frac{2U}{r^2 B^2} \quad (5)$$

Die Beschleunigungsspannung  $U$  und der Bahnradius  $r$  werden im durchzuführenden Versuch direkt gemessen. Die Größe des B-Feldes muss hingegen aus der Geometrie des felderzeugenden Spulensystems und dem Spulenstrom  $I$  bestimmt werden. Im Vakuum gilt zwischen der magnetischen Induktion  $B$  und der magnetischen Feldstärke  $H$  die Beziehung:

$$B = \mu_0 H \quad (6)$$

$\mu_0 = 4 \pi \times 10^{-7} \text{ V s A}^{-1} \text{ m}^{-1}$  ist die *Induktionskonstante*. Prinzipiell lässt sich die magnetische Feldstärke jeder beliebigen Spule mit Hilfe des Biot-Savart'schen Gesetzes berechnen. Für die Feldstärke bzw. magnetische Induktion im Mittelpunkt einer Ringspule von  $n$  Windungen und dem Radius  $R$  ergibt sich, wenn die Länge der Spule  $l \ll R$  ist:

$$H = \frac{nI}{2R} \quad \text{bzw.} \quad B = \mu_0 \frac{nI}{2R} \quad (7)$$

Zur Erzeugung eines homogenen Magnetfeldes (nach Helmholtz) bedient man sich zweier Kreisspulen mit gleichem Radius, deren Mittelpunkte auf der gemeinsamen Achse im Abstand ihrer Radien liegen (s. Abb. 1). Ist der Strom in beiden Spulen gleich, so lässt sich die magnetische Flussdichte  $B$  im inneren Bereich eines solchen Helmholtz-Spulensystems aus dem mittleren Spulenradius  $R$ , der Windungszahl  $n$  einer jeden Spule und dem Spulenstrom  $I$  errechnen:

$$B = 0,715 \mu_0 \frac{nI}{R} \quad (8)$$

Der Faktor 0,715 ergibt sich aus der Geometrie der Spulenordnung. Aus Gl. (5) und (8) erhält man schließlich:

$$\frac{e}{m} = C \frac{U}{(rI)^2} \quad (9)$$

mit der Konstanten:

$$C = 2 \left( \frac{R}{0,715 \mu_0 n} \right)^2 \quad (10)$$

Der Radius des im Praktikum beutzten Spulensystems beträgt  $R = 20 \text{ cm}$ ; die Windungszahl je Spule ist  $n = 154$ . Bestimmt man  $U$ ,  $I$  und  $r$  experimentell, so kann die spezifische Ladung  $e/m$  nach Gl. (9) berechnet werden.

Die Bahn des Elektronenstrahls im Fadenstrahlrohr wird sichtbar, da die Elektronen mit den Gasmolekülen des Füllgases (Inertgas unter vermindertem Druck) zusammenstoßen und diese ionisieren (Stoßionisation). Nach der anschließenden Rekombination befinden sich die Gasmoleküle in angeregten Zuständen. Beim Übergang in energetisch tieferliegende Niveaus bzw. in den Grundzustand emittieren die Moleküle elektromagnetische Strahlung im sichtbaren Spektralbereich (Licht).

Da die Größe der Elektronenladung  $e = -1,6021 \times 10^{-19} \text{ C}$  unabhängig von der Masse bestimmt werden kann, (z.B. im Versuch von R.A. Millikan, 1910; geladene Öl-Tröpfchen in einem Kondensator), lässt sich aus dem Verhältnis von  $e/m$  die Elektronenmasse  $m_e = 9,1091 \times 10^{-31} \text{ kg}$  berechnen.

Technisch wird die Ablenkung von Elektronenstrahlen durch Magnetfelder bei Fernsehbildröhren und bei den magnetischen Linsen in Elektronenmikroskopen genutzt. Das Prinzip lässt sich jedoch auch auf andere geladene Teilchen (Protonen, Ionen uws.) anwenden. Dies geschieht z.B. in den Massenspektrometern und den Beschleunigungsanlagen der Elementarteilchen- und Kernforschung (Zyklotron, Synchrotron).

### 3. Aufgabenstellung

- 1. Aufgabe:** Am Fadenstrahlrohr ist aus mehreren Messungen der Beschleunigungsspannung und des Spulenstromes für verschiedene vorgegebene Radien des kreisförmigen Elektronenstrahls die spezifische Ladung  $e/m$  zu bestimmen.
- 2. Aufgabe:** Eine kritische Fehlerbetrachtung und -berechnung ist durchzuführen.

### 4. Versuchsdurchführung

Zur Erzeugung des Magnetfeldes werden die beiden Spulen (siehe Abb. 1) in Reihe geschaltet und an eine stabilisierte, regelbare Gleichstromquelle angeschlossen. Der Spulenstrom  $I$  wird mit einem Amperemeter gemessen.

Das Fadenstrahlrohr ist gem. Abb. 2 an die Gleichspannungsquellen für die



Anoden- und Gitterspannung  $U_A$  bzw.  $U_G$  (*Polung beachten!*) und die Wechselspannungsquelle für die Kathodenheizung anzuschließen. Die zu bestimmende Beschleunigungsspannung  $U$  ist die Summe von  $U_A$  und  $U_G$ . Sie wird mit einem Voltmeter (300 V=) gemessen, welches zwischen Kathode und Anode geschaltet wird. Die für die Heizung der Kathode notwendige Wechselspannung (6,3V~ oder 10,3V~) ist auf den Anschlussbuchsen des jeweils benutzten Fadenstrahlrohrs angegeben.

*Wichtig:* Vor dem Einschalten der Geräte muss die Schaltung vom Betreuer des Versuchs überprüft werden! Außerdem ist vor Inbetriebnahme des Fadenstrahlrohrs darauf zu achten, dass die beiden Potentiometer der Spannungsquellen  $U_A$  und  $U_G$  auf Null stehen. Erst nach einer Anheizzeit von ca. 3 Minuten darf die Anodenspannung  $U_A$  im Bereich von 0 bis 250 V und die Gitterspannung  $U_G$  im Bereich von 0 bis 50 V eingestellt werden.

Durch eine geeignete Gitterspannung wird Schärfe und Helligkeit des Fadenstrahlrohrs bestimmt. Bei längeren Messpausen sind Anoden- und Gitterspannung wieder auf Null zu stellen, die Kathodenheizung bleibt jedoch an. Ist nach der Anheizzeit der Fadenstrahl im abgedunkelten Raum sichtbar, wird eine bestimmte Beschleunigungsspannung  $U$  ( $= U_A + U_G$ ) eingestellt, der Stromkreis zu den Helmholtzspulen geschlossen und durch vorsichtiges Drehen des Fadenstrahlrohrs der Strahl so eingestellt, dass er das Strahlerzeugungssystem senkrecht zur Richtung des Magnetfeldes verlässt und bei geeigneter Größe des Magnetfeldes einen Vollkreis beschreibt. Der Spulenstrom ist so einzustellen, dass der Elektronenstrahl einen Kreis mit dem gewünschten Radius  $r$  beschreibt. Zur Bestimmung der Radien sind im Fadenstrahlrohr Messmarken angebracht, die  $r = 2, 3, 4$  und  $5$  cm entsprechen.

Folgende Messreihen sind aufzunehmen:

Bei vorgegebener fester Beschleunigungsspannung (z.B. 150 V) wird zu jedem der vier o.a. Radien der zugehörige Spulenstrom  $I$  viermal gemessen und dann der Mittelwert gebildet.

Der Versuch ist für mindestens 4 Beschleunigungsspannungen (z.B. 150 V, 200 V, 250 V und 300 V) durchzuführen.

## 5. Auswertung

Zunächst ist die Konstante  $C$  zu berechnen (Gl. 10), dann (gem. Gl. 9) aus den zugehörigen Werten von  $U$ ,  $r$  und dem gemittelten Wert von  $I$  das Verhältnis  $e/m$ .

Es ist so für jede der 4 Beschleunigungsspannungen zu verfahren und dann der

Mittelwert von  $e/m$  zu berechnen.

Führen Sie eine Fehlerrechnung durch und verwenden Sie hierfür:  $\Delta r = \pm 0,5\text{mm}$ ,  $\Delta R = \pm 2\text{mm}$ ,  $\mu_0$  und  $n$  fehlerfrei.  $\Delta U$  und  $\Delta I$  sind der Güteklasse der Messgeräte zu entnehmen.  $\Delta I$  wird außerdem als Messunsicherheit (Standardabweichung des Mittelwertes) aus den 4 Messwerten bestimmt. Für die Weiterrechnung wird der größere der beiden Fehler benutzt. Zu berechnen sind nach dem Fehlerfortpflanzungsgesetz für jeden Radius  $r$  und jede Spannung  $U$  der relative Größtfehler von  $e/m$ . (Da  $e/m$  ein Potenzprodukt von  $R$ ,  $U$ ,  $r$  und  $i$  ist, ist die Berechnung des relativen Fehlers besonders einfach).

Diskutieren Sie die Ergebnisse, gehen Sie dabei auch auf mögliche systematische Fehler (z.B. elektrostatische Aufladung des Glases, Potenziale der Metallteile usw.) ein.

## 6. Fragen zur Selbstkontrolle

- 1) Wie lassen sich - außer durch Glühemission - noch *freie* Elektronen erzeugen?
- 2) Wie hängen Radius und Kreisfrequenz der Elektronenbahn von der Geschwindigkeit bzw. Beschleunigungsspannung ab?
- 3) Wie können Sie feststellen, dass es sich tatsächlich um die Kreisbahn negativ geladener Teilchen handelt?
- 4) Welche Bahn beschreiben geladene Teilchen, die schräg zur Feldrichtung in ein Magnetfeld eintreten?
- 5) Warum werden für sehr große Beschleunigungsspannungen die Werte für  $e/m$  kleiner?
- 6) Was versteht man unter den Begriffen *Stoßionisation* und *Rekombination*?
- 7) Beschreiben Sie den mikroskopischen Mechanismus der atomaren Lichtemission.

Versuchsprotokoll: **Bestimmung der spezifischen Ladung e/m**

Versuchsdatum: .....

Versuchsteilnehmer: .....

.....

Betreuer..... Bem..... Datum.....

1. Erzeugung eines Elektronenstrahls im Fadenstrahlrohr durch thermische Emission von Elektronen aus elektrisch beheiztem Kathodenblech;
2. Fokussierung und Beschleunigung der Elektronen durch elektrisches Feld zwischen Kathode und Lochanodenblech

kinetische Energie der Elektronen hinter der Anode:

$$E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} m v^2 = e U$$

$m = 9,110 \times 10^{-31} \text{kg}$       Elektronenmasse  
 $e = 1,602 \times 10^{-19} \text{C}$       Elektronenladung  
 $e/m = 1,759 \times 10^{11} \text{C/kg}$     spez. El.-ladung

U: Spannung zwischen Anode und Kathode

3. Ablenkung der Elektronen durch Magnetfeld der Flussdichte B ( $\underline{B} \perp \underline{v}$ ) auf Kreisbahn mit Radius r. Mit Helmholtz-Spulenpaar (Radius 20cm, je 154 Windungen) und Spulenstrom I folgt:

$$\frac{e}{m} = 4,178 \times 10^{10} \frac{U/U_0}{(r I / r_0 I_0)^2} \frac{\text{C}}{\text{kg}}, \quad U_0 = 1\text{V}, r_0 = 1\text{cm}, I_0 = 1\text{A}$$

Versuchsdurchführung:

Vierfach-Messung des Stromes I für verschiedene Spannungen U und Radien r:

U (V)	r (cm)	I <sub>1</sub> (A)	I <sub>2</sub> (A)	I <sub>3</sub> (A)	I <sub>4</sub> (A)	I (A)	e/m (10 <sup>11</sup> C/kg)	(e/m) <sup>2</sup> (10 <sup>11</sup> C/kg) <sup>2</sup>
150	2							
	3							
	4							

U (V)	r (cm)	I <sub>1</sub> (A)	I <sub>2</sub> (A)	I <sub>3</sub> (A)	I <sub>4</sub> (A)	Ī (A)	e/m (10 <sup>11</sup> C/kg)	(e/m) <sup>2</sup> (10 <sup>11</sup> C/kg) <sup>2</sup>
200	2							
	3							
	4							

U (V)	r (cm)	I <sub>1</sub> (A)	I <sub>2</sub> (A)	I <sub>3</sub> (A)	I <sub>4</sub> (A)	Ī (A)	e/m (10 <sup>11</sup> C/kg)	(e/m) <sup>2</sup> (10 <sup>11</sup> C/kg) <sup>2</sup>
250	2							
	3							
	4							

Summen: .....

Ausgleichs- und Fehlerrechnung:

Mittelwert:  $\bar{e/m} = \frac{1}{n} \sum_i (e/m)_i$  n: Anzahl der Einzelwerte (e/m)<sub>i</sub>

Standardabweichung  
des Einzelwerts

$$s_{e/m} = \sqrt{\frac{\sum (e/m_i)^2 - \frac{1}{n} (\sum e/m_i)^2}{n - 1}}$$

Ergebnis der Messungen:

(  $e/m = \bar{e} \pm s_{e/m}$  ):

$e/m = ( \quad \pm \quad ) \times 10^{11} \text{C/kg}$

Vergleich mit Literaturwert:

relative Abweichung:  $\frac{\Delta e/m}{e/m} = \dots\dots\dots \%$

## Versuch D 7: Beugung am Gitter

**1. Literatur:** Bergmann-Schaefer, Lehrbuch der Experimentalphysik, Bd. 3: Optik  
 W. Walcher, Praktikum der Physik  
 Kohlrausch, Praktische Physik, Bd. I  
 Berkeley Physik Kurs, Bd. 6, Physik im Experiment

**Stichworte:** Beugung, Interferenz, Fraunhofersche Anordnung, Huygenssches Prinzip, Beugung am Spalt und Doppelspalt, Beugung am Gitter

### 2. Grundlagen

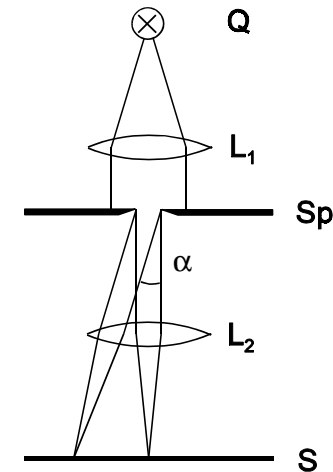
#### 2.1 Beugung und Interferenz

Die in der geometrischen Optik vorausgesetzte gradlinige Ausbreitung des Lichtes ist nicht mehr gewährleistet, wenn die freie Ausbreitung durch Hindernisse wie Blenden und Spalte (oder durch undurchlässige kleine Teilchen, wie Staub) gestört wird. Durch *Beugung* kann ein Teil des Lichtes auch in den geometrischen Schattenraum hinter dem Hindernis gelangen. Dieser Vorgang wird durch das *Huygenssche Prinzip* beschrieben. Danach fungiert jeder Punkt der Öffnung (Rand des undurchlässigen Hindernisses) als Ausgangspunkt einer Elementarwelle (Kugelwelle). Die Überlagerung - *Interferenz* - dieser frequenzgleichen und phasengekoppelten Wellen hinter dem Hindernis erzeugt das Beugungsbild, dessen Form und Struktur von der Wellenlänge des einfallenden Lichts sowie von der Form und Anzahl der Öffnungen abhängt.

Ein Maximum der Intensität auf einem hinter dem Hindernis angebrachten Leuchtschirm tritt immer dann auf, wenn die sich überlagernden (monochromatischen) Wellen einen Gangunterschied aufweisen, der einem ganzzahligen Vielfachen ihrer Wellenlänge entspricht. Zur Auslöschung (Minima) kommt es bei einem Gangunterschied, der einem ungeraden ganzzahligen Vielfachen der halben Wellenlänge entspricht.

In der Praxis wird die Beugung meistens in der sog. *Fraunhoferschen Anordnung* beobachtet. Wie Abb. 1 zeigt, befindet sich dabei die Lichtquelle Q im Brennpunkt einer Linse  $L_1$ . Dadurch fällt paralleles Licht auf den Spalt Sp und alle Strahlen, die hinter dem Spalt um den gleichen Winkel  $\alpha$  gebeugt werden, sind wiederum parallele Strahlen. Mit einer zweiten Linse  $L_2$  werden diese dann auf dem Schirm S, der sich im Abstand der Brennweite der zweiten Linse befindet, fokussiert und interferieren dort. Auf dem Schirm entsteht ein Interferenzbild aus hellen und

dunklen Streifen, wobei das Zentrum (Hauptmaximum) hell ist.



**Abb.1:** Fraunhofersche Anordnung bei Beugung am Einzelspalt

#### 2.2 Beugung am Einzel- und Doppelspalt

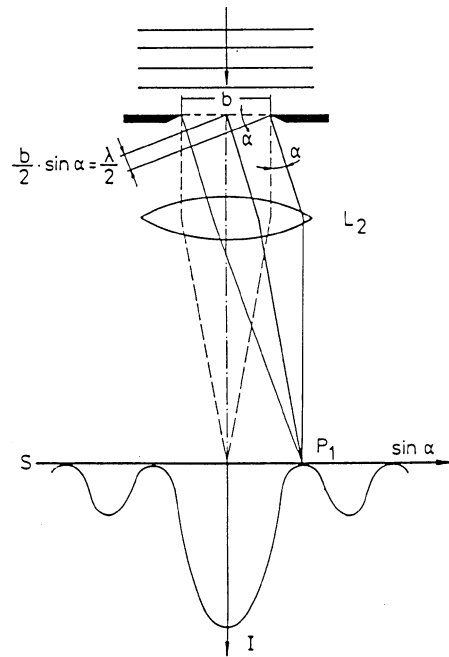
Ein einzelner Spalt liefert bei Fraunhoferscher Anordnung das in Abb. 2 gezeigte Beugungsbild. Zur Berechnung der Lage des ersten Minimums denkt man sich den Strahl in zwei gleichbreite Teilbündel zerlegt, wobei jeder Strahl des rechten Teilbündels mit einem entsprechenden des linken interferieren soll.

Herrscht im Punkt  $P_1$  Dunkelheit, so muss der Gangunterschied aller Teilstrahlen  $\lambda/2$  sein. Es gilt dann für das erste Minimum, wenn  $b$  die Spaltbreite ist:

$$\frac{b}{2} \sin \alpha = \frac{\lambda}{2} \quad \text{bzw.} \quad b \sin \alpha = \lambda \quad (1)$$

Allgemein folgt für Minima höherer ( $n$ -ter) Ordnung

$$b \sin \alpha_n = n \lambda, \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \quad (2)$$



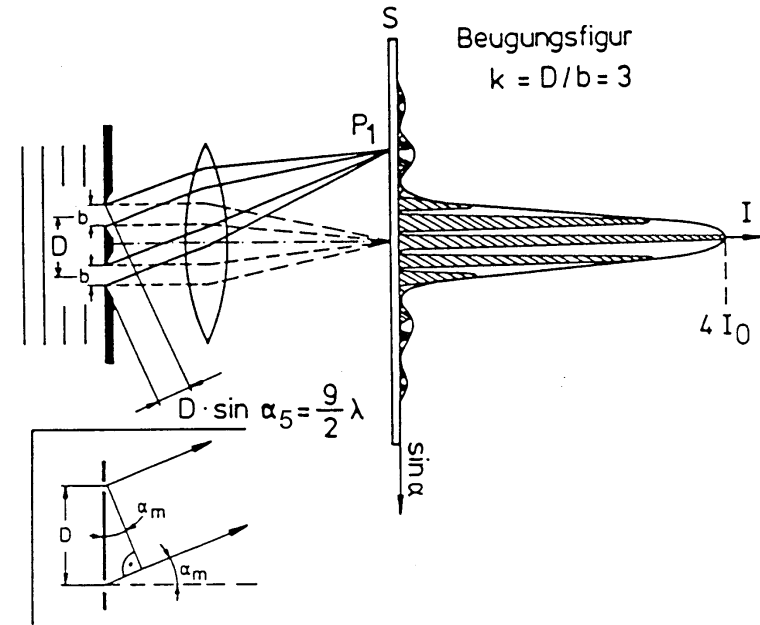
**Abb.2:** Beugung und resultierende Intensitätsverteilung am Einzelspalt

Umgekehrt erhält man Helligkeit (Maxima) wenn die Bedingung

$$b \sin \alpha_n = (2n + 1) \frac{\lambda}{2}, \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \quad (3)$$

erfüllt ist. Man beachte, dass hierbei das zentrale Maximum ( $\alpha=0$ ) ausgenommen ist.

Historisch interessant ist der Übergang vom Einzelspalt zum Doppelspalt (Youngscher Doppelspaltversuch, 1802). Young bestimmte mit diesem Versuch zum ersten Mal die Wellenlänge des Lichtes. Ersetzt man den Einzelspalt durch zwei Spalte gleicher Breite  $b$ , die den Abstand  $D$  haben, wobei  $D > b$  ist, so hat dies folgende Konsequenz (s. Abb. 3): Erstens muss die Beleuchtungsstärke zunehmen, da durch zwei Spalte mehr Licht tritt als durch einen einzelnen. Wegen der Verstärkung durch die Interferenz steigt die Intensität der Maxima um das Vierfache. Zweitens können nunmehr auch zwei Teilstrahlen, die von



**Abb.3:** Beugung und Intensitätsverteilung am Doppelspalt

entsprechenden Punkten der beiden Einzelspalte unter gleichem Winkel ausgehen, interferieren. Es gibt also außer den alten Minima I. Klasse, die durch Gl. (2) gegeben sind, also bei  $\sin \alpha_1 = \lambda/b$ ;  $\sin \alpha_2 = 2\lambda/b$  usw. liegen, zusätzliche Minima II. Klasse, deren Lage durch

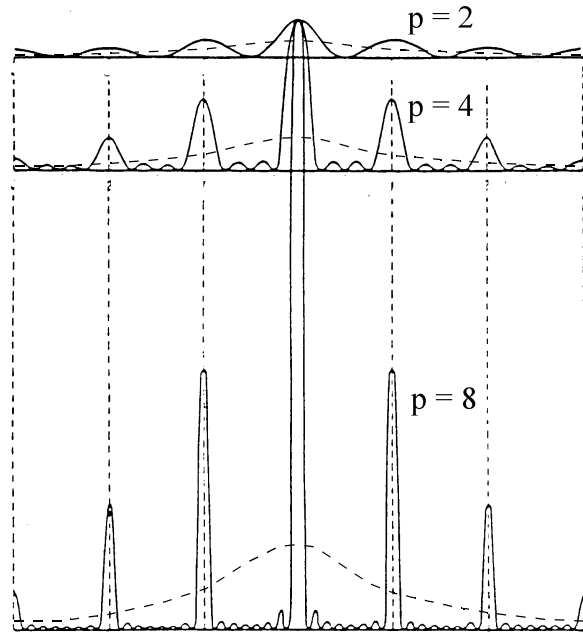
$$D \sin \alpha_m = (2m - 1) \frac{\lambda}{2}, \quad (m = 1, 2, 3, \dots) \quad (4)$$

gegeben ist, da Auslöschung von zwei *homologen* Teilstrahlen je eines Spaltes gerade dann erfolgt, wenn ihr Gangunterschied  $\lambda/2, 3\lambda/2, 5\lambda/2 \dots$  usw. beträgt. Da  $D > b$  folgt, dass die Helligkeitsverteilung des Einzelspaltes modifiziert wird und darin helle und dunkle Streifen auftreten. Die Zahl dieser Maxima und Minima II. Klasse hängt vom Verhältnis  $k = D/b$  ab. In Abb. 3 ist  $k = D/b = 3$ .

Für die Maxima der II. Klasse gilt:

$$D \sin \alpha_m = m \lambda, \quad (m = 0, 1, 2, 3, \dots) \quad (5)$$

Man beachte, dass diese Maxima gegenüber dem Einfachspalt die 4-fache Intensität haben.



**Abb.4:** Intensitätsverlauf (schematisch) bei Beugung und Interferenz an  $p = 2, 4$  und  $8$  Spalten; gestrichelte Kurven: jeweils  $p$ -fache (zentrale) Intensität des Einzelspaltes zum Vergleich

### 2.3 Gitter

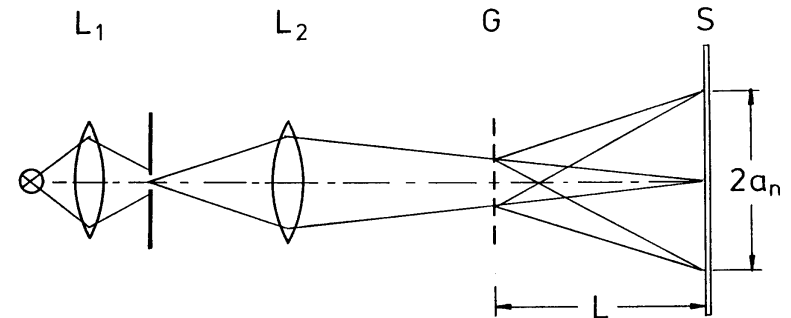
Erhöht man die Anzahl der Spalte weiter, d.h. geht man zu einer Vielzahl von gleichbreiten Spalten mit gleichgroßem Abstand über, so spricht man von einem *Gitter*. Abb. 4 zeigt schematisch, wie sich die Intensitätsverhältnisse und die Anzahl der Maxima und Minima beim Übergang von zwei auf vier und acht Spalte verändern. Für mehr als 2 Spalte treten sog. *Haupt- und Nebenmaxima* auf, deren Intensität mit steigender Spaltzahl stark zu- bzw. abnimmt.

Im Falle des Gitters verschwinden die Nebenmaxima fast vollständig. Man sieht also im wesentlichen die Hauptmaxima, die an den Stellen liegen, wo ursprünglich die Maxima des Doppelspaltes zu finden waren (s. Abb. 4), also

$$d \sin \alpha_n = n \lambda, \quad (n = 0, 1, 2, 3, \dots) \quad (6)$$

wobei  $d$  der Abstand benachbarter Spalte, die sog. *Gitterkonstante* ist.

Für das Experiment zur Beugung am Gitter wählen wir die Anordnung wie in Abb. 5 gezeigt:



**Abb.5:** Versuchsanordnung zur Beugung und Interferenz am Gitter

Das von der Lichtquelle ausgehende Licht wird mittels der Kondensorlinse  $L_1$  auf einen Spalt gebündelt, der Spalt mit der Linse  $L_2$  auf dem Schirm  $S$  abgebildet. Der Abstand des Spaltes zur Linse  $L_2$  ist nur wenig größer als ihre Brennweite, so dass die Bildweite (Abstand  $L_2S$ ) groß ist und die von  $L_2$  ausgehenden und auf das beugende Gitter  $G$  treffenden Strahlen nahezu parallel sind. Der Versuchsaufbau entspricht also der Fraunhoferschen Anordnung (s. Abb. 1). Auf dem Schirm ist senkrecht zur optischen Achse ein Maßstab angebracht, der sich im Abstand  $L$  vom Gitter befindet. Die Beugungswinkel  $\alpha_n$  genügen dann der Gleichung

$$\tan \alpha_n = \frac{a_n}{L} \quad (7)$$

wobei  $a_n$  der Abstand des Maximums  $n$ -ter Ordnung vom Zentrum (Maximum nullter Ordnung) auf dem Maßstab ist.

Ein gebräuchliches Strichgitter, welches auch im Praktikum verwendet wird, besteht aus einer planparallelen Glasplatte, auf deren Fläche mit einem Diamanten eine große Anzahl feiner paralleler Striche geritzt ist. An den eingeritzten Stellen wird das Licht gestreut. Für das hinter einem solchen Gitter beobachtete Licht wirken die geritzten, matten Stellen wie undurchsichtige Blenden, die unbearbeiteten Stellen wie Spalte. Man erreicht bei guten Gittern  $10^3$  Striche pro mm, so dass eine Gitterkonstante  $d$  von  $10^{-3}$  mm auftritt.

Man beachte, dass bei Verwendung von farbigen Lichtquellen rotes Licht (mit großer Wellenlänge) am Gitter auch größere Ablenkung erfährt als blaues Licht (mit kleiner Wellenlänge). (Gegensatz: Prisma!). Gitterspektralapparate eignen sich daher auch zur Analyse unbekannter Stoffe, so wie im Versuch D 5, Spektralanalyse beschrieben.

### 3. Aufgabenstellung

- 1. Aufgabe:** Ermitteln Sie die Wellenlängen einzelner Spektrallinien, die von einer Quecksilberdampfampe mit den Spektralfarben blau, grün und gelb emittiert werden.
- 2. Aufgabe:** Bestimmen Sie die Gitterkonstante eines Beugungsgitters mit Hilfe einer Natriumdampfampe ( $\lambda_D = 589$  nm).

### 4. Versuchsdurchführung und Auswertung

#### 4.1 Wellenlängenbestimmung

Setzen Sie die Quecksilberdampfampe auf die optische Bank und arbeiten Sie mit dem obigen Versuchsaufbau der Abb. 5. Fokussieren Sie zunächst das Bild des Spalts ohne Gitter auf den Maßstab. Stellen Sie darauf ein Gitter mit 570 Linien pro mm in möglichst großem Abstand  $L$  vom Maßstab in den Strahlengang. Bestimmen Sie Winkel der Intensitätsmaxima  $\alpha_1$  und  $\alpha_2$  mit den Spektralfarben blau, grün und gelb mit Gl. (7). Um auch die weiter außerhalb der optischen Achse liegenden Spaltbilder zu fokussieren, genügt es, lediglich die Linse  $L_2$  leicht zu verschieben. Berechnen Sie die Wellenlängen der Linien mit den Spektralfarben blau, grün und gelb aus Gl. (6).

Verändern Sie  $L$  und führen Sie die obige Messung noch einmal aus.

### 4.2 Bestimmung der Gitterkonstanten

Ersetzen Sie die Quecksilberdampfampe durch eine Natriumdampfampe ( $\lambda_D = 589$  nm). Verwenden Sie außerdem das zu untersuchende Beugungsgitter. Bestimmen Sie die Beugungswinkel für Interferenzmaxima der 1. bis 5. Ordnung. Berechnen Sie die Gitterkonstante mit Gl. (6).

### 5. Fehlerrechnung

Bestimmen Sie aus den jeweils 4 Messungen der ersten Aufgabe für jede Wellenlänge die Standardabweichung des Mittelwertes. Führen Sie die entsprechende Rechnung auch für die 5 Messungen der Gitterkonstanten aus.

### 6. Fragen zur Selbstkontrolle

- 1) Was sind Grundvoraussetzungen für *Interferenz*?
- 2) Was besagt der Begriff der *Beugung* und womit wird er beschrieben?
- 3) Was versteht man unter *Fraunhoferscher* Beobachtungsweise?
- 4) Wie verändern sich die Beugungsbilder beim Übergang vom Einfachspalt zum Doppel- und Mehrfachspalt?
- 5) Wie groß muss der jeweilige Gangunterschied zweier interferierender Strahlen beim Einfach- bzw. Doppelspalt sein, damit auf dem Schirm Maxima bzw. Minima der Beleuchtungsstärke erscheinen?
- 6) Wie wirkt sich eine Verringerung der Gitterkonstanten auf das Beugungsspektrum eines Gitters aus?
- 7) Was bewirkt eine Erhöhung der Spaltenzahl?
- 8) Wie unterscheiden sich Gitter- und Prismenspektren?
- 9) Warum nennt man ein Gitterspektrum auch *Normalspektrum*?

Versuchsprotokoll: **Beugung am Gitter**

Versuchsdatum: .....

Versuchsteilnehmer: .....  
 .....

Betreuer..... Bem..... Datum.....

1. Wellenlängenbestimmung des Quecksilberdampfspektrums mit Gitter

Blau	L (cm):		L (cm):	
n	1	2	1	2
$x_n^{\text{rechts}}$ (cm)				
$x_n^{\text{links}}$ (cm)				
$2a_n$ (cm)				
$\tan \alpha_n$				
$\alpha_n$ (Grad)				
$\sin \alpha_n$				
$\lambda$ (nm)				
$\lambda^2$ (nm <sup>2</sup> )				
Grün	L (cm):		L (cm):	
n	1	2	1	2
$x_n^{\text{rechts}}$ (cm)				
$x_n^{\text{links}}$ (cm)				
$2a_n$ (cm)				
$\tan \alpha_n$				
$\alpha_n$ (Grad)				
$\sin \alpha_n$				
$\lambda$ (nm)				

Gitterkonstante:

$d = 1.754 \mu\text{m}$   
 (570 Striche/mm)

$x_n$ : Position der  
 Interferenzmaxima

$$2a_n = x_n^{\text{rechts}} - x_n^{\text{links}}$$

$$\tan \alpha_n = \frac{a_n}{L}$$

$$\lambda = \frac{d \sin \alpha_n}{n}$$

$$\Sigma \lambda_i = \dots\dots\dots$$

$$\Sigma \lambda_i^2 = \dots\dots\dots$$

$$\Sigma \lambda_i = \dots\dots\dots$$

$$\Sigma \lambda_i^2 = \dots\dots\dots$$



Gelb	L (cm):		L (cm):	
	1	2	1	2
$x_n^{\text{rechts}} \text{ (cm)}$				
$x_n^{\text{links}} \text{ (cm)}$				
$2a_n \text{ (cm)}$				
$\tan \alpha_n$				
$\alpha_n \text{ (Grad)}$				
$\sin \alpha_n$				
$\lambda \text{ (nm)}$				
$\lambda^2 \text{ (nm}^2\text{)}$				

$$\Sigma \lambda_i = \dots\dots\dots$$

$$\Sigma \lambda_i^2 = \dots\dots\dots$$

Ausgleichs- und Fehlerrechnung:

Mittelwert:  $\bar{\lambda} = \frac{1}{m} \sum_i \lambda_i$ , hier  $m = 4$

Standardabweichung des Mittelwerts (statistische Messunsicherheit):

$$u_\lambda = \sqrt{\frac{\sum \lambda_i^2 - \frac{1}{m} (\sum \lambda_i)^2}{m(m-1)}}$$

Endergebnis 1. Aufgabe

$$(\lambda = \bar{\lambda} \pm u_\lambda):$$

Quecksilber:      blaue Linie:       $\lambda_{\text{blau}} = ( \quad \pm \quad ) \text{ nm}$

                         grüne Linie:       $\lambda_{\text{grün}} = ( \quad \pm \quad ) \text{ nm}$

                         gelbe Linie:       $\lambda_{\text{gelb}} = ( \quad \pm \quad ) \text{ nm}$

Kommentar:

2. Bestimmung der Gitterkonstanten eines Beugungsgitters mit dem Licht der Natriumdampflampe ( $\lambda_D = 589 \text{ nm}$ ):

n	1	2	3	4	5
$x_n^{\text{rechts}} \text{ (cm)}$					
$x_n^{\text{links}} \text{ (cm)}$					
$2 a_n \text{ (cm)}$					
$\tan \alpha_n$					
$\alpha_n \text{ (Grad)}$					
$\sin \alpha_n$					
$d \text{ (}\mu\text{m)}$					
$d^2 \text{ (}\mu\text{m}^2)$					

$L = \dots\dots\dots\text{cm}$

$$d = \frac{n \lambda}{\sin \alpha_n}$$

$\Sigma d_i = \dots\dots\dots$

$\Sigma d_i^2 = \dots\dots\dots$

Ausgleichs- und Fehlerrechnung:

Mittelwert:  $\bar{d} = \frac{1}{m} \sum_i d_i$ , hier  $m = 5$

Standardabweichung des Mittelwerts:

$$u_d = \sqrt{\frac{\sum d_i^2 - \frac{1}{m} (\sum d_i)^2}{m(m-1)}}$$

Endergebnis 2. Aufgabe:  $(d = \bar{d} \pm u_d)$

Gitterkonstante des Gitters:  $d = (\dots\dots\dots \pm \dots\dots\dots) \mu\text{m}$

Kommentar: