Einlesezeit

Für die Durchsicht der Klausur wird eine Einlesezeit von **10 Minuten** gewährt. Während dieser Zeitdauer ist es Ihnen **nicht** gestattet, mit der Bearbeitung der Aufgaben zu beginnen. Dies bedeutet konkret, dass sich während der gesamten Dauer der Einlesezeit keinerlei Schreibgeräte (Stifte, Füller, etc.) auf dem Tisch befinden dürfen sowie die Nutzung von mitgeführten Unterlagen respektive (elektronischer) Wörterbücher bzw. tragbarer Translater strengstens untersagt ist. Nehmen Sie Ihre Schreibgeräte und Unterlagen erst **dann** zur Hand, wenn die Prüfungsaufsicht auf das Ende der Einlesezeit hingewiesen hat und füllen Sie zunächst das Deckblatt **vollständig** aus.

Viel Erfolg!

NAME	
VORNAME	
MATRIKEL-NR.	
TISCH-NR.	

Angaben zum Studiengang

<table>
<tr><td rowspan="2">☐ MB</td><td>☐ DPO</td><td>☐ Einzelfachprüfung Schiffstechnik
☐ Einzelfachprüfung Regelungstechnik
☐ Fachprüfung Regelungstechnik/Mechatronik</td></tr>
<tr><td>☐ Bachelor</td><td>☐ PO 04
☐ PO 08</td></tr>
<tr><td>☐ WI Bachelor</td><td colspan="2">☐ PO 04
☐ PO 08</td></tr>
<tr><td colspan="3">☐ Weitere (WI Master; Auflage; Angewandte Materialt.; etc.)</td></tr>
</table>

Klausurunterlagen

Ich versichere hiermit, dass ich sämtliche für die Durchführung der Klausur vorgesehenen Unterlagen erhalten, und dass ich meine Arbeit ohne fremde Hilfe und ohne Verwendung unerlaubter Hilfsmittel und sonstiger unlauterer Mittel angefertigt habe. Ich weiß, dass ein Bekanntwerden solcher Umstände auch nachträglich zum Ausschluss von der Prüfung führt. Ich versichere weiter, dass ich sämtliche mir überlassenen Arbeitsunterlagen sowie meine Lösung vollständig zurück gegeben habe. Die Abgabe meiner Arbeit wurde in der Teilnehmerliste von Aufsichtsführenden schriftlich vermerkt.

Duisburg, den _________ ________________________________
(Unterschrift der/des Studierenden)

Falls Klausurunterlagen vorzeitig abgegeben: ____________Uhr

Hinweise

Achtung: Schreiben Sie Ihre Antwort für ALLE Aufgaben
direkt unter die entsprechende Aufgabe in den Aufgabenbogen!

Maximal erreichbare Punktzahl:	40
Mindestprozentzahl für die Note 1,0 der Gesamtprüfung:	95%
Mindestprozentzahl für die Note 4,0 der Gesamtprüfung:	50%

Bewertungstabelle

Aufgabe 1	
Aufgabe 2	
Gesamtpunktzahl	
Angehobene Punktzahl	
%	
Bewertung gem. PO in Ziffern	

____

(Datum und Unterschrift 1. Prüfer, Univ.-Prof. Dr.-Ing. Söffker)

____

(Datum und Unterschrift 2. Prüfer, PD Dr.-Ing. Wend)

____

(Datum und Unterschrift des für die Prüfung verantwortlichen Prüfers, Söffker)

Fachnote gemäß Prüfungsordnung:

☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
1,0	1,3	1,7	2,0	2,3	2,7	3,0	3,3	3,7	4,0	5,0
sehr gut		gut			befriedigend			ausreichend		mangelhaft

Bemerkung: ____________________________________

Aufgabe 1 (15 Punkte)

a) (3 Punkte)
Was ist ein System? Was ist ein Modell?

System: Durch einen Zweck (z.B hinsichtlich technisch/physikalischer Zusammenhänge) abgegrenzter Ausschnitt der Realität. Das System steht mit seiner Umwelt in Wechselwirkung, wobei aus der Umwelt Eingangsgrößen (EG) auf das System einwirken und Ausgangsgrößen (AG) vom System auf die Umwelt wirken.

Modell: Ein Modell stellt die vereinfachte Abbildung eines realen Systems dar.

b) (3 Punkte)
Wozu dient die theoretische Modellbildung technischer Systeme?

Bei der theoretischen Modellbildung werden die Systemgleichungen durch Anwendung physikalischer Grundgesetze hergeleitet, wobei die quantitativen Informationen aus Natur- bzw. Materialkonstanten, geometrischen Abmessungen und empirischen Zusammenhängen gewonnen werden.

(Alternativ: Sie dient der Analyse technischer Systeme.)

c) (3 Punkte)
Auf der Eingangsseite eines Systems liegt ein harmonisches Eingangssignal mit der Amplitude $A = 1$ und der Frequenz $\omega = 5$ an. Auf der Ausgangsseite wird im stationären Zustand ein harmonisches Ausgangssignal mit der Amplitude $A = 5$ und der Frequenz $\omega = 5$ beobachtet. Warum ist das System stabil?

Begrenztes Ausgangssignal (mit gleichbleibender Amplitude)
bei begrenztem Eingang (BIBO-Stabilität) oder
(E/A -Stabilität)

(Alternative: Proportionales System mit $k=5$
=> asymptotisch stabil)

d) (3 Punkte)
Auf der Eingangsseite eines Systems liegt ein Signal $u(t) = 1(t)$ an. Auf der Ausgangsseite wird im stationionären Zustand ein harmonisches Ausgangssignal mit der Amplitude $A = 5$ und der Frequenz $\omega = 5$ beobachtet. Warum ist das System nicht asymptotisch stabil?

keine konvergenz gegen Ruhelage bei
konstantem Eingang

e) (3 Punkte)
Welchen Anteil des Übergangsverhaltens eines dynamischen Systems beschreibt der mit dem Faltungsintegral verbundene Teil der Lösung des Anfangswertproblems dynamischer Systeme?

Inhomogener Anteil,
Erzwungene Bewegung oder
Partikuläre Lösung

$\sum$

Aufgabe 2 (25 Punkte)
Gegeben ist das Blockschaltbild eines Systems, bestehend aus sechs Übertragungselementen, mit u als Eingang und y als Ausgang (siehe Abbildung 2.1).

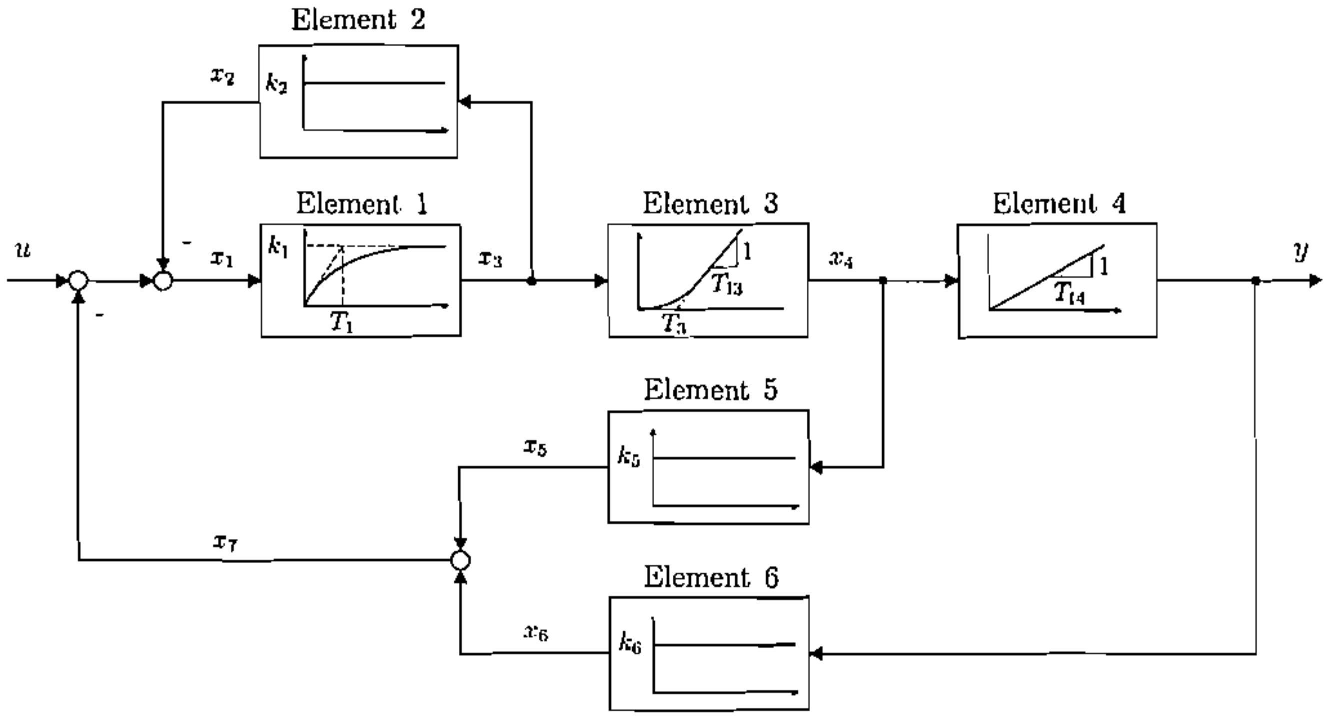

Abbildung 2.1: Blockschaltbild des Systems

a) (4 Punkte)
Klassifizieren Sie die Übertragungsverhaltensweisen (Typ des Einzelübertragungsverhaltens) der Elemente **1** bis 4 und geben Sie jeweils die entsprechende Differenzialgleichung unter Berücksichtigung der vorgegebenen Bezeichnungen in einer zur Klassifizierung geeigneten Form an.

E1: PT_1, $T_1 \dot{x}_3 + x_3 = k_1 x_1$

E2: P, $x_2 = k_2 x_3$

E3: IT_1, $T_3 \ddot{x}_4 + \dot{x}_4 = \frac{1}{T_{I3}} x_3$

$\left(T_3 \dot{x}_4 + x_4 = \frac{1}{T_{I3}} \int x_3 \right)$

E4: I, $\dot{y} = \frac{1}{T_{I4}} x_4$

$\left(y = \frac{1}{T_{I4}} \int x_4 \right)$

b) (4 Punkte)
Bestimmen Sie für die Parameter $T_1 = T_3 = T_{I3} = T_{I4} = k_1 = k_2 = k_5 = k_6 = 1$ die Differenzialgleichung des Gesamtsystems mit u als Eingang und y als Ausgang aus Abbildung 2.1. Welches Übertragungsverhalten weist das Gesamtsystem auf?

$$\ddot{\ddot{y}} + 3\dddot{y} + 2\ddot{y} + \dot{y} + y = u$$

$\Rightarrow PT_4$

Das mathematische Modell eines mechanischen Systems (siehe Abbildung 2.2) wird durch die Gleichungen

$$
\begin{aligned}
m\ddot{x}_2 &= -F_c - F_d, \\
F_c &= c(x_2 - x_1) \text{ und} \\
F_d &= d\dot{x}_2
\end{aligned}
$$

beschrieben, wobei

$$
\begin{aligned}
x_{1,2} &: \text{Position,} \\
\dot{x}_{1,2} &: \text{Geschwindigkeit,} \\
F_c &: \text{Federkraft,} \\
F_d &: \text{Dämpferkraft,} \\
c &: \text{Federkonstante,} \\
d &: \text{Dämpferkonstante und} \\
m &: \text{Masse}
\end{aligned}
$$

bezeichnen.

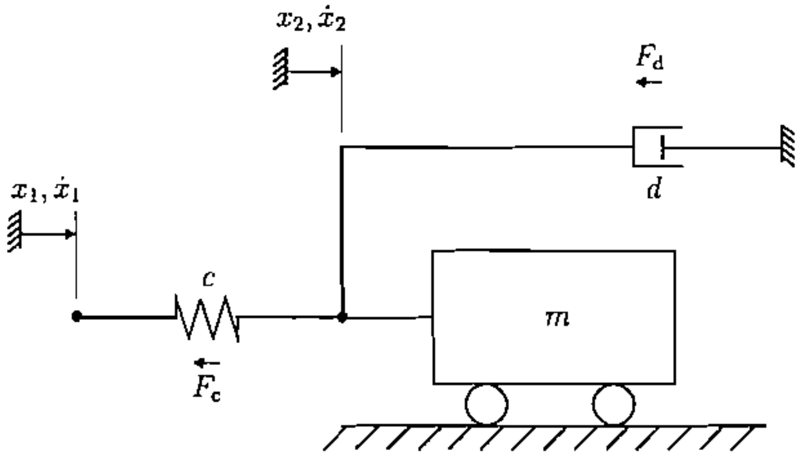

Abbildung 2.2: Modell eines mechanischen Systems

c) (3 Punkte)
Geben Sie die Zustandsraumdarstellung des Systems an, wobei Sie $x = [\dot{x}_2 \quad F_c]^T$ als Zustandsvektor, $\dot{x}_1$ als Eingangsgröße und $\dot{x}_2$ als Ausgangsgröße verwenden.

$$\ddot{x}_2 = -\frac{1}{m} F_c - \frac{1}{m} F_d = -\frac{1}{m} F_c - \frac{d}{m} \dot{x}_2$$

$$\dot{F}_c = c(\dot{x}_2 - \dot{x}_1)$$

$$\begin{bmatrix} \ddot{x}_2 \\ \dot{F}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{d}{m} & -\frac{1}{m} \\ c & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_2 \\ F_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -c \end{bmatrix} \dot{x}_1$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_2 \\ F_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix} \dot{x}_1$$

d) (6 Punkte)
Klassifizieren Sie das Übertragungsverhalten zwischen Eingangsgröße x_1 und Ausgangsgröße x_2. Kann das System Schwingungen aufweisen ($D < \frac{\sqrt{2}}{2}$)? Begründen Sie Ihre Antwort an Hand einer Ungleichung, die nur von den Parametern c, d und m abhängt.

$$\ddot{x}_2 + \frac{d}{m}\dot{x}_2 + \frac{c}{m}x_2 = \frac{c}{m}x_1 \quad \Rightarrow PT_2$$

Koeffizientenvergleich / coefficient comparison:

$$\frac{1}{\omega_0^2} = \frac{m}{c} \quad \Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{c}{m}}$$

$$\frac{2D}{\omega_0} = \frac{d}{c} \quad \Rightarrow D = \frac{d}{2c}\sqrt{\frac{c}{m}} \overset{!}{<} \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$\Rightarrow d < \sqrt{2cm} \quad \Rightarrow$ Schwingungen können auftreten (oscillation may occur)

e) (5 Punkte)
Ein System wird beschrieben durch

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -a & -b \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ -c \end{bmatrix} \quad \text{und} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{mit} \quad a, b, c > 0.$$

Bestimmen Sie die Eigenwerte λ_1 und λ_2 sowie die fehlenden Eigenvektorelemente v_{11} und v_{21} der zugehörigen Eigenvektoren $V_1 = [v_{11} \quad 1]^T$ und $V_2 = [v_{21} \quad 1]^T$. Zeigen Sie mathematisch, ob $V_3 = [1 \quad 3]^T$ und $V_4 = [-2 \quad 1]^T$ Eigenvektoren des Systems sein können.

$$\det(\lambda I - A) = \begin{vmatrix} \lambda - 1 & 0 \\ a & \lambda + b \end{vmatrix} = (\lambda - 1)(\lambda + b)$$

$$\Rightarrow \quad \lambda_1 = 1, \quad \lambda_2 = -b$$

$$(\lambda_i I - A) v_i \overset{!}{=} \vartheta$$

$$\lambda_1 = 1: \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ a & 1+b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{11} \\ v_{12} \end{bmatrix} \overset{!}{=} \vartheta \quad \Rightarrow \quad V_1 = \begin{bmatrix} -\frac{1+b}{a} \\ 1 \end{bmatrix}$$

Für V_3: $\begin{bmatrix} -\frac{1+b}{a} \\ 1 \end{bmatrix} t \overset{!}{=} \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}$

qz. Flosch

(not possible, since)
nicht möglich, da
$a, b > 0 \Rightarrow -\frac{a}{1+b} < \vartheta$

Für V_4: $\begin{bmatrix} -\frac{1+b}{a} \\ 1 \end{bmatrix} t \overset{!}{=} \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix}$

(possible, since)
möglich, mit
$a = \frac{1}{2}(1+b)$

$$\lambda_2 = -6: \begin{bmatrix} -6-1 & 0 \\ a & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{21} \\ v_{22} \end{bmatrix} \overset{!}{=} 0 \Rightarrow v_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\left.\begin{array}{ll} \text{Für } v_3: & \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} t \overset{!}{=} \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix} \\ \text{Für } v_4: & \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} t \overset{!}{=} \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix} \end{array}\right\} \text{ nicht möglich}$$

$\Rightarrow$ v_3 kann kein Eigenvektor sein, aber v_4 kann Eigenvektor sein.

(v_3 cannot be chosen as an eigenvector, v_4 can be chosen.)

f) (3 Punkte)
Die Systemmatrix eines dynamischen Systems wird durch

$$A = \begin{bmatrix} -2 & k_1 & 3 \\ 0 & k_2 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

beschrieben.
Bestimmen Sie das charakteristische Polynom $p(\lambda)$ des Systems. Für welche Werte der Parameter k_1 und k_2 ist das System asymptotisch stabil? Verwenden Sie zur Berechnung das Hurwitz-Kriterium.

$$[\lambda I - A] = \begin{bmatrix} \lambda+2 & -k_1 & -3 \\ 0 & \lambda-k_2 & -2 \\ -1 & 0 & \lambda-1 \end{bmatrix}$$

Charakt. Polynom: $(\lambda+2)(\lambda-k_2)(\lambda-1)-2k_1-3(\lambda-k_2)$
(char. polynomial)

$$H = \begin{bmatrix} 1-k_2 & 5k_2-2k_1 & 0 \\ 1 & -k_2-5 & 0 \\ 0 & 1-k_2 & 5k_2-2k_1 \end{bmatrix}$$

$D_1 = 1-k_2 > 0 \Rightarrow k_2 < 1$

$D_2 = (1-k_2)(-k_2-5) - 5k_2 + 2k_1 > 0 \Rightarrow k_2^2 - k_2 + 2k_1 - 5 > 0$

$D_3 = (5k_2-2k_1)\,D_2 > 0 \Rightarrow 5k_2 - 2k_1 > 0,\ D_2 > 0 \Rightarrow k_2 > \frac{2}{5}k_1$

$\Rightarrow$ Für $\frac{2}{5}k_1 < k_2 < -5$ und $k_2^2 - k_2 + 2k_1 - 5 > 0$
ist das System asymptotisch stabil.

(If $\frac{2}{5}k_1 < k_2 < -5$ and $k_2^2 - k_2 + 2k_1 - 5 > 0$ hold,
the system is asymptotically stable.)

$\sum$