UNIVERSITÄT DUISBURG-ESSEN
Fakultät für Ingenieurwissenschaften, Abt. Maschinenbau und Verfahrenstechnik
Lehrstuhl Steuerung, Regelung und Systemdynamik
Systemdynamik 11. Februar 2011

Einlesezeit

Für die Durchsicht der Klausur wird eine „Einlesezeit“ von **10 Minuten** gewährt. Während dieser Zeitdauer ist es Ihnen **nicht** gestattet, mit der Bearbeitung der Aufgaben zu beginnen. Dies bedeutet konkret, dass sich während der gesamten Dauer der Einlesezeit keinerlei Schreibgeräte (Stifte, Füller, etc.) auf dem Tisch befinden dürfen sowie die Nutzung von mitgeführten Unterlagen respektive (elektronischer) Wörterbücher bzw. tragbarer Translater strengstens untersagt ist. Nehmen Sie Ihre Schreibgeräte und Unterlagen erst zur Hand, wenn die Prüfungsaufsicht auf das Ende der Einlesezeit hingewiesen hat und füllen Sie zunächst das Deckblatt und Seite 3 **vollständig** aus.

Viel Erfolg!

NAME	
VORNAME	
MATRIKEL-NR.	
TISCH-NR.	

Klausurunterlagen

Ich versichere hiermit, dass ich sämtliche für die Durchführung der Klausur vorgesehenen Unterlagen erhalten, und dass ich meine Arbeit ohne fremde Hilfe und ohne Verwendung unerlaubter Hilfsmittel und sonstiger unlauterer Mittel angefertigt habe. Ich weiß, dass ein Bekanntwerden solcher Umstände auch nachträglich zum Ausschluss von der Prüfung führt. Ich versichere weiter, dass ich sämtliche mir überlassenen Arbeitsunterlagen sowie meine Lösung vollständig zurück gegeben habe. Die Abgabe meiner Arbeit wurde in der Teilnehmerliste von Aufsichtsführenden schriftlich vermerkt.

Duisburg, den __________ ______________________________

(Unterschrift der/des Studierenden)

Falls Klausurunterlagen vorzeitig abgegeben: ________________Uhr

Bewertungstabelle

Aufgabe 1	
Aufgabe 2	
Gesamtpunktzahl	
Angehobene Punktzahl	
%	
Bewertung gem. PO in Ziffern	

(Datum und Unterschrift 1. Prüfer, Univ.-Prof. Dr.-Ing. Dirk Söffker)

(Datum und Unterschrift 2. Prüfer, Yan Liu, M. Eng.)

(Datum und Unterschrift des für die Prüfung verantwortlichen Prüfers, Söffker)

Fachnote gemäß Prüfungsordnung:

☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
1,0	1,3	1,7	2,0	2,3	2,7	3,0	3,3	3,7	4,0	5,0
sehr gut		gut			befriedigend			ausreichend		mangelhaft

Bemerkung: ______________________________

Attention: Schreiben Sie Ihre Antwort für ALLE Aufgaben direkt unter die entsprechende Aufgabe in den Aufgabenbogen!

Verwenden Sie KEINE Bleistifte oder roten Stifte für die Beantwortung von Fragen oder für Zeichnungen! (Rote Stifte werde bei der Korrektur verwendet.)

Diese Prüfung „Systemdynamik“ lege ich ab als

☐ Pflichtfach
☐ Wahlfach
☐ Auflage

(Bitte ankreuzen.)

Maximal erreichbare Punktzahl:	**40**
Mindestprozentzahl für die Note 1,0:	**95%**
Mindestprozentzahl für die Note 4,0:	**50%**

Aufgabe 1 (15 Punkte)

a) (3 Punkte)
Was ist ein SISO-System und wodurch unterscheidet es sich von einem MIMO-System?

Ein SISO-System hat nur 1 Eingang und 1 Ausgang.

Ein MIMO-System hat mindestens 2 Eingänge und mindestens 2 Ausgänge.

b) (3 Punkte)
Detaillieren Sie die, der linearen, zeitinvarianten Regelungstechnik zugrundeliegenden Annahmen. Geben Sie unter Verwendung der Begriffe „nichtlinear" und „linear" sowie „zeitvariant" und „zeitinvariant" zwei konkrete E/A-Beziehungen als Beispiel an.

Das Superpositionsprinzip gilt $\Rightarrow$ linear

z. B. nicht linear : $y(t) = \sin(u(t))$

linear : $y(t) = K u(t)$

zeitinvariant : $y(t) = K u(t)$

zeit variant : $y(t) = K(t)\, u(t)$

c) (3 Punkte)

Gegeben sei die, in Abbildung 1.1 dargestellte Eigenwertverteilung eines Systems.

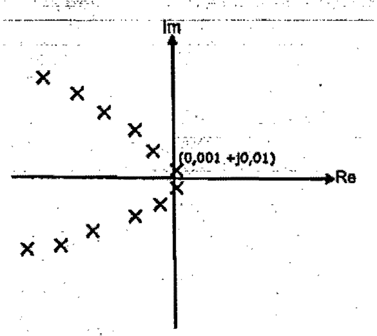


Abbildung 1.1: Eigenwertverteilung

Weist das bezeichnete System ein asymptotisch stabiles Verhalten auf? Begründen Sie Ihre Aussage.

Nein, das System ist weder stabil noch asympthotisch stabil, da ein Eigenwertpaar einen positiven Realteil hat.

d) (3 Punkte)
Ein lineares System wird aus seiner Gleichgewichtslage heraus zum Zeitpunkt $t = 0$ eingangsseitig mit einem Signal mit der Amplitude $A = 2$ und der Frequenz $\omega = 0,5$ erregt. Auf der Ausgangsseite wird ein harmonisches Signal mit der Amplitude $A = 4$ und der Frequenz $\omega = 0,5$ beobachtet. Klassifizieren Sie das Stabilitätsverhalten und begründen Sie Ihre Aussage.

→ Proportionales System:

asymptotisch stabil

e) (3 Punkte)
Ein System sei im Zustandsraum durch die Darstellung

$$\dot{x} = Ax + bu \quad \text{und} \quad y = Cx$$

beschrieben, hierbei sei

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -34 & 0,1 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \text{ und } \quad b = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Geben Sie die E/A-Gleichung des Systems in der Standardschreibweise an. Klassifizieren Sie die Stabilität des Systems.

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \ddot{x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -34 & 0,1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \end{bmatrix}$$

$$\dot{x} = \dot{x}$$

$$\ddot{x} = -34x + 0,1\dot{x} + u \Leftrightarrow \ddot{x} - 0,1\dot{x} + 34x = u$$

$$\frac{1}{34}\ddot{x} - \frac{1}{340}\dot{x} + x = \frac{1}{34}u$$

$$\frac{1}{34}\ddot{y} - \frac{1}{340}\dot{y} + y = \frac{1}{34}u$$

Stabilität des Systems:

$$\ddot{x} - 0,1\dot{x} + 34x = u$$

$$\lambda^2 - 0,1\lambda + 34 \overset{!}{=} 0$$

$$\lambda_{1,2} = 0,05 \pm \sqrt{0,05^2 - 34}$$

$$\lambda_{1,2} = 0,05 \pm j\sqrt{}$$

$$\text{Re}\{\lambda_{1,2}\} > 0$$

$\Rightarrow$ instabil

Alternative: Stodola-Kriterien nicht erfüllt ⇒ instabil

□

$\sum$ □

Aufgabe 2 (25 Punkte)
Gegeben ist das Blockschaltbild eines Systems bestehend aus vier Übertragungselementen mit u als Eingang und y als Ausgang (siehe Abbildung 2.1).

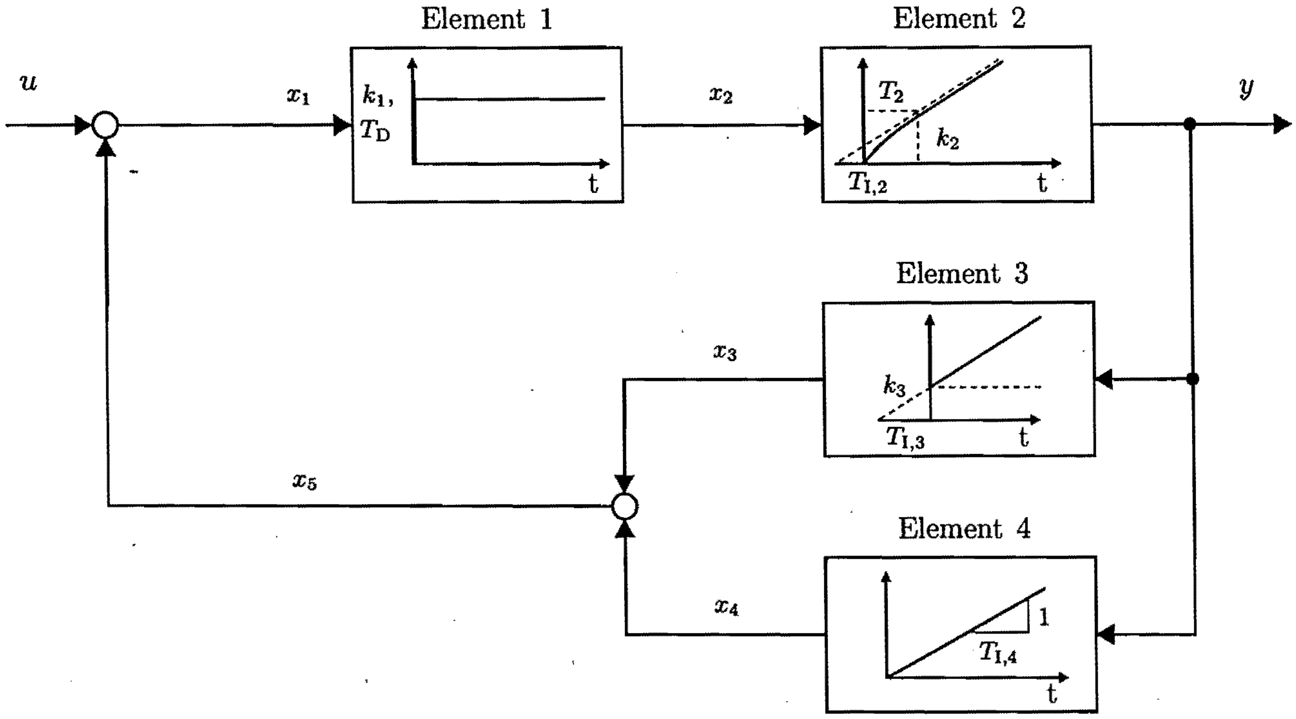


Abbildung 2.1: Blockschaltbild des Systems

2a) (4 Punkte)
Klassifizieren Sie die Übertragungsverhaltensweisen (Typ des Einzelübertragungsverhaltens) der Elemente 1 bis 4 und geben Sie jeweils die entsprechende Differenzialgleichung unter Berücksichtigung der vorgegebenen Bezeichnungen in einer zur Klassifizierung geeigneten Form an.

Element 1: PD $\quad x_2(t) = k_1\left(x_1(t) + T_D\,\dot{x}_1(t)\right)$

Element 2: PT_1 $\quad T_2\,\dot{y}(t) + y(t) = k_2\left(x_2(t) + \frac{1}{T_{I,2}}\int x_2(t)\,dt\right)$

Element 3: PI $\quad x_3(t) = k_3\left(y(t) + \frac{1}{T_{I,3}}\int y(t)\,dt\right)$

Element 4: I $\quad x_4(t) = \frac{1}{T_{I,4}}\int y(t)\,dt$

2b) (4 Punkte)
Bestimmen Sie für die Parameter $T_D = T_2 = T_{I,2} = T_{I,3} = T_{I,4} = k_1 = k_2 = k_3 = 1$ die Differenzialgleichung des in Aufgabe a) gegebenen Gesamtsystems mit u als Eingang und y als Ausgang. Klassifizieren Sie - falls möglich - das resultierende Übertragungsverhalten.

$x_1 = u - x_5$

$x_5 = x_3 + x_4$

$x_2 = x_1 + \dot{x}_1$

$\dot{y} + y = x_2 + \int x_2$

$x_3 = y + \int y$

$x_4 = \int y$

$\Rightarrow 2\dddot{y} + 5\ddot{y} + 5\dot{y} + 2y = \dddot{u} + 2\ddot{u} + \dot{u}$

Das mathematische Modell eines elektrischen Systems wird durch die Gleichungen

$$\dot{x}_1(t) + x_1(t) = Kx_2(t),$$
$$\int x_1(t)\ \mathrm{d}t = T_1 y(t) + \int y(t)\ \mathrm{d}t \text{ und}$$
$$x_2(t) = u(t) + \frac{1}{T_\mathrm{I}} \int u(t)\ \mathrm{d}t$$

beschrieben.

2c) (4 Punkte)
Verwenden Sie die gegebenen Gleichungen, um die skalare Differenzialgleichung des gesamten Systems (mit Eingang u und Ausgang y) aufzustellen und klassifizieren Sie das resultierende Übertragungsverhalten des Systems.

Welches Übertragungsverhalten empfehlen Sie zur Regelung des resultierenden Ein-/Ausgangs-Verhaltens, wenn die stationäre Genauigkeit des Gesamtsystems das Auslegungsziel ist? Begründen Sie Ihre Antwort.

$$\dot{x}_1(t) + x_1(t) = k\, x_2(t) \quad (1)$$

$$x_1(t) = T_1 \dot{y}(t) + y(t)$$

$$\Leftrightarrow \dot{x}_1(t) = T_1 \ddot{y}(t) + \dot{y}(t) \quad (2)$$

aus (1) und (2):

$$\Rightarrow T_1 \ddot{y}(t) + (1 + T_1)\dot{y}(t) + y(t) = k\left(u(t) + \frac{1}{T_I}\int u(t)\, dt\right)$$

$$\Rightarrow PIT_2$$

$\Rightarrow$ Controller with P-behavior is sufficient because the plant has an integral part.

2d) (5 Punkte)
In Abbildung 2.2 sind die Eigenwerte von vier verschiedenen Systemen graphisch dargestellt. Das Übergangsverhalten von zwei dieser Systeme wurde gemessen und ist in Abbildung 2.3 dargestellt. Weisen Sie die Messungen den entsprechenden Systemen zu und begründen Sie Ihre Entscheidung für jedes der vier Systeme (warum, warum nicht).

Measurement 1 -> System 1
(low damping)

Measurement 2 -> System 3
(high damping)

System 2: not stable -> can not be measured
System 4: damping is too large for strong oscillation
(maximal one oscillation)

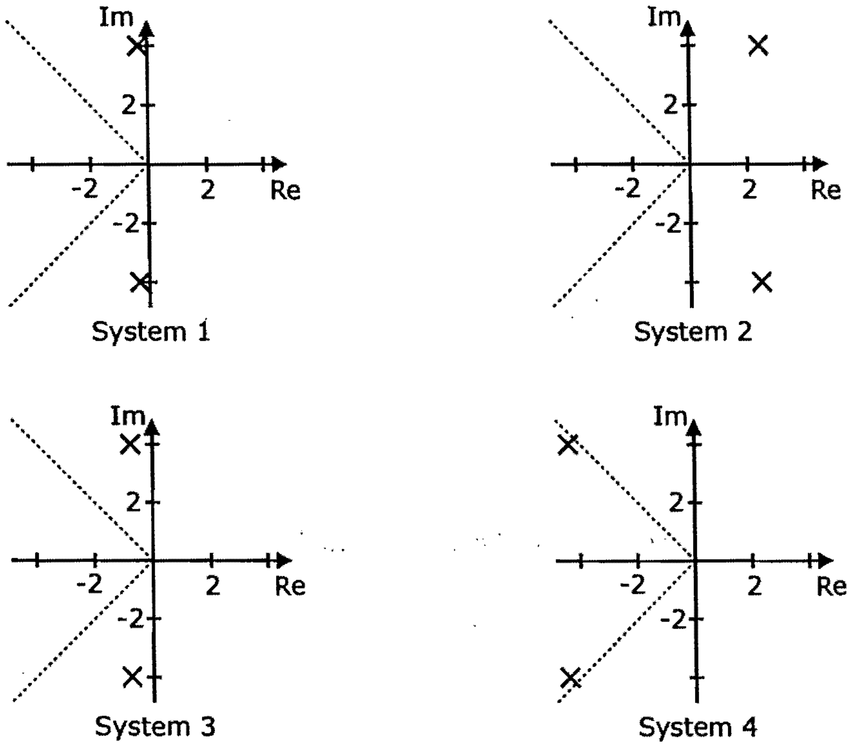


Abbildung 2.2: Eigenwertverteilung von vier verschiedenen Systemen

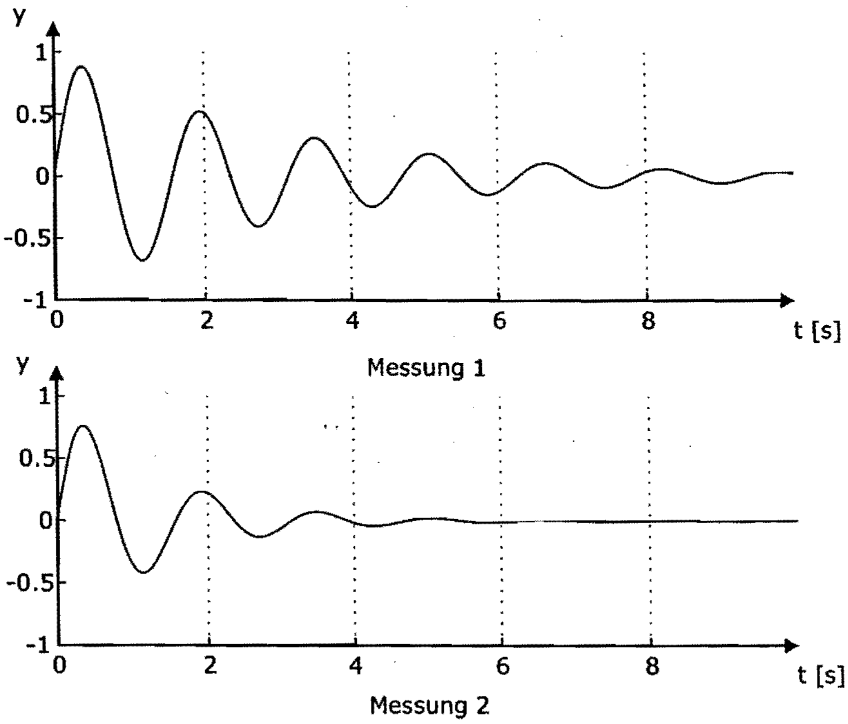
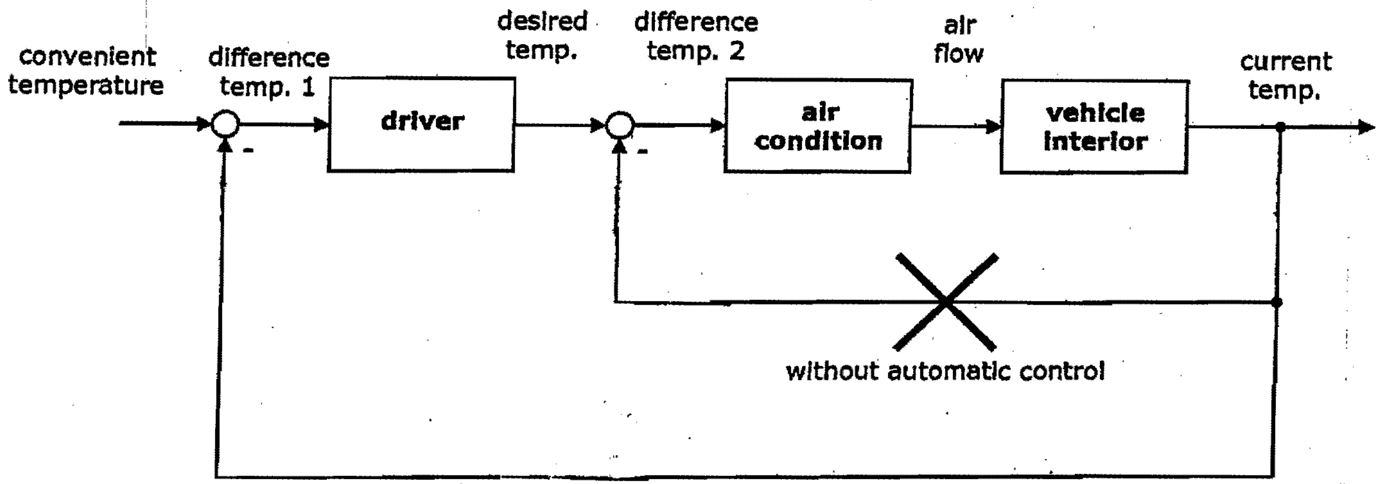


Abbildung 2.3: Messung des dynamischen Verhaltens von zwei verschiedenen Systemen

2e) (3 Punkte)
Im Folgenden soll das Blockschaltbild (Signalflussplan) einer Klimaautomatik in einem Fahrzeug unter Mitberücksichtigung des Verhaltens einer Fahrerin dargestellt werden.

Die Fahrerin fühlt die Innenraumtemperatur. Der Unterschied zwischen Wohlfühltemperatur und aktueller Temperatur bewirkt, dass die Fahrerin die Temperatursollgröße der Klimaautomatik auf einen gewünschten Wert einstellt. In Abhängigkeit der Differenz zwischen eingestellter und realer Innenraumtemperatur erhitzt oder kühlt die Klimaautomatik die dem Innenraum zugeführte Luft durch Feuchtigkeitsentzug.

Markieren Sie zusätzlich den Teil des Signalflussplans der bei einer einfachen Klimaanlage (keine automatische Anpassung) nicht vorhanden ist.


convenient temperature
difference temp. 1
driver
desired temp.
difference temp. 2
air condition
air flow
vehicle interior
current temp.
without automatic control

2f) (5 Punkte)
Die Systemmatrix eines dynamischen Systems wird durch

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 0 & k_1 \\ 0 & -1 & 2 \\ k_2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

beschrieben.
Bestimmen Sie das charakteristische Polynom $p(\lambda)$ des Systems. Für welche Werte der Parameter k_1 und k_2 ist das System asymptotisch stabil? Verwenden Sie zur Berechnung das Hurwitz-Kriterium.

2|| $\det(\lambda E - A) \stackrel{!}{=} 0$

$$\Leftrightarrow \begin{vmatrix} \lambda+2 & 0 & -k_1 \\ 0 & \lambda+1 & -2 \\ -k_2 & 0 & \lambda \end{vmatrix} \stackrel{!}{=} 0$$

$$\Leftrightarrow \underbrace{\lambda^3 + 3\lambda^2 + \lambda(2-k_1k_2) - k_1k_2}_{p(\lambda)} \stackrel{!}{=} 0$$

$a_i > 0$ für $i = 0, \dots, 3$

$\Rightarrow \underline{\underline{k_1k_2 < 0}}$

$$\Rightarrow H = \begin{vmatrix} 3 & -k_1k_2 & 0 \\ 1 & 2-k_1k_2 & 0 \\ 0 & 3 & -k_1k_2 \end{vmatrix}$$

$H_j > 0$ für $j = 1, \dots, 3$

$H_1 = |\ 3\ | > 0$

$H_2 = \begin{vmatrix} 3 & -k_1k_2 \\ 1 & 2-k_1k_2 \end{vmatrix} > 0 \Rightarrow \underline{\underline{k_1k_2 < 3}}$

$H_3 = (-k_1k_2) \cdot H_2 > 0 \Rightarrow$ $k_1k_2 < 0$ and $k_1k_2 < 3$

$\Rightarrow$ asymptotic stable for $k_1k_2 < 0$